

| | |
|---------|--|
| Ime: | |
| Razred: | |



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

10. maj 2017

Matematika

2. del-naloge

| |
|--|
| |
|--|

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Delovni zvezek z nalogami 2. dela, ki je pred Vami, vsebuje štiri naloge z vsakič po dvema do štirimi delnimi nalogami, pri čemer so vse delne naloge rešljive neodvisno druga od druge.

Na voljo imate 150 minut čistega časa za reševanje.

Uporabljajte pisalo v modri ali črni barvi, ki ga ni moč odstraniti z radirko. Pri konstrukcijskih nalogah lahko uporabite tudi svinčnik.

Za reševanje uporabljajte ta delovni zvezek in liste, ki so vam dani na razpolago! Svoje ime in priimek vpišite na prvi strani delovnega zvezka v za to predvideno polje in na vsak posamezni list, ki ga boste uporabili! Pri reševanju vsake posamezne delne naloge navedite njeno oznako!

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano. Rešitev naloge mora biti pri tem jasno razvidna. Če rešitev ni jasno razvidna, ali če so navedene različne rešitve, velja naloga za nerešeno. Svoje zapiske prečrtajte.

Pri reševanju smete uporabljati dovoljeno zbirko formul in običajne elektronske pripomočke.

Oddati je potrebno delovni zvezek in vse liste, ki jih boste uporabili.

Vrednotenje

Vsaka naloga iz 1. dela bo ovrednotena z 0 točk ali z 1 točko, vsaka delna naloga iz 2. dela pa z 0, 1 ali 2 točkama. Z označene zastavitve nalog bodo ovrednotene z 0 točk ali z 1 točko.

- Če bo v 1. delu pravilno rešenih vsaj 16 od 24 nalog, bo delo ocenjeno pozitivno.
- Če bo v 1. delu pravilno rešenih manj kot 16 od 24 nalog, bodo za izravnavo bistvenega območja znanja, v skladu z odredbo o ocenjevanju znanj, upoštevane z označene naloge iz 2. dela. Če bo ob upoštevanju z označenih nalog iz 2. dela vsaj 16 nalog pravilno rešenih, bo delo ocenjeno pozitivno. Če pa bo tudi z upoštevanjem z označenih nalog iz 2. dela pravilno rešenih manj kot 16 nalog, bo delo ocenjeno z »nezadostno«.
- Če bo v 1. delu (ob upoštevanju izravnalnih točk) doseženih vsaj 16 točk, se bo delo ocenjevalo po naslednjem ključu:

| | | |
|--------------|------------|--------------|
| Genügend | zadostno | 16 – 23 točk |
| Befriedigend | povoljno | 24 – 32 točk |
| Gut | dobro | 33 – 40 točk |
| Sehr gut | prav dobro | 41 – 48 točk |

Pojasnilo k formatom odgovorov

Nekatere naloge imajo *proste formate odgovorov*; pri tem Vaš odgovor vpišete v delovni zvezek neposredno pod vsakokratno zastavitev naloge. Nadaljnji formati odgovorov, ki lahko pridejo v poštev pri pisnem izpitu (klavzuri), so predstavljeni kot sledi:

Prirjevalni format: za ta format je značilno več izjav (oz. tabel ali slik), nasproti katerim stoji več možnosti odgovorov. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da vsaki izjavi priredite ustrezno možnost odgovora z vnosom odgovoru pripadajoče črke!

Primer:
Dani sta dve enačbi.

| | |
|-----------------|---|
| $1 + 1 = 2$ | A |
| $2 \cdot 2 = 4$ | C |

| | |
|---|------------|
| A | seštevanje |
| B | deljenje |
| C | množenje |
| D | odštevanje |

Zastavitev naloge:
Danima enačbama priredite vsakič ustrezno oznako (izmed možnosti A do D)!

Konstruktivski format: Podana je naloga in zastavitev vprašanja. Naloga zahteva dopolnitev s točkami, premicami in/ali krivuljami v delovni zvezek.

Primer:
Dana je linearna funkcija f z $f(x) = k \cdot x + d$.

Zastavitev naloge:
V dani koordinatni sistem narišite graf linearne funkcije pri pogojih: $k = -2$ in $d > 0$!

Format multiple-choice v različici »1 izmed 6«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in šest možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati eno možnost odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite edino pravilno možnost odgovora!

