

Ime:	
Razred:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

10. maj 2017

Matematika

1. del-naloge

--

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Delovni zvezek z nalogami 1. dela, ki je pred Vami, vsebuje 24 nalog. Naloge so za reševanje med seboj neodvisne. Na voljo imate 120 minut čistega časa za reševanje.

Uporabljajte pisalo v modri ali črni barvi, ki ga ni moč odstraniti z radirko. Pri konstrukcijskih nalogah lahko uporabite tudi svinčnik.

Za reševanje uporabljajte izključno ta delovni zvezek. Na prvi strani delovnega zvezka vpišite v za to predvideno polje svoje ime in priimek.

Vsi odgovori morajo biti vpisani v delovni zvezek. Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano. Rešitev naloge mora biti pri tem jasno razvidna. Če rešitev ni jasno razvidna, ali če so navedene različne rešitve, velja naloga za nerešeno. Svoje zapiske prečrtajte.

Pri reševanju smete uporabljati dovoljeno zbirko formul in običajne elektronske pripomočke.

Delovni zvezek morate oddati.

Vrednotenje

Vsaka naloga iz 1. dela bo ovrednotena z 0 točk ali z 1 točko, vsaka delna naloga iz 2. dela pa z 0, 1 ali 2 točkama. Z označene zastavitve nalog bodo ovrednotene z 0 točk ali z 1 točko.

- Če bo v 1. delu pravilno rešenih vsaj 16 od 24 nalog, bo delo ocenjeno pozitivno.
- Če bo v 1. delu pravilno rešenih manj kot 16 od 24 nalog, bodo za izravnavo bistvenega območja znanja, v skladu z odredbo o ocenjevanju znanj, upoštewane z označene naloge iz 2. dela. Če bo ob upoštevanju z označenih nalog iz 2. dela vsaj 16 nalog pravilno rešenih, bo delo ocenjeno pozitivno. Če pa bo tudi z upoštevanjem z označenih nalog iz 2. dela pravilno rešenih manj kot 16 nalog, bo delo ocenjeno z »nezadostno«.
- Če bo v 1. delu (ob upoštevanju izravnalnih točk) doseženih vsaj 16 točk, se bo delo ocenjevalo po naslednjem ključu:

Genügend	zadostno	16 – 23 točk
Befriedigend	povoljno	24 – 32 točk
Gut	dobro	33 – 40 točk
Sehr gut	prav dobro	41 – 48 točk

Pojasnilo k formatom odgovorov

Nekatere naloge imajo *proste formate odgovorov*; pri tem Vaš odgovor vpišete v delovni zvezek neposredno pod vsakokratno zastavitev naloge. Nadaljnji formati odgovorov, ki lahko pridejo v poštev pri pisnem izpitu (klavzuri), so predstavljeni kot sledi:

Prirjevalni format: za ta format je značilno več izjav (oz. tabel ali slik), nasproti katerim stoji več možnosti odgovorov. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da vsaki izjavi priredite ustrezno možnost odgovora z vnosom odgovoru pripadajoče črke!

Primer:
Dani sta dve enačbi.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

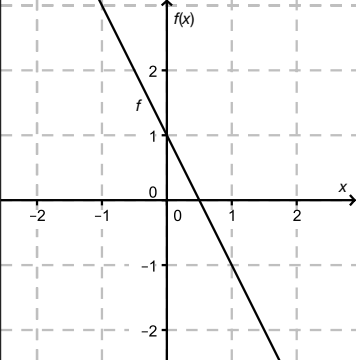
A	seštevanje
B	deljenje
C	množenje
D	odštevanje

Zastavitev naloge:
Danima enačbama priredite vsakič ustrezno oznako (izmed možnosti A do D)!

Konstruktivski format: Podana je naloga in zastavitev vprašanja. Naloga zahteva dopolnitev s točkami, premicami in/ali krivuljami v delovni zvezek.

Primer:
Dana je linearna funkcija f z $f(x) = k \cdot x + d$.

Zastavitev naloge:
V dani koordinatni sistem narišite graf linearne funkcije pri pogojih: $k = -2$ in $d > 0$!



Format multiple-choice v različici »1 izmed 6«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in šest možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati eno možnost odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite edino pravilno možnost odgovora!

Primer:
Katera enačba je pravilna?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno enačbo !

Format multiple-choice v različici »2 izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati dve možnosti odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite obe pravilni možnosti odgovora!

Primer:
Kateri enačbi sta pravilni?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite obe ustrezni enačbi!

