

Ime:	
Razred:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

16. januar 2018

Matematika

1. del – naloge

--

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Delovni zvezek z nalogami 1. dela, ki je pred Vami, vsebuje 24 nalog. Naloge so za reševanje med seboj neodvisne. Na voljo imate 120 minut čistega časa za reševanje.

Uporabljajte pisalo v modri ali črni barvi, ki ga ni moč odstraniti z radirko. Pri konstrukcijskih nalogah lahko uporabite tudi svinčnik.

Za reševanje uporabljajte izključno ta delovni zvezek. Na prvi strani delovnega zvezka vpišite v za to predvideno polje svoje ime in priimek.

Vsi odgovori morajo biti vpisani v delovni zvezek. Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano. Rešitev naloge mora biti pri tem jasno razvidna. Če rešitev ni jasno razvidna, ali če so navedene različne rešitve, velja naloga za nerešeno. Svoje zapiske prečrtajte.

Pri reševanju smete uporabljati dovoljeno zbirko formul in običajne elektronske pripomočke.

Delovni zvezek morate oddati.

Vrednotenje

Vsaka naloga iz 1. dela bo ovrednotena z 0 točk ali z 1 točko, vsaka delna naloga iz 2. dela pa z 0, 1 ali 2 točkama. Z označene zastavitve nalog bodo ovrednotene z 0 točk ali z 1 točko.

- Če bo v 1. delu pravilno rešenih vsaj 16 od 24 nalog, bo delo ocenjeno pozitivno.
- Če bo v 1. delu pravilno rešenih manj kot 16 od 24 nalog, bodo za izravnavo bistvenega območja znanja, v skladu z odredbo o ocenjevanju znanj, upoštewane z označene naloge iz 2. dela. Če bo ob upoštevanju z označenih nalog iz 2. dela vsaj 16 nalog pravilno rešenih, bo delo ocenjeno pozitivno. Če pa bo tudi z upoštevanjem z označenih nalog iz 2. dela pravilno rešenih manj kot 16 nalog, bo delo ocenjeno z »nezadostno«.
- Če bo v 1. delu (ob upoštevanju izravnalnih točk) doseženih vsaj 16 točk, se bo delo ocenjevalo po naslednjem ključu:

Genügend	zadostno	16 – 23 točk
Befriedigend	povoljno	24 – 32 točk
Gut	dobro	33 – 40 točk
Sehr gut	prav dobro	41 – 48 točk

Pojasnilo k formatom odgovorov

Nekatere naloge imajo **proste formate odgovorov**; pri tem Vaš odgovor vpišete v delovni zvezek neposredno pod vsakokratno zastavitev naloge. Nadaljnji formati odgovorov, ki lahko pridejo v poštev pri pisnem izpitu (klavzuri), so predstavljeni kot sledi:

Prirjevalni format: za ta format je značilno več izjav (oz. tabel ali slik), nasproti katerim stoji več možnosti odgovorov. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da vsaki izjavi priredite ustrezno možnost odgovora z vnosom odgovoru pripadajoče črke!

Primer:
Dani sta dve enačbi.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	seštevanje
B	deljenje
C	množenje
D	odštevanje

Zastavitev naloge:
Danima enačbama priredite vsakič ustrezno oznako (izmed možnosti A do D).

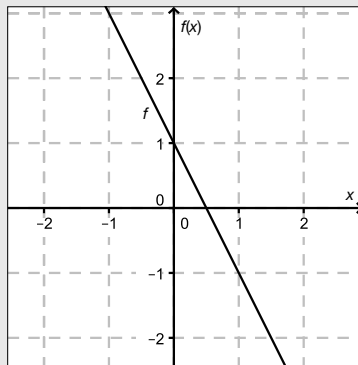
Konstruktivski format: Podana je naloga in zastavitev vprašanja. Naloga zahteva dopolnitev s točkami, premicami in/ali krivuljami v delovni zvezek.

Primer:

Dana je linearna funkcija f z $f(x) = k \cdot x + d$.

