

Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

16. Jänner 2018

# Angewandte Mathematik

Teil A + Teil B (Cluster 1)

Korrekturheft

# Korrektur- und Beurteilungsanleitung zur standardisierten schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie für den BHS-Bereich im entsprechenden Erlass zur Beurteilung, der auf der Website <https://ablauf.srdp.at/> abrufbar ist.)

## Kompetenzbereiche

Im Beurteilungsmodell für die Angewandte Mathematik wird zwischen zwei Kompetenzbereichen unterschieden:

- *Kompetenzbereich A (KA)* umfasst die unabhängig<sup>1</sup> erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B (KB)* umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche“ eines Klausurheftes dar.

## Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen“ wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend“ (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punktermittlung soll die Arbeit der Kandidatin/des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin/vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

## Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

44–48 Punkte	Sehr gut
39–43 Punkte	Gut
34–38 Punkte	Befriedigend
23–33 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

<sup>1</sup> Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

# Handreichung zur Korrektur der standardisierten schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik

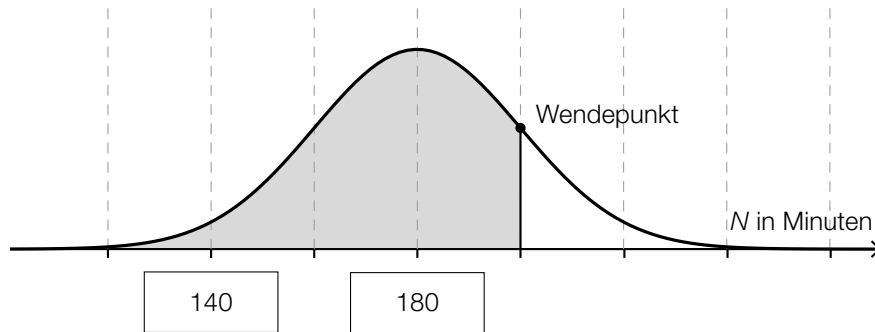
1. In der Lösungserwartung ist nur ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.
2. Der Lösungsschlüssel ist unter Beachtung folgender Vorgangsweisen **verbindlich** anzuwenden:
  - a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.
  - b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.
  - c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.
  - d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum **Beispiel**: Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
  - e. Werden von der Kandidatin/vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
  - f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
  - g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
  - h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.
  - i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

# Aufgabe 1

## Internet

### Möglicher Lösungsweg

a)



b)  $0,25 \cdot \frac{1}{8} = 0,03125$

Sie wendet etwa 3 % ihrer gesamten Internet-Nutzungsdauer für dieses Spiel auf.

c) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

arithmetisches Mittel:  $\bar{x} = 3,95$  h

Standardabweichung:  $s = 1,627... h$

*Auch eine Berechnung der Standardabweichung als  $s_{n-1} = 1,669... h$  ist als richtig zu werten.*

### Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Eintragen der beiden fehlenden Zeiten (KA)

1 × A2: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit in der gegebenen Abbildung (KB)

b) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes (KA)

c) 1 × B: für die richtige Berechnung des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung (s bzw.  $s_{n-1}$ ) (KA)

## Aufgabe 2

### Erfassen der Geschwindigkeit

#### Möglicher Lösungsweg

a)  $s_1(0) = 0$   
 $s_1(1) = 1$   
 $s_1(2,5) = 3$

oder:

$$\begin{aligned}0 &= a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\1 &= a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\3 &= a \cdot 2,5^2 + b \cdot 2,5 + c\end{aligned}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$\begin{aligned}a &= \frac{2}{15} \\b &= \frac{13}{15} \\c &= 0\end{aligned}$$

b)  $v_2(t) = s_2'(t) = -t^2 + 4 \cdot t + \frac{1}{3}$   
 $v_2(0) = \frac{1}{3} \neq 0$

Das Auto hatte zu Beginn des angegebenen Zeitintervalls eine Geschwindigkeit ungleich 0.

$$a_2(t) = s_2''(t) = -2 \cdot t + 4$$

$$a_2(t_0) = 0 \Rightarrow t_0 = 2$$

An der Stelle  $t_0 = 2$  gilt:

$$v_2'(2) = a_2(2) = 0$$

$$v_2''(2) = a_2'(2) = -2 < 0$$

Daraus folgt, dass die Geschwindigkeit zur Zeit  $t_0$  maximal ist.