Format multiple-choice v različici »x izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **eno, dve, tri, štiri ali pet možnosti odgovora**. V zastavitvi naloge vedno najdete zahtevo »S križcem označite veljavno(-e) izjavo(-e)/ enačbo(-e)/ ...!« Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da s križcem označite pravilno možnost/ pravilne možnosti odgovora!

Primer:
Katera(-e) izmed navedenih enačb je/ so pravilna(-e)?

$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 10$	<input checked="" type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno(-e) enačbo(-e)!

Luknjičasto besedilo: Za ta format odgovora je značilen stavek z dvema vrzelima (luknjama), kar pomeni, da sta v besedilu naloge izpostavljeni dve mesti, ki ju je potrebno dopolniti. Za vsako vrzel (luknjo) so podane tri možnosti vnosa. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da za vsako od vrzel (lukenj) s križcem označite obe pravilni možnosti vnosa!

Primer:
Dane so 3 enačbe.

Zastavitev naloge:
V naslednjem stavku dopolnite vrzeli (luknje) v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezne dele stavka tako, da nastane pravilna izjava!

Operacija, predstavljena z enačbo _____^①, se imenuje izračunanje vsote ali _____^②.

①		②	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>	množenje (multiplikacija)	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>	odštevanje (subtrakcija)	<input type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>	seštevanje (adicija)	<input checked="" type="checkbox"/>

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, pri katerih je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v zeleni okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ «, nato pa spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite zeleni prebarvani okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

Če imate še kakšno vprašanje, se prosimo obrnite na svojo učiteljico/ svojega učitelja!

Veliko uspeha pri reševanju!

Naloga 1

Cela števila

Naj bo a neko pozitivno celo število.

Zastavitev naloge:

Katera od naslednjih izrazov pri $a \in \mathbb{Z}^+$ vedno predstavljata celi števili?
Oba ustrezna izraza označite s križcem.

a^{-1}	<input type="checkbox"/>
a^2	<input type="checkbox"/>
$a^{\frac{1}{2}}$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot a$	<input type="checkbox"/>
$\frac{a}{2}$	<input type="checkbox"/>

Naloga 2

Kapital

Neki kapital K se 5 let obrestuje z letno obrestno mero 1,2 %.

Zastavitev naloge:

Dan je naslednji izraz (term):

$$K \cdot 1,012^5 - K$$

V danem kontekstu navedite pomen tega izraza (terma).

Naloga 3

Krmila

Neki kmet je kupil dve vrsti gotove hrane za pitanje goveda.

V gotovi hrani A je delež beljakovin 14 %, medtem ko je v gotovi hrani B delež beljakovin 35 %.

Kmet želi za svoje mlade bike iz teh dveh vrst gotove hrane sestaviti 100 kg mešanice z 18 %-nim deležem beljakovin. Zmešati je treba a kg vrste A in b kg vrste B .

Zastavitev naloge:

Navedite dve enačbi za spremenljivki a in b , s pomočjo katerih je moč izračunati količine, ki so potrebne za to mešanico.

1. enačba: _____

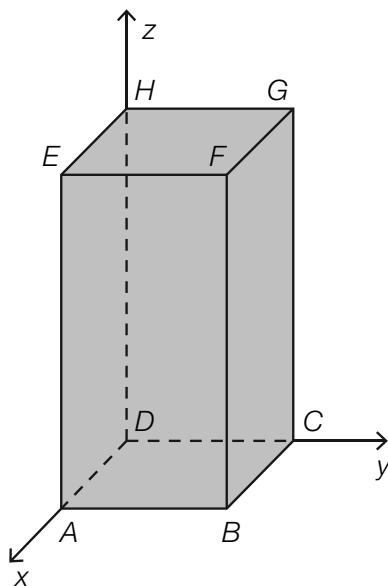
2. enačba: _____

Naloga 4

Kvader s kvadratno osnovno ploskvijo

Naslednja slika prikazuje kvader, čigar kvadratna osnovna ploskev leži v xy -ravnini. Dolžina osnovnega roba znaša 5 dolžinskih enot, višina telesa pa znaša 10 dolžinskih enot. Oglišče D leži v koordinatnem izhodišču, oglišče C leži na pozitivnem delu y -osi.

Oglišče E ima tako koordinate $E = (5|0|10)$.



Zastavitev naloge:

Navedite koordinate (komponente) vektorja \overrightarrow{HB} .