Zastavitev naloge:

V dani koordinatni sistem narišite graf linearne funkcije pri pogojih: $k = -2$ in $d > 0$.



Format multiple-choice v različici »1 izmed 6«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in šest možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **eno možnost odgovora**. Naloga tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite edino pravilno možnost odgovora!

Primer:

Katera enačba je pravilna?

Zastavitev naloge:

S križcem označite ustrezno enačbo.

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Format multiple-choice v različici »2 izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **dve možnosti odgovora**. Naloga tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite obe pravilni možnosti odgovora!

Primer:

Kateri enačbi sta pravilni?

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezni enačbi.

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Format multiple-choice v različici »x izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **eno, dve, tri, štiri ali pet možnosti odgovora**. V zastavitvi naloge vedno najdete zahtevo »S križcem označite veljavno(-e) izjavo(-e)/ enačbo(-e)/ ...!« Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da s križcem označite pravilno možnost/ pravilne možnosti odgovora!

Primer:
Katera(-e) izmed navedenih enačb je/ so pravilna(-e)?

$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 10$	<input checked="" type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno(-e) enačbo(-e).

Luknjičasto besedilo: Za ta format odgovora je značilen stavek z dvema vrzelima (luknjama), kar pomeni, da sta v besedilu naloge izpostavljeni dve mesti, ki ju je potrebno dopolniti. Za vsako vrzel (luknjo) so podane tri možnosti vnosa. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da za vsako od vrzel (lukenj) s križcem označite obe pravilni možnosti vnosa!

Primer:
Dane so 3 enačbe.

Zastavitev naloge:
V naslednjem stavku dopolnite vrzeli (luknje) v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezne dele stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Operacija, predstavljena z enačbo _____^①, se imenuje izračunanje vsote ali _____^②.

①		②	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>	množenje (multiplikacija)	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>	odštevanje (subtrakcija)	<input type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>	seštevanje (adicija)	<input checked="" type="checkbox"/>

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, pri katerih je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v zeleni okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ «, nato pa spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite zeleni prebarvani okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

Če imate še kakšno vprašanje, se prosimo obrnite na svojo učiteljico/ svojega učitelja!

Veliko uspeha pri reševanju!

Naloga 1

Število oseb v avtobusu

Spremenljivka F označuje število (ženskih) potnic v nekem avtobusu, M označuje število (moških) potnikov v tem avtobusu. Skupaj z voznikom (moški) je v tem avtobusu dvakrat toliko moških kot žensk. (Voznik ni vštet pri potnikih.)

Zastavitev naloge:

S križcem označite tisto enačbo, ki pravilno opisuje povezavo med številom žensk in številom moških v tem avtobusu.

$2 \cdot (M + 1) = F$	<input type="checkbox"/>
$M + 1 = 2 \cdot F$	<input type="checkbox"/>
$F = 2 \cdot M + 1$	<input type="checkbox"/>
$F + 1 = 2 \cdot M$	<input type="checkbox"/>
$M - 1 = 2 \cdot F$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot F = M$	<input type="checkbox"/>

Naloga 2

Čas vožnje vlaka

Ob 8:00 odpelje tovorni vlak iz Salzburga v smeri Linza. Iz 124 km oddaljene železniške postaje Linz odpelje pol ure kasneje hitri vlak v smeri Salzburga. Tovorni vlak se giblje s povprečno hitrostjo 100 km/h, povprečna hitrost hitrega vlaka je 150 km/h.

Zastavitev naloge:

S t označimo čas vožnje tovornega vlaka v urah, ki poteče do srečanja obeh vlakov. Navedite enačbo za izračun časa vožnje tovornega vlaka t in izračunajte ta čas vožnje.

Naloga 3

Rešitve kvadratne enačbe

Enačbo, ki jo lahko preoblikujemo v obliko $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ pri $a, b, c \in \mathbb{R}$ in $a \neq 0$, imenujemo kvadratna enačba z neznanko x in koeficienti a, b, c .

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezen del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Kvadratna enačba oblike $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ pri _____^①, ima v vsakem primeru _____^②.

