bifie | standardisierte

abschlussprüfungen

Ausgewählte Aufgabenstellungen **Mathematik**

Bundesinstitut bifie Wien | Zentrum für Innovation & Qualitätsentwicklung

Bevölkerungsprognose (Teil-1-Aufgabe)

In der angegebenen Tabelle der Statistik Austria ist die Bevölkerungsprognose für die österreichischen Bundesländer bis zum Jahr 2050 angegeben. Die Zahlenwerte geben die prozentuelle Veränderung der Bevölkerung jeweils in Bezug zu den Werten von 2010 wieder.

Bundesland	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
Österreich	**2,1**	**4,0**	**5,7**	**7,2**	**8,5**	**9,7**	**10,8**	**11,6**
Burgenland	1,7	3,4	5,2	7,0	8,7	10,1	11,2	11,9
Kärnten	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,3	-0,7	-1,3	-2,1
Niederösterreich	2,7	5,6	8,3	10,9	13,3	15,4	17,4	19,1
Oberösterreich	1,6	3,2	4,6	5,8	6,8	7,6	8,2	8,4
Salzburg	1,8	3,3	4,4	5,3	5,9	6,4	6,8	7,0
Steiermark	0,9	1,7	2,5	3,1	3,6	4,0	4,2	4,1
Tirol	2,3	4,3	5,8	7,3	8,4	9,5	10,4	11,0
Vorarlberg	2,7	5,0	6,8	8,5	9,9	11,1	12,2	13,0
Wien	3,2	6,1	8,4	10,5	12,4	14,4	16,4	18,2

Die im Jahr 2010 erhobenen Einwohnerzahlen sind nach Bundesländern dargestellt:

Burgen-land	Kärnten	Nieder-österreich	Ober-österreich	Salzburg	Steier-mark	Tirol	Vorarlberg	Wien
284 363	558 955	1 609 772	1 412 252	530 610	1 209 229	707 485	369 453	1 705 623

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffenden Aussagen an:

	zutreffend
Das Burgenland wird weitgehend konstante Bevölkerungszahlen verzeichnen.	☐
In Kärnten wird die Bevölkerung mittelfristig relativ konstant bleiben und sie wird langfristig etwas niedriger sein, als sie derzeit (2010) ist.	☐
Überdurchschnittlich starkes Bevölkerungswachstum wird für Niederösterreich und Wien prognostiziert.	☐
Die Bevölkerungszahl wird in Tirol von etwa 707 000 (2010) bis 2030 um 7,3 % auf etwa 759 000 ansteigen und bis zum Jahr 2050 um 11 % auf etwa 885 000 Personen anwachsen.	☐
Tirol wird weiterhin Bevölkerungszuwächse verzeichnen, die in etwa dem bundesweiten Trend entsprechen.	☐

Potenzfunktion (Teil-1-Aufgabe)

Gegeben ist eine Potenzfunktion f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + b$, mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an:

	zutreffend
Wenn $b = 0$, dann verläuft der Graph von f durch den Ursprung des Koordinatensystems.	☐
Wenn $a < 0$ und $b > 0$, dann ist der Graph von f im Intervall $(-\infty;0]$ monoton fallend und im Intervall $[0;\infty)$ monoton steigend.	☐
Wenn $f(0) < 0$, dann ist $b = 0$.	☐
Wenn $a < 0$ und $b > 0$, dann sind die Funktionswerte für alle Werte des Definitionsbereichs negativ.	☐
Wenn $f(0) > 0$, dann ist $b > 0$.	☐

Wurzel aus 5 (Teil-1-Aufgabe)

Gegeben ist die Zahl $-\sqrt{5}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an:

	zutreffend
Die Zahl $-\sqrt{5}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $-\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Z}$, aber nicht in $\mathbb{N}$.	☐
Die Zahl $-\sqrt{5}$ ist irrational.	☐
Die Zahl $-\sqrt{5}$ liegt in $\mathbb{Q}$ und in $\mathbb{R}$.	☐
Die Zahl $-\sqrt{5}$ kann nicht als periodische Dezimalzahl geschrieben werden.	☐

Drehkegel (Teil-1-Aufgabe)

Für das Volumen V eines Drehkegels mit dem Radius r des Basiskreises und der Höhe h gilt:

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

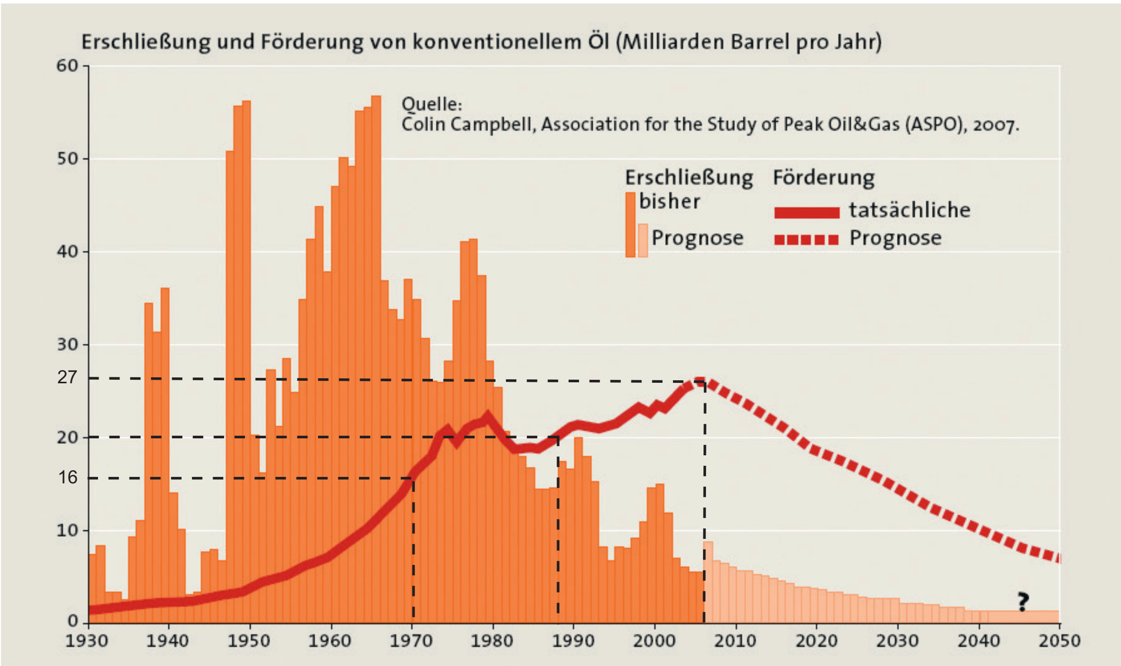
Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie für die Funktion $V(r) = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$ mit $h = 1$ die mittlere Änderungsrate im Intervall [1; 3].