Naloga 5

Vzporednost premic

Dani sta naslednji parametrični predstavitvi premic g in h :

$$g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ pri } t \in \mathbb{R}$$

$$h: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} \text{ pri } s \in \mathbb{R}$$

Zastavitev naloge:

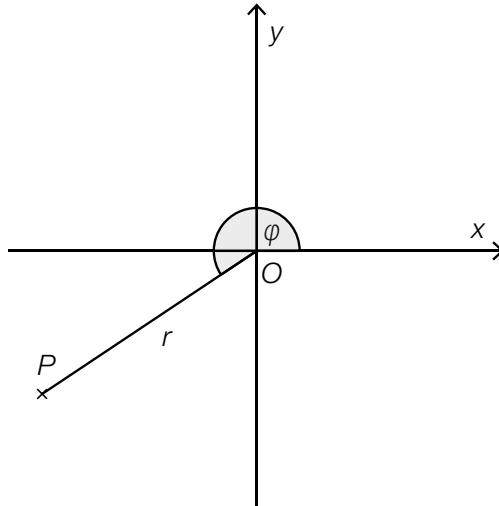
Določite koordinati h_y in h_z smernega vektorja premice h tako, da bo premica h vzporedna premici g .

Naloga 6

Koordinate točke

Na spodnji sliki je predstavljena točka $P = (-3|-2)$.

Lega točke P je lahko enolično določena z navedbo razdalje $r = \overline{OP}$ in velikosti kota φ .



Zastavitev naloge:

Izračunajte velikost kota φ .

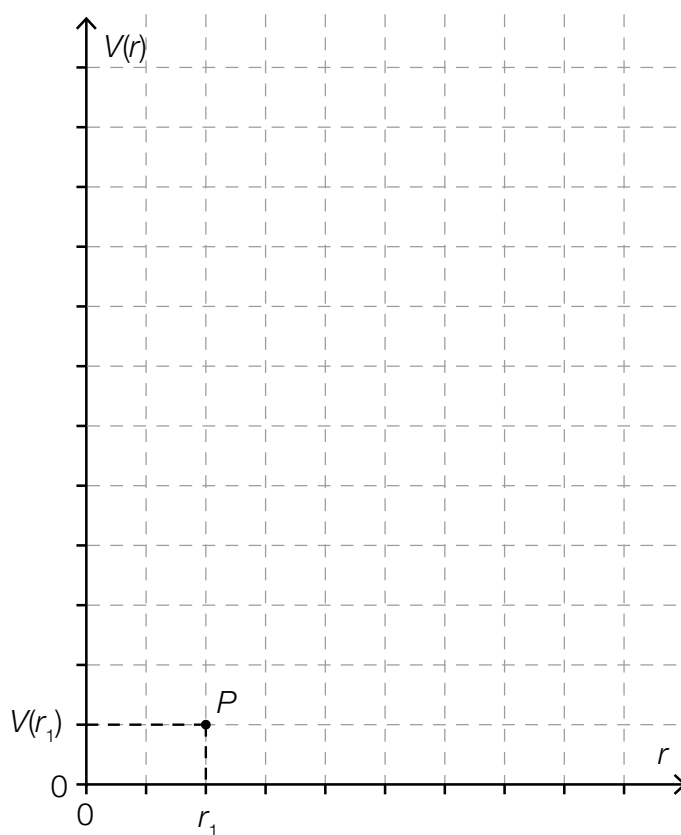
Naloga 7

Prostornina valja

Pri neki vrtenini v obliki valja je polmer osnovnega kroga označen z r in višina valja s h . Če je višina valja konstantna, potem opisuje funkcija V pri $V(r) = r^2 \cdot \pi \cdot h$, odvisnost prostornine valja od polmera.

Zastavitev naloge:

V naslednjem koordinatnem sistemu je vrisana točka $P = (r_1 | V(r_1))$. Dodajte v ta koordinatni sistem točko $Q = (3 \cdot r_1 | V(3 \cdot r_1))$.



Naloga 8

Ukrivljenost polinomske funkcije

Graf neke polinomske funkcije tretje stopnje ima v točki $T = (-3|1)$ lokalni minimum, v $H = (-1|3)$ lokalni maksimum in v $W = (-2|2)$ obračaj (prevoj).