①	
$a > 0$ in $c > 0$	<input type="checkbox"/>
$a > 0$ in $c < 0$	<input type="checkbox"/>
$a < 0$ in $c < 0$	<input type="checkbox"/>

②	
dve različni realni rešitvi	<input type="checkbox"/>
natanko eno realna rešitev	<input type="checkbox"/>
nič realnih rešitev	<input type="checkbox"/>

Naloga 4

Ortogonalni vektorji

Dani so spodaj navedeni vektorji:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$

Zastavitev naloge:

Izračunajte x tako, da bosta vektorja \vec{c} in \vec{d} med seboj pravokotna.

Naloga 5

Naklon strešnega žleba

Strešni žleb ima določeno dolžino l (v metrih). Da voda lahko dobro odteka, mora biti žleb nagnjen najmanj za kot α glede na horizontalo. Zaradi tega nastane med obema koncema žleba razlika v višini za vsaj h metrov.

Zastavitev naloge:

Navedite formulo za izračun h v odvisnosti od l in α .

$h =$ _____

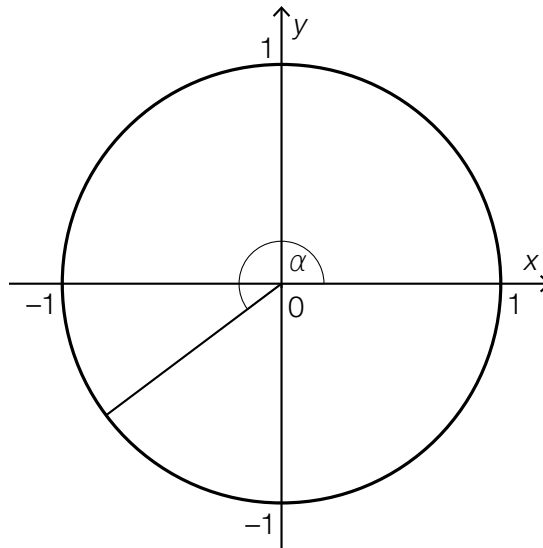
Naloga 6

Kot na enotski krožnici

Na naslednji sliki je predstavljen kot α na enotski krožnici.

Zastavitev naloge:

V sliko narišite tisti kot β iz intervala $[0^\circ; 360^\circ]$ pri $\beta \neq \alpha$, za katerega velja $\cos(\beta) = \cos(\alpha)$.



Naloga 7

Stefan-Boltzmannov zakon

Izsev zvezde L je opisan z naslednjo formulo:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot T^4 \cdot \sigma$$

Pri tem je R polmer zvezde in T efektivna temperatura (površinska temperatura) zvezde; σ je konstanta (tako imenovana Stefan-Boltzmannova konstanta).

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezen del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Za različne zvezde z enakim, znanim polmerom zvezde R je izsev L funkcija ①; pri tem gre za ②.

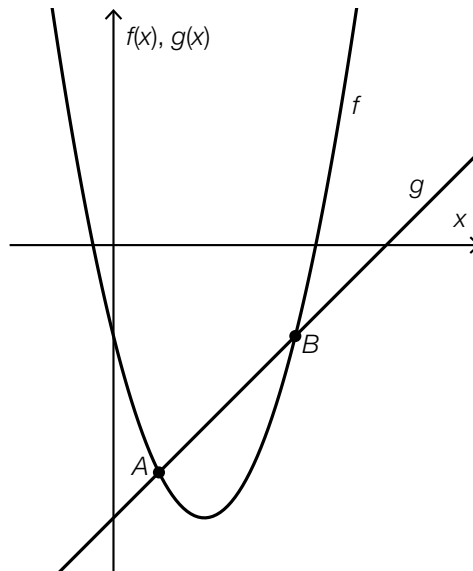
①	
polmera zvezde R	<input type="checkbox"/>
efektivne temperature T	<input type="checkbox"/>
konstante σ	<input type="checkbox"/>

②	
linearno funkcijo	<input type="checkbox"/>
potenčno funkcijo	<input type="checkbox"/>
eksponentno funkcijo	<input type="checkbox"/>

Naloga 8

Presečišča

Na naslednji sliki sta predstavljena graf funkcije f pri $f(x) = x^2 - 4 \cdot x - 2$ in graf funkcije g pri $g(x) = x - 6$, ter označeni njuni presečišči A in B .