Primer:
Katera enačba je pravilna?

| | |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 1$ | <input type="checkbox"/> |
| $2 + 2 = 2$ | <input type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 3$ | <input type="checkbox"/> |
| $4 + 4 = 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 5$ | <input type="checkbox"/> |
| $6 + 6 = 6$ | <input type="checkbox"/> |

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno enačbo !

Format multiple-choice v različici »2 izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati dve možnosti odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite obe pravilni možnosti odgovora!

Primer:
Kateri enačbi sta pravilni?

| | |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 1$ | <input type="checkbox"/> |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 3$ | <input type="checkbox"/> |
| $4 + 4 = 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 5$ | <input type="checkbox"/> |

Zastavitev naloge:
S križcem označite obe ustrezni enačbi!

Format multiple-choice v različici »x izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **eno, dve, tri, štiri ali pet možnosti odgovora**. V zastavitvi naloge vedno najdete zahtevo »S križcem označite veljavno(-e) izjavo(-e)/ enačbo(-e)/ ...!« Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da s križcem označite pravilno možnost/ pravilne možnosti odgovora!

Primer:
Katera(-e) izmed navedenih enačb je/ so pravilna(-e)?

| | |
|--------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 2$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 6$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $4 + 4 = 4$ | <input type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 10$ | <input checked="" type="checkbox"/> |

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno(-e) enačbo(-e)!

Luknjičasto besedilo: Za ta format odgovora je značilen stavek z dvema vrzelima (luknjama), kar pomeni, da sta v besedilu naloge izpostavljeni dve mesti, ki ju je potrebno dopolniti. Za vsako vrzel (luknjo) so podane tri možnosti vnosa. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da za vsako od vrzel (lukenj) s križcem označite obe pravilni možnosti vnosa!

Primer:
Dane so 3 enačbe.

Zastavitev naloge:
V naslednjem stavku dopolnite vrzeli (luknje) v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezne dele stavka tako, da nastane pravilna izjava!

Operacija, predstavljena z enačbo _____ ① _____, se imenuje izračunanje vsote ali _____ ② _____.

| ① | | ② | |
|-----------------|-------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------|
| $1 - 1 = 0$ | <input type="checkbox"/> | množenje (multiplikacija) | <input type="checkbox"/> |
| $1 + 1 = 2$ | <input checked="" type="checkbox"/> | odštevanje (subtrakcija) | <input type="checkbox"/> |
| $1 \cdot 1 = 1$ | <input type="checkbox"/> | seštevanje (adicija) | <input checked="" type="checkbox"/> |

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, pri katerih je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v zeleni okvirček.

| | |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 3$ | <input type="checkbox"/> |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 5$ | <input type="checkbox"/> |
| $4 + 4 = 4$ | <input type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 9$ | <input checked="" type="checkbox"/> |

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ «, nato pa spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite zeleni prebarvani okvirček.

| | |
|-------------|-------------------------------------|
| $1 + 1 = 3$ | <input type="checkbox"/> |
| $2 + 2 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $3 + 3 = 5$ | <input type="checkbox"/> |
| $4 + 4 = 4$ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| $5 + 5 = 9$ | <input type="checkbox"/> |

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

Če imate še kakšno vprašanje, se prosimo obrnite na svojo učiteljico/ svojega učitelja!

Veliko uspeha pri reševanju!

Prosim obrnite list.

Naloga 1

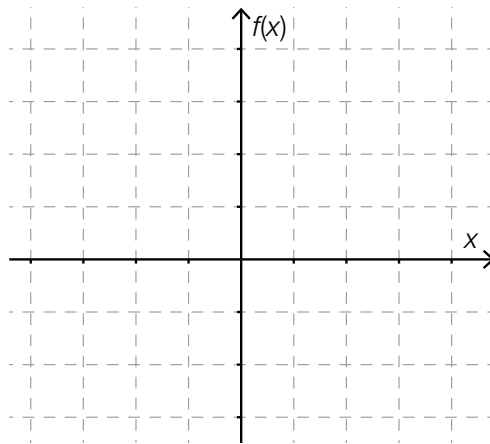
Kvadratna funkcija

Opazujemo kvadratne funkcije v obliki $x \mapsto a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ pri $a, b, c \in \mathbb{R}$ in $a \neq 0$. Izbira koeficientov a, b in c vpliva na različne lastnosti, kot so monotonost, sprememba monotonosti, osna simetričnost in presečišča z osmi.

Zastavitev naloge:

- a) Graf neke kvadratne funkcije f je simetričen glede na navpično os in seka x -os na mestih x_1 in x_2 pri $x_1 < x_2$. Velja $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = d$ pri $d \in \mathbb{R}^+$.