Zastavitev naloge:

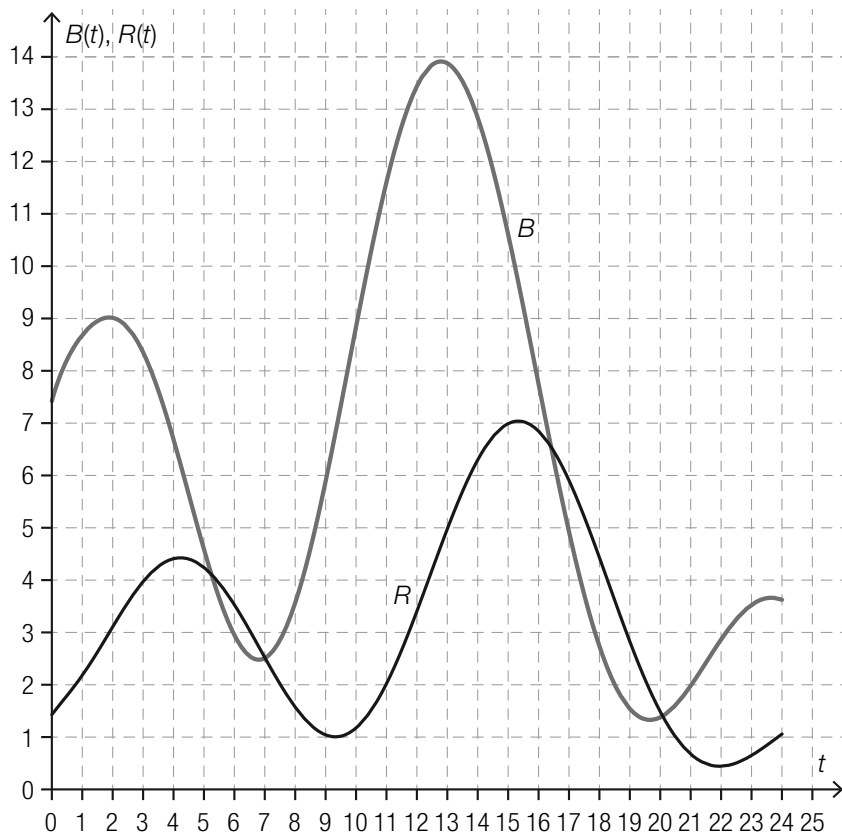
Na katerem intervalu je ta funkcija levo ukrivljena (pozitivno ukrivljena)?
S križcem označite ustrezni interval.

$(-\infty; 2)$	<input type="checkbox"/>
$(-\infty; -2)$	<input type="checkbox"/>
$(-3; -1)$	<input type="checkbox"/>
$(-2; 2)$	<input type="checkbox"/>
$(-2; \infty)$	<input type="checkbox"/>
$(3; \infty)$	<input type="checkbox"/>

Naloga 9

Ropar-plen-model

Ropar-plen-model poenostavljeno prikazuje populacijska nihanja neke populaciji (zveri roperic) (npr. števila kanadskih risov) in populacije plenov (npr. števila ameriškanskih snežnih zajcev). Na spodnji grafiki narisani funkciji R in B modelno opisujeta število roparic $R(t)$, oz. število živali, ki so plen $B(t)$, za opazovano časovno obdobje 24 let ($B(t)$, $R(t)$ v 10 000 osebkih, t v letih).



Zastavitev naloge:

Navedite vse časovne intervale v predstavljenem obdobju opazovanja, v katerih tako populacija roparic, kakor tudi populacija plenov, pojemata.