Zastavitev naloge:

Določite koeficienta a in b kvadratne enačbe $x^2 + a \cdot x + b = 0$ tako, da sta obe rešitvi te enačbe x-koordinati presečišč A in B .

Naloga 9

Smerni koeficient (vzpon) linearne funkcije

Graf neke linearne funkcije f poteka skozi točki $A = (a|b)$ in $B = (5 \cdot a|-3 \cdot b)$ pri $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Zastavitev naloge:

Določite smerni koeficient (vzpon) k linearne funkcije f .

$k =$ _____

Naloga 10

Proces spreminjanja

Z enačbo $N(t) = 1,2 \cdot 0,98^t$ je opisan proces spreminjanja neke količine N v odvisnosti od časa t .

Zastavitev naloge:

Kateri od navedenih procesov spreminjanja je lahko opisan z dano enačbo? S križcem označite ustrežni proces spreminjanja.

Na časovno enoto razpade 0,02 % količine neke radioaktivne substance, razpoložljive v vsakokratnem dnevu.	<input type="checkbox"/>
V neki zbiralnik priteče na časovno enoto 0,02 m ³ vode.	<input type="checkbox"/>
Na časovno enoto se razgradi 1,2 mg učinkovine nekega zdravila.	<input type="checkbox"/>
Število prebivalcev neke dežele narašča za 1,2 % na časovno enoto.	<input type="checkbox"/>
Vrednost neke nepremičnine narašča za 2 % na časovno enoto.	<input type="checkbox"/>
Temperatura nekega telesa se niža za 2 % na časovno enoto.	<input type="checkbox"/>