V spodnjem koordinatnem sistemu ponazorite vrednost d s pomočjo primerne grafa ene take funkcije f .



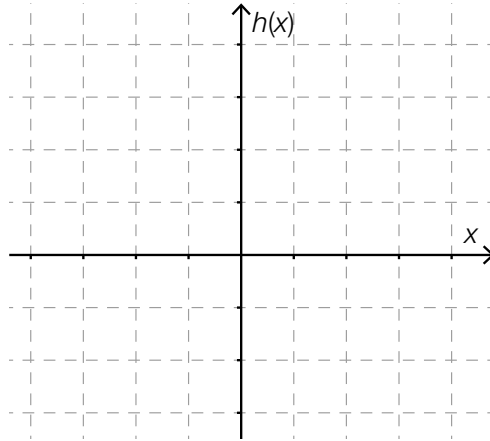
Za vsakega od koeficientov a, b in c te funkcije f navedite, če mora biti pozitiven, negativen ali enak nič.

- b) Graf neke kvadratne funkcije g ima minimum in na mestih $x_1 = 0$ in $x_2 > 0$ presečišča z x -osjo. Ničlo x_2 je moč izračunati s pomočjo koeficientov funkcije g . Nastavite ustrezno formulo.

Graf funkcije g omejuje z x -osjo neko končno ploskev. Navedite določeni integral, s pomočjo katerega je moč izračunati ploščino te končne ploskve.

c) Za neko mesto k ($k \in \mathbb{R}$) na grafu kvadratne funkcije h veljata pogoja $h(k) = 0$ in $h'(k) = 0$.

A V naslednji koordinatni sistem skicirajte možen potek grafa funkcije h in označite mesto k .



Računsko pokažite, da funkcija h , s funkcijsko enačbo $h(x) = x^2 - 2 \cdot k \cdot x + k^2$, izpolnjuje pogoja $h(k) = 0$ in $h'(k) = 0$.

Naloga 2

Mišična sila

Mišice se v njihovi funkciji pogosto primerja s (kovinskimi) vzmetmi. V nasprotju s silo vzmeti, je sila mišice odvisna tudi od hitrosti mišične kontrakcije (tj. aktivnega krčenja oz. napenjanja).

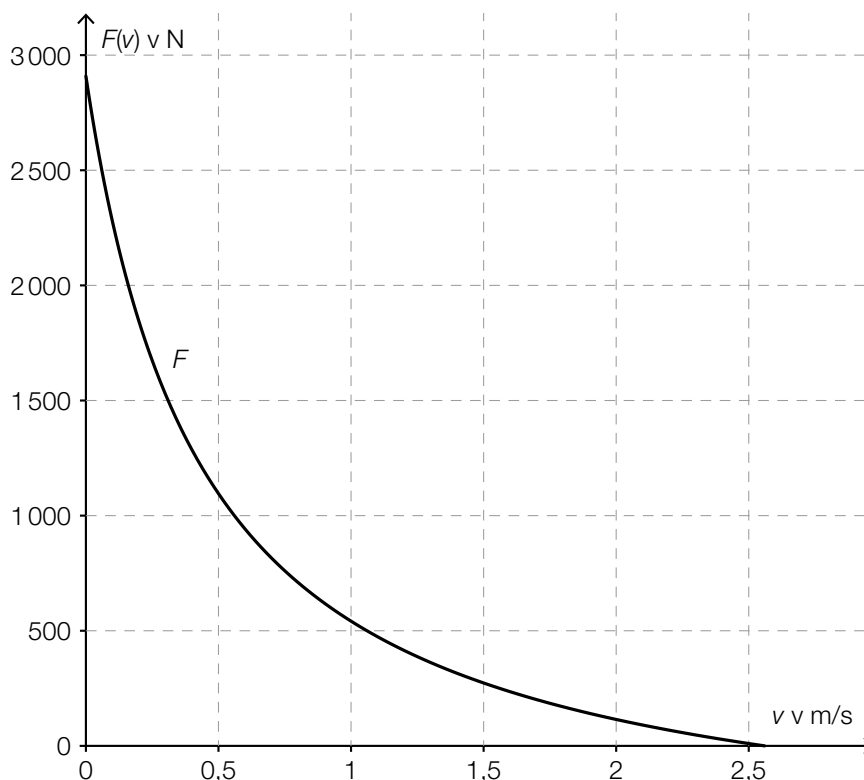
Ta odnos se da modelno opisati s formulo $F = \frac{c}{v + b} - a$.