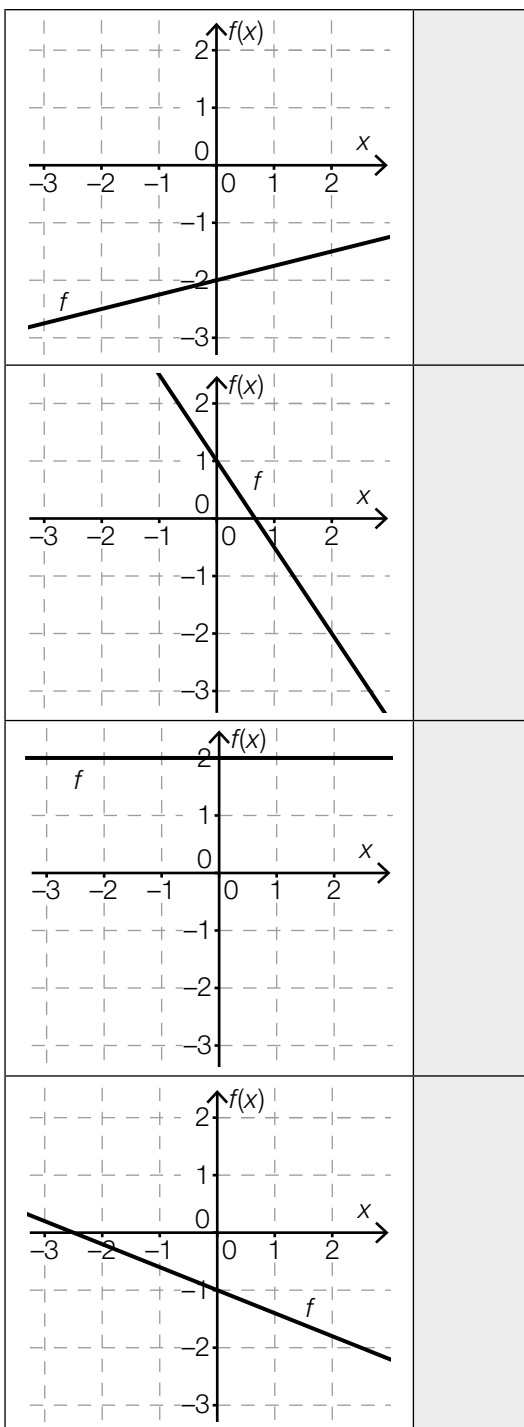
Naloga 10

Linearne funkcije

Dani so grafi štirih različnih linearnih funkcij f pri $f(x) = k \cdot x + d$, pri čemer $k, d \in \mathbb{R}$.

Zastavitev naloge:

Štirim grafom vsakič priredite ustrezno izjavo o parametrih k in d (izmed A do F).



A	$k = 0, d < 0$
B	$k > 0, d > 0$
C	$k = 0, d > 0$
D	$k < 0, d < 0$
E	$k > 0, d < 0$
F	$k < 0, d > 0$

Naloga 11

Negativne funkcijske vrednosti

Dana je enačba realne funkcije f pri $f(x) = x^2 - x - 6$. Funkcijsko vrednost $f(x)$ imenujemo negativna, če velja $f(x) < 0$.

Zastavitev naloge:

Določite vse $x \in \mathbb{R}$, pri katerih je pripadajoča funkcijska vrednost $f(x)$ negativna.

Naloga 12

Razpolovni čas za kobalt-60

Radioaktivni izotop kobalt-60 se med drugim uporablja pri konzerviranju živil in v medicini. Zakon razpada se za kobalt-60 glasi $N(t) = N_0 \cdot e^{-0,13149 \cdot t}$, kjer je t v letih; pri tem označuje N_0 obstoječo količino izotopa v časovnem trenutku $t = 0$ in $N(t)$ obstoječo količino v časovnem trenutku $t \geq 0$.

Zastavitev naloge:

Izračunajte razpolovni čas za kobalt-60.

Naloga 13

Izboljšanje uspešnosti

Tri osebe A , B in C opravijo vsakič pred in po posebnem treningu isti test koordinacije. V naslednji preglednici so vstavljene točke, ki so bile pri tem dosežene.

	oseba A	oseba B	oseba C
dosežene točke pred posebnim treningom	5	15	20
dosežene točke po posebnem treningu	8	19	35

Dobri dosežki so zaznamovani z visokimi števili točk. Kot je razvidno iz preglednice, dosežejo vse tri osebe po posebnem treningu več točk kot pred tem.

Zastavitev naloge:

Izmed oseb A , B in C izberite obe taki, ki izpolnjujeta naslednja pogoja.

- Pri prvi osebi je absolutna sprememba števila točk večja kot pri drugi.
- Pri drugi osebi je relativna sprememba števila točk večja kot pri prvi osebi.

prva oseba: _____

druga oseba: _____

Naloga 14

Finančni dolgovi

Finančni dolgovi Avstrije so v časovnem obdobju 2000 do 2010 narasli. V letu 2000 so znašali finančni dolgovi Avstrije F_0 , deset let kasneje pa so znašali F_1 (vsakič v milijardah evrov).

Zastavitev naloge:

Glede na razvoj finančnih dolgov Avstrije interpretirajte izraz $\frac{F_1 - F_0}{10}$.

Naloga 15

Diferenčna enačba

Naslednja preglednica vsebuje vrednosti neke količine v trenutku n ($n \in \mathbf{N}$).

n	x_n
0	10
1	21
2	43
3	87

Zastavitev naloge:

Časovni razvoj te količine je lahko opisan z diferenčno enačbo oblike $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$.