Erdöl (Teil-2-Aufgabe)

Erdöl ist einer unserer wichtigsten Energieträger. Die Schätzungen, wie viel Erdöl wir in den nächsten Jahren noch fördern können, variieren sehr stark. Optimistische Schätzungen gehen von einer verfügbaren Restfördermenge von 1 250 Gigabarrel (der Faktor für 1 Giga ist 10^9) Rohöl ab dem Jahr 2010 aus.

Das Diagramm zeigt die Entwicklung der Erdölförderung in den letzten Jahren sowie die Entdeckung von Erdölvorkommen in Gigabarrel (Gbbl) pro Jahr.



Aufgabenstellungen:

a) Begründen Sie, warum ein lineares Wachstumsmodell für den Zeitraum von 1930 bis 1970 nicht geeignet ist. Geben Sie ein passendes Wachstumsmodell an und berechnen Sie mit diesem Modell und unter der Annahme, dass der Anstieg der Fördermenge sich genau so wie von 1930 bis 1970 weiter fortsetzt, wie viel Erdöl im Jahr 1980 gefördert worden wäre.

b) Nach einem kurzen Einbruch in den 1970er Jahren stieg die Fördermenge von Öl zwar immer noch, aber nur mehr annähernd linear. Stellen Sie für den Zeitraum von 1988 bis 2006 ein lineares Wachstumsgesetz auf.

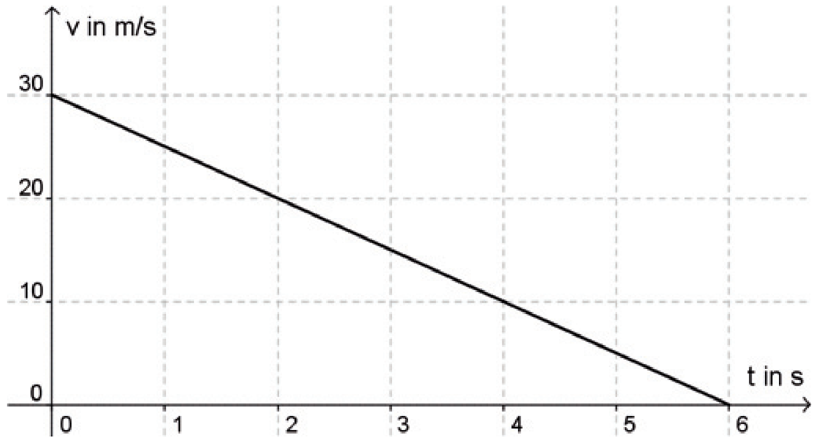
c) Bestimmen Sie, bis in welches Jahr die im Jahr 2010 bekannten Rohölvorräte von 1 250 Gigabarrel reichen, wenn die Fördermenge konstant auf dem Niveau des Jahres 2006 bleiben würde. Entspricht diese Annahme (der konstanten Fördermenge) der im Diagramm dargestellten Prognose? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Angenommen, die Fördermenge wäre ab 2006 jährlich um 1,5 % rückläufig: Berechnen Sie, wie viele Gigabarrel im Jahr 2050 gefördert werden würden.

e) Berechnen Sie für den Zeitraum von 1930 bis 1970, um wie viele Gigabarrel die geförderte Ölmenge im Mittel pro Jahr angestiegen ist.

Bremsvorgang (Teil-2-Aufgabe)

Ein PKW fährt mit einer Geschwindigkeit von $v = 30\ m/s$ und bremst wegen eines auf der Fahrbahn liegenden Hindernisses ab. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt der Bremsvorgang. Die Abbildung zeigt modellhaft das *t*-*v*-Diagramm für einen Bremsvorgang.



Aufgabenstellungen:

a) Bestimmen Sie $v'(t)$ und deuten Sie das Ergebnis im Zusammenhang mit dem Bremsvorgang.

b) Ermitteln Sie die absolute und die relative Abnahme der Geschwindigkeit des PKW während der ersten beiden Sekunden des Bremsvorgangs.

c) Bestimmen Sie die Gleichung der Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$ für den Zeitraum des Bremsvorgangs. Begründen Sie, wie sich eine Änderung der Anfangsgeschwindigkeit auf den Verlauf des Graphen von $v(t)$ auswirkt, und interpretieren Sie deren Bedeutung für den Bremsvorgang.

d) Interpretieren Sie $\int_0^4 v(t)dt$. Stellen Sie das Ergebnis dieses Ausdrucks in der folgenden Abbildung dar.