Pri tem opisuje F velikost sile mišice (v newtonih), ki je možna v idealnih pogojih, pri vnaprej dani hitrosti kontrakcije v (v metrih na sekundo).

Parametri a (v N), b (v m/s) in c (v Wattih) so pozitivne realne količine, ki opisujejo lastnosti neke mišice.

Zgoraj navedeno formulo lahko razumemo kot funkcijsko enačbo neke funkcije F , s katero je opisana sila $F(v)$ v odvisnosti od hitrosti mišične kontrakcije v . Vrednosti a , b in c so pri tem za določeno mišico konstantne.

Graf funkcije F je narisano v nadaljevanju.



Zastavitev naloge:

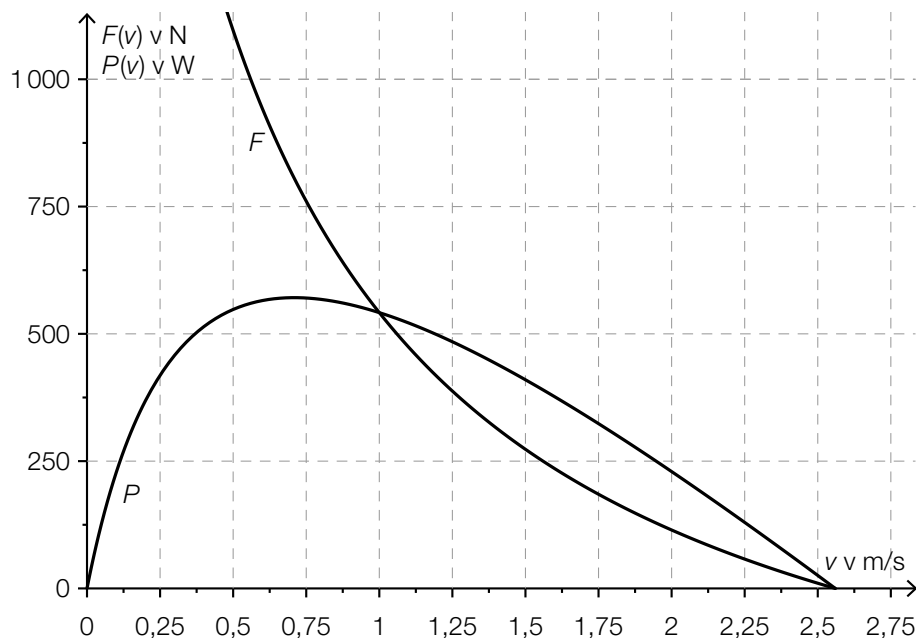
- a) S pomočjo grafike navedite vrednost $F(0)$ in pomen le-te v danem kontekstu.

Navedite, ali je s funkcijo F opisano obratno sorazmerje (indirektna proporcionalnost) med F in v ter utemeljite svojo odločitev.

- b) Za moč, ki jo lahko zmore mišica, velja formula: $P = F \cdot v$.

To formulo lahko pri konstantni sili F pojmuje kot enačbo funkcije P , s katero je opisana moč $P(v)$ v odvisnosti od hitrosti mišične kontrakcije v ($P(v)$ v W, v v m/s in F v N).

Na naslednji sliki sta za neko določeno mišico predstavljena grafa funkcije P in funkcije F , vsakič v odvisnosti od hitrosti mišične kontrakcije v .



A S pomočjo grafikona približno določite velikost tiste sile (v N), pri kateri ima ta mišica maksimalno moč.

S pomočjo grafike približno določite vrednost hitrosti mišične kontrakcije v_1 , pri kateri velja $P'(v_1) = 0$.

Naloga 3

Uničenje tropskega gozda

Različne študije obravnavajo uničenje tropskega gozda.

1992 je skupina, zbrana okrog ekonomista iz ZDA, Dennisa Meadowsa, objavila študijo *Nove meje rasti (Beyond the Limits)*.

V tej študiji je stanje tropskega gozda na Zemlji konec 1990 ocenjeno na 800 milijonov hektarjev. V letu 1990 je bilo izkrčenih približno 17 milijonov hektarjev. V študiji so bili razdelani naslednji trije »scenariji katastrofe«:

Scenarij 1: Letno relativno zmanjševanje gozdne površine ostane konstantno pri približno 2,1 %.