Navedite vrednosti (realnih) parametrov a in b tako, da bo s tem opisano časovno obnašanje, ki je navedeno v preglednici.

$a =$ _____

$b =$ _____

Naloga 16

Globina drage

Za preprečevanje poplav je bil v nekem mestu zgrajena odtočna draga (vodna struga).

Funkcija f opisuje globino vode te drage pri razvoju neke poplave, v odvisnosti od časa t , na nekem določenem merilnem mestu, za časovni interval $[0; 2]$.

Enačba funkcije f se glasi: $f(t) = t^3 + 6 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 8$ pri $t \in [0; 2]$.

Pri tem se $f(t)$ meri v dm in t v dnevih.

Zastavitev naloge:

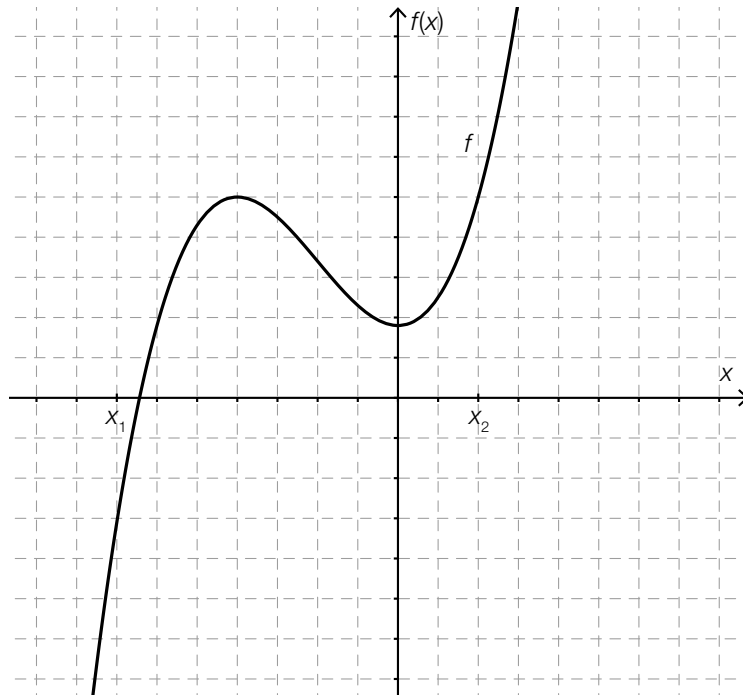
Navedite enačbo tiste funkcije g , ki opisuje trenutno spremembo (vrednost spreminjanja) globine vode drage (v dm na dan) v odvisnosti od časa t .

$g(t) =$ _____

Naloga 17

Grafično odvajanje

Dan je graf neke polinomske funkcije tretje stopnje f .



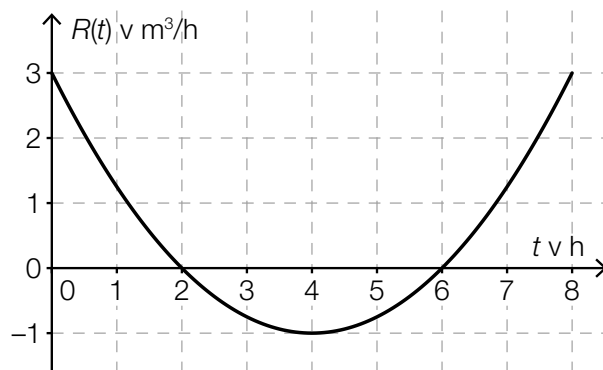
Zastavitev naloge:

V dani grafiki skicirajte graf funkcije odvoda f' na intervalu $[x_1; x_2]$ in označite morebitne ničle (ničelna mesta).

Naloga 18

Količina vode v zbiralniku

Na naslednji sliki je predstavljena trenutna sprememba (vrednost spreminjanja) R količine vode v nekem zbiralniku (v m^3/h) v odvisnosti od časa t .



Zastavitev naloge:

S križcem označite obe pravilni izjavi o količini vode v zbiralniku.