*Eine Überprüfung der Randstellen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.*

c)  $v_3(t) = 5 \cdot t + 10$  mit  $1 \leq t \leq 3$

Integrieren ergibt:

$$s_3(t) = \frac{5}{2} \cdot t^2 + 10 \cdot t + C$$

Wegen  $s_3(1) = 15$  gilt:

$$s_3(t) = \frac{5}{2} \cdot t^2 + 10 \cdot t + \frac{5}{2} \text{ mit } 1 \leq t \leq 3$$

$t$  ... Zeit in s

$s_3(t)$  ... zurückgelegter Weg zur Zeit  $t$  in m

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten (KB)
- b) 1 × D1: für den richtigen Nachweis, dass die Geschwindigkeit ungleich null ist (KA)  
1 × B: für die richtige Berechnung der Zeit  $t_0$  (KA)  
1 × D2: für den richtigen Nachweis, dass die Geschwindigkeit zur Zeit  $t_0$  maximal ist (KB)  
Eine Überprüfung der Randstellen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KB)

# Aufgabe 3

## Bevölkerungsentwicklung

### Möglicher Lösungsweg

a)  $N_1(t) = k \cdot t + d$

$$d = N_1(0) = 7\,965$$

$$k = \frac{4\,524 - 7\,965}{22} = -156,4\dots$$

$$N_1(t) = -156 \cdot t + 7\,965$$

Im gegebenen Zeitraum nahm die Bevölkerungszahl im Mittel pro Jahr um etwa 156 Personen ab.

b)

P	C
Q	B

A	$N_2'(t) > 0$ und $N_2''(t) > 0$
B	$N_2'(t) < 0$ und $N_2''(t) > 0$
C	$N_2'(t) < 0$ und $N_2''(t) < 0$
D	$N_2'(t) > 0$ und $N_2''(t) < 0$

c)  $N_3(t) = N_3(0) \cdot a^t$

$$4\,524 = 10\,068 \cdot a^{33} \Rightarrow a = 0,976\dots$$

$$N_3(t) = 10\,068 \cdot 0,976\dots^t$$

$$N_3(49) = 3\,069,5\dots$$

Gemäß diesem Modell ist für den Beginn des Jahres 2030 eine Bevölkerungszahl von etwa 3070 Personen zu erwarten.

oder:  $N_3(t) = N_3(0) \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$4\,524 = 10\,068 \cdot e^{-\lambda \cdot 33} \Rightarrow \lambda = 0,024\dots$$

$$N_3(t) = 10\,068 \cdot e^{-0,024\dots \cdot t}$$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen einer Gleichung der Funktion  $N_1$  (KA)  
 1 × C: für die richtige Interpretation des Werts der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang (KB)
- b) 1 × C: für die richtige Zuordnung (KA)
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen einer Gleichung der Funktion  $N_3$  (KA)  
 1 × B: für das richtige Ermitteln der Bevölkerungszahl für den Beginn des Jahres 2030 (KB)

# Aufgabe 4

## Fußball

### Möglicher Lösungsweg

- a) Der Ausdruck  $25^{1,32} + 30^{1,32}$  wurde nicht eingeklammert.

Berechnung mithilfe der Formel:

$$25^{1,32} : (25^{1,32} + 30^{1,32}) \cdot 36 \cdot 2,753 = 43,6... \approx 44$$

Verdoppelung der Punkte nach der ersten Saisonhälfte:  $19 \cdot 2 = 38$

Die Zahl, die mit der Formel berechnet wurde, ist näher an der tatsächlichen Punkteanzahl als die Verdoppelung der Punkte in der ersten Saisonhälfte.

$\sqrt[100]{T^{132}}$	<input checked="" type="checkbox"/>

- b)  $n = 5$  und  $p = 0,8$

$X$  ... Anzahl der verwandelten Elfmeter

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$P(X = 4) = 0,4096$$

- c)  $\overline{AE}: \sqrt{3^2 + 11^2} = \sqrt{130}$

$$\overline{EP}: \cos(\alpha) = \frac{\overline{AE}}{\overline{EP}} \Rightarrow \overline{EP} = \frac{\sqrt{130}}{\cos(5^\circ)} = 11,445...$$

$$\overline{EP} \approx 11,45 \text{ m}$$

$$\frac{11,44... \text{ m}}{0,4 \text{ s}} = 28,61... \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 103 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C1: für die richtige Beschreibung, welcher Fehler gemacht wurde (KA)  
1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KA)  
1 × C2: für das richtige Ankreuzen (KA)
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)
- c) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge  $\overline{EP}$  (KA)  
1 × B2: für die richtige Berechnung der mittleren Geschwindigkeit in km/h (KB)



# Aufgabe 5

## Der Genfer See

### Möglicher Lösungsweg

a)  $h'(t_{\max}) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_{\max} = 5,673\dots$$

$$h(t_{\max}) = 157,72\dots$$

prozentueller Unterschied zur angegebenen maximalen Höhe:

$$\frac{157,72\dots - 140}{140} = 0,1265\dots \approx 12,7 \%$$

- b) Mit dem Ausdruck wird die gesamte Wassermenge in  $\text{m}^3$  berechnet, die innerhalb dieser 48 Stunden den See durch den Abfluss verlassen hat.