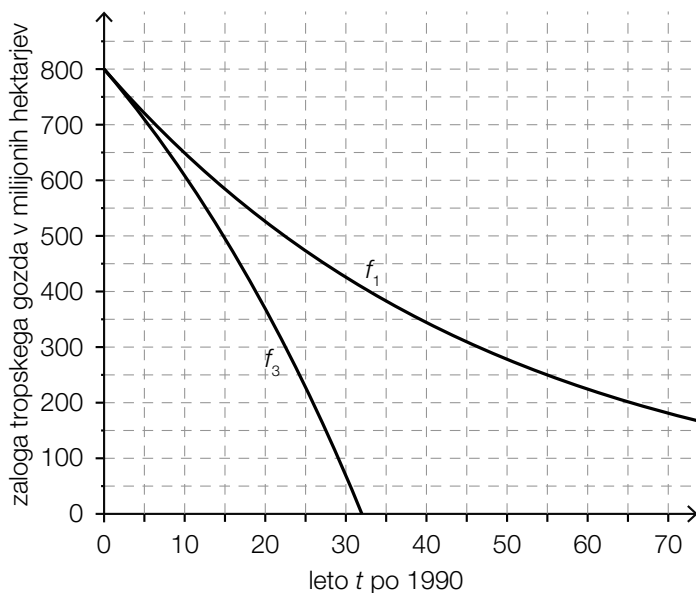
Scenarij 2: Posek 17 milijonov hektarjev ostane konstanten.

Scenarij 3: Vrednost stopnje poseka (vrednost spreminjanja) (v milijonih hektarjev letno) eksponentno narašča.

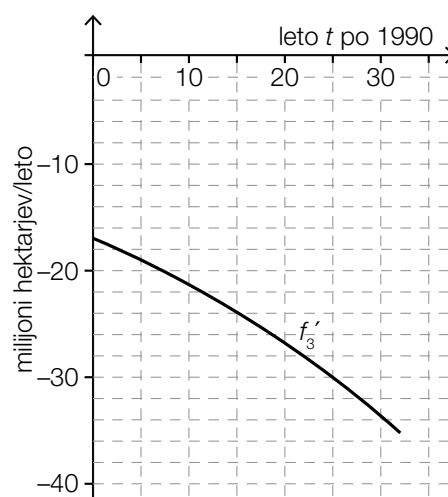
Na naslednji sliki 1 sta predstavljena grafa funkcij f_1 in f_3 , ki opisujeta zalogo tropskega gozda, ustrezajoč zgoraj opisanim scenarijem 1 in 3.

Naslednja slika 2 prikazuje graf funkcije odvoda f_3' za funkcijo f_3 , ki je predstavljena na sliki 1.

Slika 1:



Slika 2:



Zastavitev naloge:

- a) A Določite enačbo funkcije f_1 , pri čemer podaja spremenljivka t čas v letih, ki je pretekel po letu 1990.

Izračunajte, kdaj bo po scenariju 1 zaloga tropskega gozda upadla na manj kot 100 milijonov hektarjev.

- b) Navedite enačbo tiste funkcije f_2 , ki modelira zalogo tropskega gozda t let po 1990 pri privzetku konstantnega zmanjševanja za 17 milijonov hektarjev na leto.

Navedite, v katerem letu bi po tem modelu tropski gozd izginil iz zemeljske površine in vrišite graf te funkcije v sliko 1.

- c) V naslednjih zastavitvah nalog si privzemite Meadowsovo predpostavko eksponentno naraščajoče stopnje poseka in odgovorite s pomočjo danih slik.

Približno navedite tisti časovni trenutek t_1 , ob katerem je narasla trenutna stopnja poseka na ca. 24 milijonov hektarjev na leto.

S tem da odčitajte iz slik, približno določite vrednost integrala $\int_0^{t_1} f_3'(t) dt$, in navedite pomen v odvisnosti s posekom tropskih gozdov.

- d) Mednarodna skupina raziskovalcev okoli geografa Matthewa Hansena iz University of Maryland je s pomočjo satelitskih fotografij določila spreminjanje zaloge (stanja) dreves tropskega gozda od 2000 do 2012. Pri tem so ugotovili, da se v vsakem letu poseka povprečno za a milijonov hektarjev ($a > 0$) več, kot v letu poprej.

Utemeljite, zakaj scenarij 3, ki ga je postavil Meadows, najbolj ustreza opazovanju Matthewa Hansena.