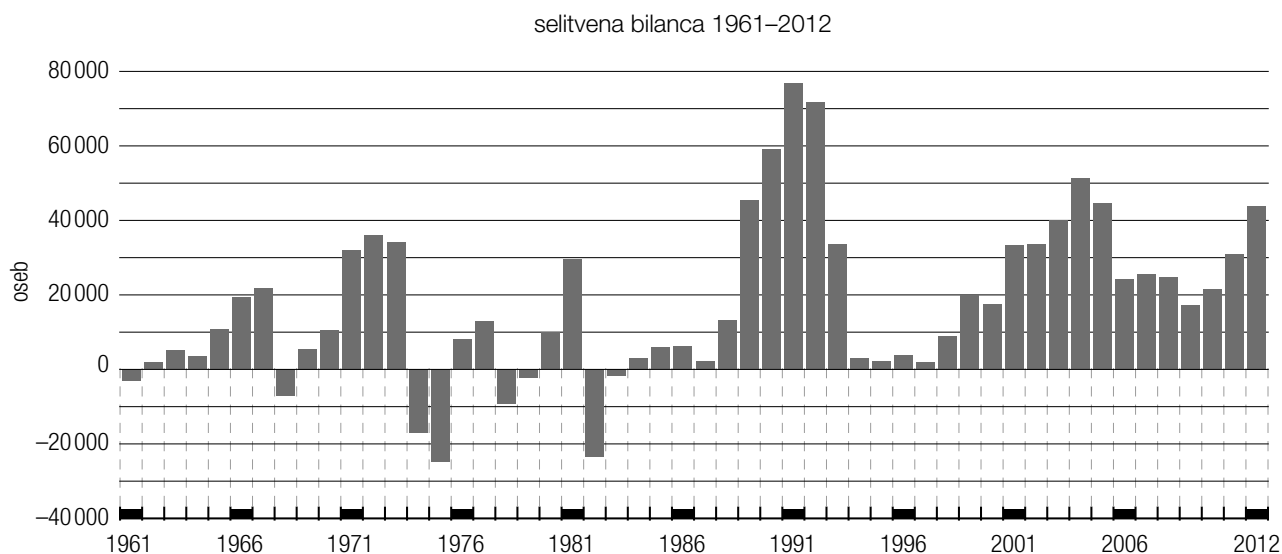
Ob času $t = 6$ se nahaja v zbiralniku manj vode kot v času $t = 2$.	<input type="checkbox"/>
V časovnem intervalu $(6; 8)$ količina vode v zbiralniku narašča.	<input type="checkbox"/>
Ob času $t = 2$ v zbiralniku ni vode.	<input type="checkbox"/>
V časovnem intervalu $(0; 2)$ količina vode v zbiralniku upada.	<input type="checkbox"/>
Ob času $t = 4$ se v zbiralniku nahaja najmanj vode.	<input type="checkbox"/>

Naloga 19

Selitvena bilanca za Avstrijo

Razliko med številom oseb, ki so se v določenem časovnem obdobju priselile v državo in številom oseb, ki so v tem obdobju iz države odselile, označujemo kot selitveno bilanco (*Wanderungsbilanz*).

Na naslednji grafiki je predstavljena letna selitvena bilanca za Avstrijo v letih od 1961 do 2012.



Vir: STATISTIK AUSTRIA, *Errechnete Wanderungsbilanz 1961–1995; Wanderungsstatistik 1996–2012; 2007–2011: revidierte Daten. Wanderungsbilanz: Zuzüge aus dem Ausland minus Wegzüge in das Ausland (prirejeno).*

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe izjavi, ki predstavljata pravilno interpretacijo grafike.

Iz navedene vrednosti za leto 2003 lahko odčitamo, da se je v tem letu za ca. 40 000 oseb več priselilo kot odselilo.	<input type="checkbox"/>
Prirastek selitvene bilance iz leta 2003 na leto 2004 znaša ca. 50 %.	<input type="checkbox"/>
V časovnem obdobju 1961 do 2012 obstaja osem let, v katerih je bilo število priselitev manjše od števila odselitev.	<input type="checkbox"/>
V časovnem obdobju 1961 do 2012 obstajajo tri leta, v katerih je bilo število priselitev enako številu odselitev.	<input type="checkbox"/>
Selitvena bilanca leta 1981 je približno dvakrat tako visoka kot tista iz leta 1970.	<input type="checkbox"/>

Naloga 20

Alarmne naprave

Določena alarmna naprava sproži v primeru vloma alarm vsakič z verjetnostjo 0,9. Neka družina je dala vgraditi v hišo dve taki alarmni napravi tako, da sprožata alarm neodvisno druga od druge.

Zastavitev naloge:

Izračunajte verjetnost, da v primeru vloma vsaj ena od obeh naprav sproži alarm.