Naloga 11

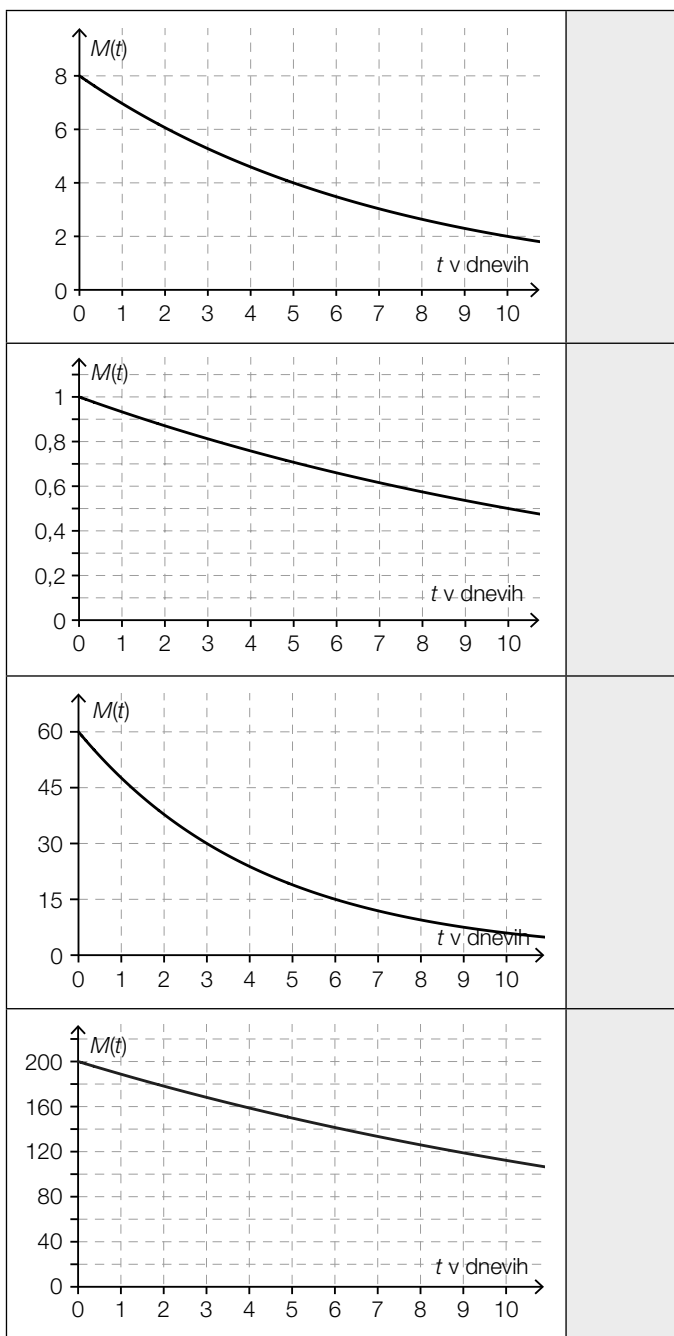
Razpolovni časi

Naslednje slike prikazujejo grafe eksponentnih funkcij, ki vsakič opisujejo odvisnost količine neke radioaktivne substance od časa.

Pri tem podaja $M(t)$ količino (v mg) v časovnem trenutku t (v dnevih).

Zastavitev naloge:

Štirim grafom vsakič priredite ustrezní razpolovni čas (izmed A do F).

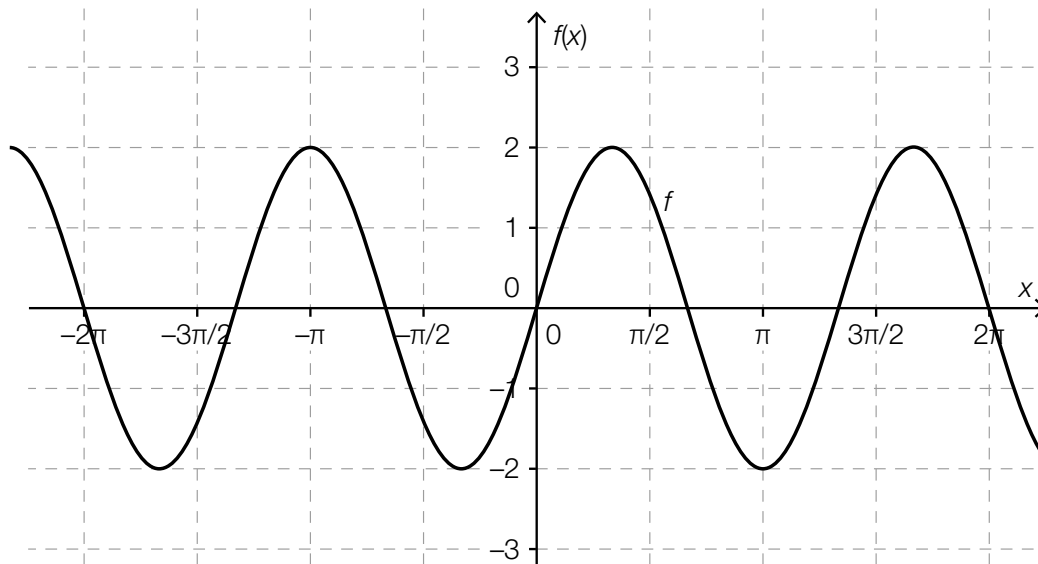


A	1 dan
B	2 dni
C	3 dni
D	5 dni
E	10 dni
F	več kot 10 dni

Naloga 12

Parametri sinusne funkcije

Dan je graf funkcije f pri $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$, kjer $a, b \in \mathbb{R}^+$.



Zastavitev naloge:

Za narisani graf podajte ustrezne vrednosti parametrov a in b .

$a =$ _____

$b =$ _____

Naloga 13

Radioaktivni razpad

Vrednost $m(t)$ označuje obstoječo količino neke radioaktivne snovi po t dneh.