Hansenova skupina navaja za a vrednost 0,2101 milijonov hektarjev na leto. Navedite, če so v Meadowsovem modelu za časovno obdobje 2000 do 2012 napovedane stopnje spremembe stopnje poseka večje ali manjše od tistih, ki jih je opazil Hansen in utemeljite vašo odločitev.

Naloga 4

Buccolam

Buccolam je tekoče zdravilo za zdravljenje akutnih, dalj časa trajajočih krčnih napadov pri osebah, ki so stare najmanj 3 mesece in mlajše od 18 let (v nadaljevanju »otroci«). Kot učinkovino vsebuje zelo močno učinkujoče pomirjevalo Midazolam.

V okviru neke klinične študije je bil Buccolam dajan 440 otrokom s krčnimi napadi. Pri 22 otrocih sta se pri tem kot stranska učinka pojavila slabost in bruhanje. Pri 308 zdravljenih otrocih so vidni znaki epileptičnih napadov izginili v roku 10 minut po vzetju zdravila.

Zastavitev naloge:

- a) Obstajajo štiri vrste injekcij Buccolama, vsaka s starostnemu obdobju ustreznim odmerkom Midazolama:

| starostno obdobje | odmerek Midazolama | barva nalepke |
|-------------------|--------------------|---------------|
| do < 1 leto | 2,5 mg | rumena |
| 1 leto do < 5 let | 5 mg | modra |
| 5 let do < 10 let | 7,5 mg | vijolična |
| 10 let do <18 let | 10 mg | oranžna |

Vir podatkov: http://www.ema.europa.eu/docs/de_DE/document_library/EPAR_-_Product_Information/human/002267/WC500112310.pdf [02.12.2016].

Te injekcije vsebujejo, glede na starostno obdobje, raztopino z ustreznim odmerkom Midazolama. Na primer vsebujejo injekcije z rumeno nalepko raztopino z prostornino od 0,5 ml.

V splošnem obstaja pri teh injekcijah med prostornino V raztopine (v ml) in odmerkom Midazolama (v mg) premo sorazmerna odvisnost.

S pomočjo enačbe opišite odvisnost med prostornino raztopine V in odmerkom Midazolama D .

Navedite, ali med starostjo (v letih) pacienta/patientke in odmerkom Midazolama, ki ga je potrebno dajati, obstaja linearna odvisnost ter utemeljite svojo odločitev na podlagi podatkov, podanih v gornji preglednici.

b) Relativna frekvenca stranskih učinkov H po dajanju zdravila, se razvršča kot sledi:

| | |
|------------|-------------------------|
| pogosto | $0,01 \leq H < 0,1$ |
| občasno | $0,001 \leq H < 0,01$ |
| redko | $0,0001 \leq H < 0,001$ |
| zelo redko | $H < 0,0001$ |

Vir podatkov: <https://www.vfa.de/de/patienten/patientenratgeber/ratgeber031.html> [02.12.2016] (prirejeno).

A Navedite kako bi morala biti razvrščena relativna frekvenca stranskih učinkov vrste »slabost in bruhanje« pri dajanju zdravila Buccolam, glede na v uvodu omenjeno klinično študijo.

V navodilu za uporabo Buccolama je pogostost stranskega učinka »kožni izpuščaj« navedena kot »občasno«.

Slučajna spremenljivka X opisuje, pri kolikih od 440, v okviru študije z Buccolamom zdravljenih otrok se je pojavil stranski učinek »kožni izpuščaj«, in je lahko privzeta kot binomsko porazdeljena slučajna spremenljivka s parametrom $p = 0,01$ ter s pričakovano vrednostjo μ in standardnim odklonom σ .

Navedite, pri kolikih otrocih v omenjeni študiji sme nastopiti stranski učinek »kožni izpuščaj«, da bo število otrok, ki jih prizadene, ležalo na intervalu $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$.

c) Dejanski delež pacientov/pacientk, pri katerih vidni znaki krčnega napada izginejo v roku 10 minut po vzetju zdravila, označimo s p .

Glede na v uvodu navedene podatke klinične študije določite za p simetrični konfidenčni interval (interval zaupanja) z gotovostjo $\gamma = 0,95$.

V neki drugi študiji o učinkih Buccolama je bilo v preiskavo vključenih n_1 otrok. Rezultati so z isto metodologijo pripeljali do simetričnega konfidenčnega intervala $[0,67; 0,73]$ z gotovostjo γ_1 .

Utemeljite, zakaj vrednosti $n_1 < 400$ in $\gamma_1 = 0,99$ niso mogle biti osnova za izračun tega konfidenčnega intervala.