Naloga 21

Mladinska skupina

Neka mladinska skupina sestoji iz 21 mladostnikov. Za neko igro je potrebno oblikovati skupine.

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezen del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Binomski koeficient $\binom{21}{3}$ navaja, $\textcircled{1}$; njegova vrednost znaša $\textcircled{2}$.

$\textcircled{1}$	
koliko izmed 21 mladostnikov je v eni skupini, če oblikujemo tri enako velike skupine	<input type="checkbox"/>
koliko je različnih možnosti za izbiro skupin po tri izmed 21 mladostnikov	<input type="checkbox"/>
na koliko načinov lahko porazdelimo tri različne naloge med tri člane mladinske skupine	<input type="checkbox"/>

$\textcircled{2}$	
7	<input type="checkbox"/>
1 330	<input type="checkbox"/>
7 980	<input type="checkbox"/>

Naloga 22

Izjave o slučajni spremenljivki

Slučajna spremenljivka X lahko zavzame le vrednosti 10, 20 in 30. V naslednji preglednici je podana verjetnostna porazdelitev za X , pri čemer sta a in b pozitivni realni števili.

k	10	20	30
$P(X = k)$	a	b	a

Zastavitev naloge:

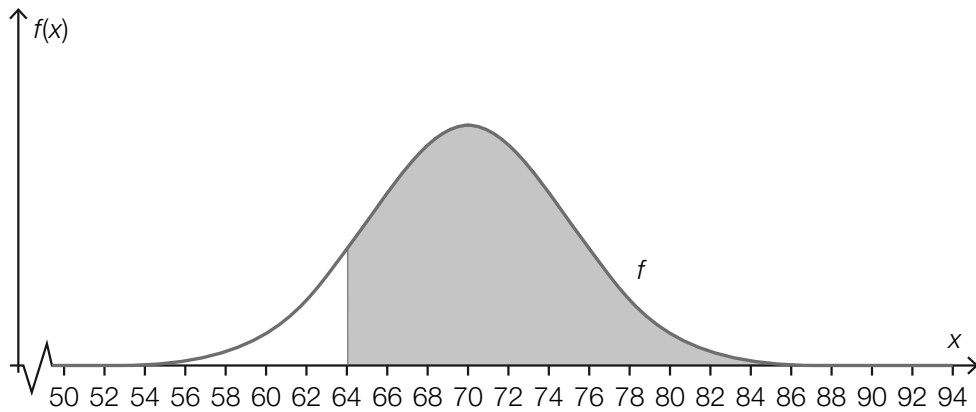
S križcem označite obe pravilni izjavi.

Pričakovana vrednost za X je 20.	<input type="checkbox"/>
Standardni odklon za X je 20.	<input type="checkbox"/>
$a + b = 1$	<input type="checkbox"/>
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	<input type="checkbox"/>
$P(X \leq 10) = P(X \geq 10)$	<input type="checkbox"/>

Naloga 23

Grafična razlaga

Na spodnji sliki je, za aproksimirajočo normalno porazdelitev neke binomsko porazdeljene slučajne spremenljivke X , predstavljena funkcija gostote verjetnosti f .



Zastavitev naloge:

Razložite pomen ploščine sivo markirane ploskve, glede na izračun neke verjetnosti.

Naloga 24

Napoved volitev

Da bi ocenili delež glasov določene stranke A v volilnem telesu, se anketira neka, izmed vseh volilnih upravičencev slučajno izbrana skupina oseb.

Iz ankete je za delež glasov razviden 95-%-ni konfidenčni interval (interval zaupanja) [9,8 %; 12,2 %].

Zastavitev naloge:

Kateri od naslednjih izjav sta v tej povezavi na vsak način pravilni?

S križcem označite obe ustrezni izjavi.

Verjetnost, da slučajno izbrana volilno upravičena oseba voli stranko A , zagotovo leži med 9,8 % in 12,2 %.	<input type="checkbox"/>
Na podlagi zbranih podatkov določeni 90-%-ni konfidenčni interval bi imel manjšo širino intervala.	<input type="checkbox"/>
Pri predpostavki, da delež volivcev/volilk stranke A v vzorcu ostane enak, bi povečanje vzorca vodilo do zmanjšanja 95-%-nega konfidenčnega intervala.	<input type="checkbox"/>
95 od 100 oseb navaja, da bi z verjetnostjo 11 % volili stranko A .	<input type="checkbox"/>
Verjetnost, da stranka A dobi več kot 12,2-%-ni delež glasov, znaša 5 %.	<input type="checkbox"/>