Zastavitev naloge:

Eden od spodaj navedenih izrazov opisuje relativno spremembo količine radioaktivne snovi v prvih treh dneh.

S križcem označite ustrezeni izraz.

$m(3) - m(0)$	<input type="checkbox"/>
$\frac{m(3) - m(0)}{3}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{m(0)}{m(3)}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{m(3) - m(0)}{m(0)}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{m(3) - m(0)}{m(0) - m(3)}$	<input type="checkbox"/>
$m'(3)$	<input type="checkbox"/>

Naloga 14

Odvod

Danih je šest funkcijskih enačb s parametrom k , pri čemer je $k \in \mathbb{Z}$ in $k \neq 0$.

Zastavitev naloge:

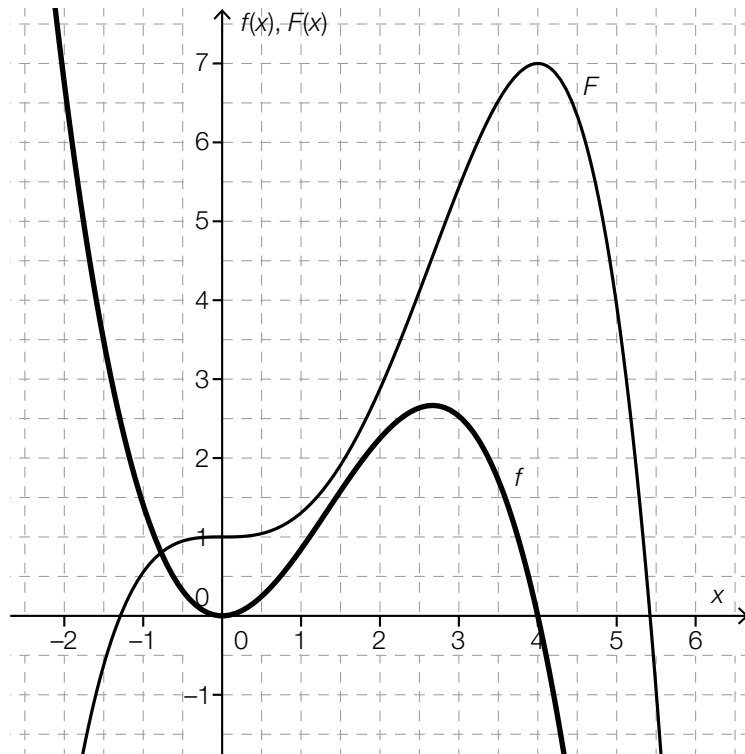
Za katero od danih funkcijskih enačb velja zveza $f'(x) = k \cdot f(x)$ za vse $x \in \mathbb{R}$?
S križcem označite ustrezno funkcijsko enačbo.

$f(x) = k$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = \frac{k}{x}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = k \cdot x$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = x^k$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = e^{k \cdot x}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = \sin(k \cdot x)$	<input type="checkbox"/>

Naloga 15

Ploščina

Na spodnji sliki sta predstavljena graf polinomske funkcije f tretje stopnje in graf ene od njenih prvotnih (primitivnih) funkcij F .



Zastavitev naloge:

Graf funkcije f in pozitivni del x -osi omejujeta na intervalu $[0; 4]$ končno ploskev. Določite ploščino te ploskve.

Naloga 16

Prevoj

Neka polinomska funkcija tretje stopnje f ima odvod f' pri $f'(x) = 12 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 8$.

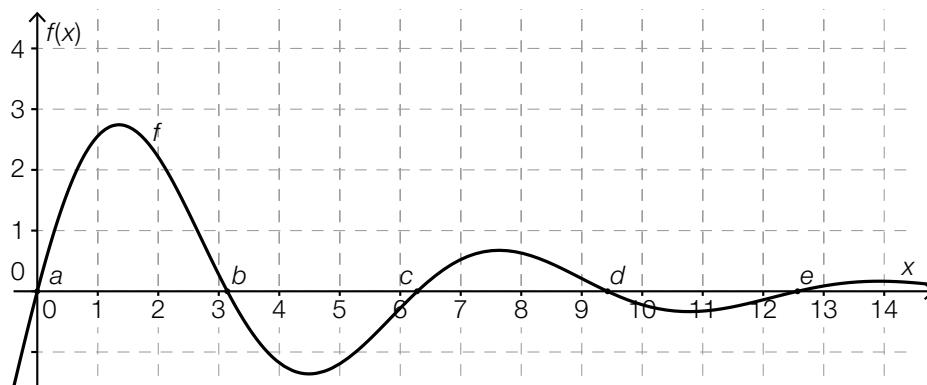
Zastavitev naloge:

Navedite, ali ima funkcija f na mestu $x = 6$ prevoj (obračaj) in utemeljite svojo odločitev.

Naloga 17

Določeni integral

Graf funkcije f seka x -os na nekem določenem območju na mestih a, b, c, d in e .



Zastavitev naloge:

Kateri od spodaj navedenih določenih integralov ima vrednost, ki je večja od 0? S križcem označite oba ustrezna določena integrala.

$\int_a^c f(x) dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_b^c f(x) dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_b^d f(x) dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_a^b f(x) dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_d^e f(x) dx$	<input type="checkbox"/>

Naloga 18

Izpuh škodljivih snovi

Nekega zimskega dne se meri izpuh škodljivih snovi nekega dimnika.

Funkcija $A: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ opisuje odvisnost trenutnega izpuha škodljivih snovi $A(t)$ v odvisnosti od časa t , pri čemer se $A(t)$ meri v gramih na uro in t v urah ($t = 0$ ustreza času 00:00).

Zastavitev naloge:

V danem kontekstu pojasnite izraz $\int_7^{15} A(t) dt$.

Naloga 19

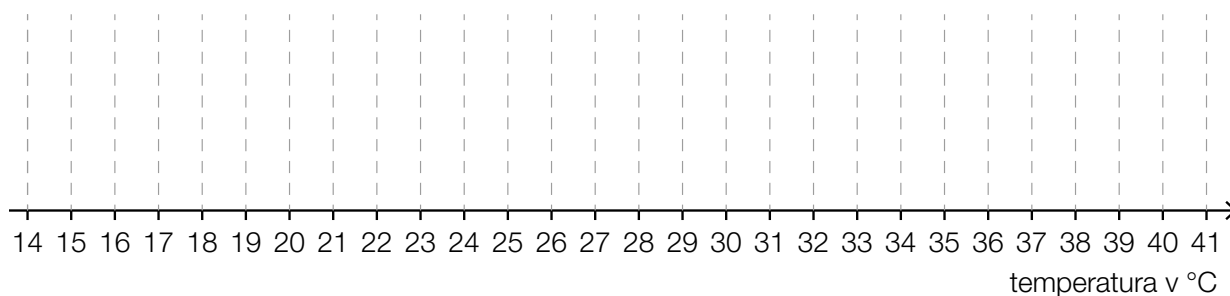
Statistične predstavitve

Na nekem meteorološkem merilnem mestu so se beležile najvišje dnevne temperature za časovno obdobje enega meseca v nekem zelo vročem poletju. Izmerjene vrednosti v stopinjah Celzija je moč povzeti iz naslednjega steblo-list-diagrama.

1	9
2	2 2 3 3 3
2	5 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 7
3	1 1 1 2 3 3 3 4 4 4
3	8
4	0 0

Zastavitev naloge:

Zabeležene najvišje dnevne temperature predstavite v diagramu škatla z brki (Boxplot-diagramu).



Naloga 20

Aritmetična sredina

V nekem razredu je 25 učencev/-k, od katerih se ena učenka vodi kot izredna učenka.

Pri nekem testu znaša aritmetična sredina točk, doseženih pri vseh 25 učenkah in učencih, 12,6. Aritmetična sredina točk, ki so jih dosegli tisti, ki niso vodeni kot izredni učenci in učenke, znaša 12,5.

Zastavitev naloge:

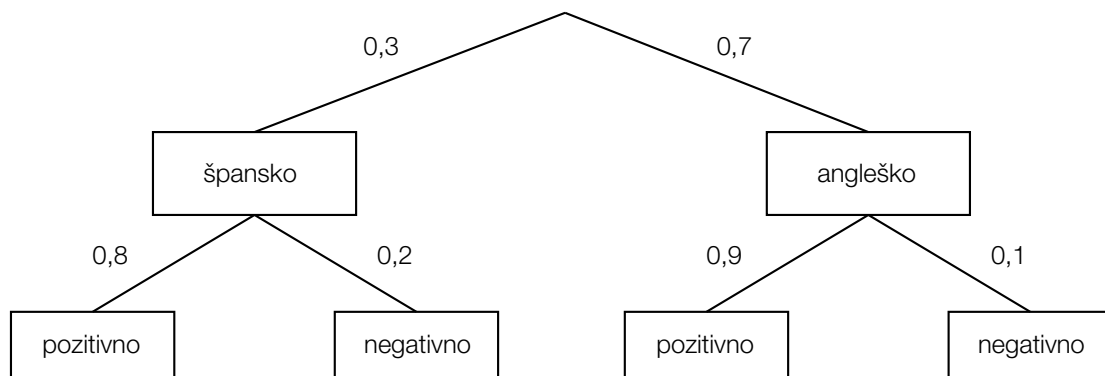
Izračunajte, koliko točk je pri tem testu dosegla učenka, ki je vodena kot izredna učenka.

Naloga 21

Izpit

Da bi dobili štipendijo za bivanje v tujini, so morali študentje opraviti izpit bodisi iz španščine ali iz angleščine.

V naslednjem drevesnem diagramu so za vsakega od jezikov navedeni deleži študentov, ki so pristopili k izpitu. Ob tem podaja drevesni diagram tudi informacijo o deležih pozitivnih oz. negativnih izpitnih rezultatov.



Zastavitev naloge:

Slučajno izberemo zapisnik izpita ene/enega izmed študentk/-tov, ki so pristopili k opravljanju.

V danem kontekstu pojasnite izraz $0,7 \cdot 0,9 + (1 - 0,7) \cdot 0,8$.

Naloga 22

Verjetnost

Slučajna spremenljivka X ima zalogo vrednosti $\{0, 1, \dots, 9, 10\}$.

Dani sta obe verjetnosti $P(X = 0) = 0,35$ in $P(X = 1) = 0,38$.

Zastavitev naloge:

Izračunajte verjetnost $P(X \geq 2)$!

$P(X \geq 2) =$ _____

Naloga 23

Grmi vrtnic

Določeni odstotek grmov vrtnic neke vrste vrtnic ima rumene cvetove. Na neki gredi je posajeno določeno število grmov te vrste vrtnic. Slučajna spremenljivka X je binomsko porazdeljena in podaja število rumeno cvetočih grmov vrtnic. Pri tem znaša pričakovana vrednost za število X rumeno cvetočih grmov vrtnic 32 in standardni odklon ima vrednost 4.

Postavljena je naslednja primerjava:

»Verjetnost, da se na tej gredi nahaja vsaj 28 in največ 36 rumeno cvetočih grmov vrtnic, je večja kot verjetnost, da je več kot 32 rumeno cvetočih grmov vrtnic.«

Zastavitev naloge:

Navedite, ali ta primerjava drži in utemeljite svojo odločitev.

Naloga 24

Gotovost intervala zaupanja

Polnilne naprave nekega podjetja morajo biti v določenih časovnih razmakih preverjene in morebiti na novo nastavljene.

Po nastavitvi neke polnilne naprave je bilo izmed 1 000 preverjenih pakiranj 30 neustrezno napoljenih. Za neznan relativni delež p neustrezno napoljenih pakiranj je bil s strani podjetja podan simetrični interval zaupanja (konfidenčni interval) $[0,02; 0,04]$.

Zastavitev naloge:

Pri uporabi normalne porazdelitve, ki aproksimira binomsko porazdelitev, navedite gotovost tega intervala zaupanja.