$F$ ist monoton steigend im Intervall $[4; 26]$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

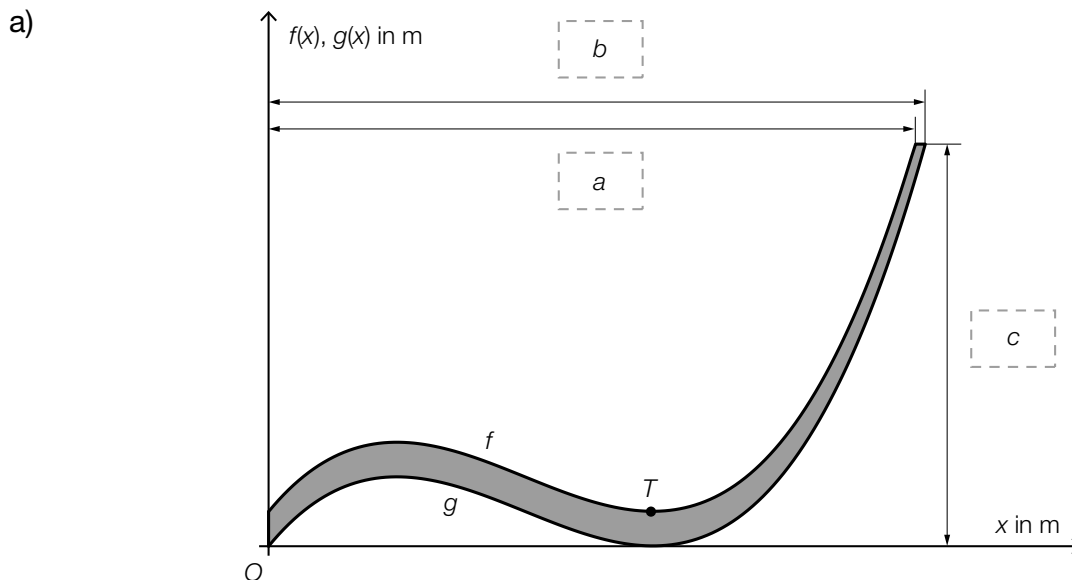
### Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung des prozentuellen Unterschieds (KB)  
b) 1 × C1: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang mit Angabe der entsprechenden Einheit (KA)  
1 × C2: für das richtige Ankreuzen (KB)

# Aufgabe 6 (Teil B)

## Im Möbelhaus

### Möglicher Lösungsweg



$$f'(x) = 0$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$(x_1 = 0,365\dots), x_2 = 1,093\dots$$

$$f(x_2) = 0,100\dots$$

$$T \approx (1,09 | 0,10)$$

$$\alpha = \arctan(f'(1,6)) = \arctan(1,938\dots) = 62,711\dots^\circ \approx 62,71^\circ$$

Auch eine Berechnung des Winkels im Bogenmaß ist als richtig zu werten.

Die ersten Ableitungen der beiden Funktionen sind identisch, also haben die beiden Funktionen an jeder Stelle die gleiche Steigung.

b)  $g(x) = \sin(x) + 1,96$  oder  $g(x) = f(x) + 1,46$

$$2,46 = a \cdot \sin(0) + b \Rightarrow b = 2,46$$

$$3,96 - 2,46 = 1,5 \Rightarrow a = 1,5$$

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Eintragen von  $a$ ,  $b$  und  $c$  (KA)  
 1 × B1: für die richtige Berechnung der Koordinaten von  $T$  (KA)  
 1 × B2: für die richtige Berechnung des Steigungswinkels (KA)  
 Auch eine Berechnung des Winkels im Bogenmaß ist als richtig zu werten.  
 1 × D: für die richtige Begründung (KA)
- b) 1 × A: für das richtige Aufstellen einer Gleichung der Funktion  $g$  (KA)  
 1 × B: für das richtige Bestimmen der Koeffizienten  $a$  und  $b$  (KA)

# Aufgabe 7 (Teil B)

## Ausbreitung von Licht

### Möglicher Lösungsweg

- a) Der Nenner muss größer gleich dem Zähler sein, also:  $0,5 \cdot \lambda \leq d$ .

$$\frac{(n + 0,5) \cdot 632 \cdot 10^{-9}}{0,01 \cdot 10^{-3}} \leq 1 \Rightarrow n \leq 15,3\dots$$

Daher gibt es für  $n = 0, 1, 2, \dots, 15$  jeweils eine Lösung für  $\alpha$ .

- b) Berechnung der Schenkel des gleichschenkeligen Dreiecks und des Winkels zwischen den Schenkeln:  $s = \sqrt{17^2 + 5^2} = 17,72\dots$

$$\gamma = 2 \cdot \arctan\left(\frac{5}{17}\right) = 32,77\dots^\circ$$

Mit dem Cosinussatz ergibt sich die Länge  $c$ :

$$\sqrt{(s - 11)^2 + (s - 6)^2 - 2 \cdot (s - 11) \cdot (s - 6) \cdot \cos(\gamma)} = 7,07\dots$$

$$c \approx 7,1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{s - 6}{\sin(\alpha)} \Rightarrow (\alpha_1 \approx 63,7\dots^\circ), \alpha_2 = 116,2\dots^\circ$$

- c) Da  $P$  ein Punkt der Parabel ist, gilt:  $15 = 144 \cdot a \Rightarrow a = \frac{15}{144}$ .  
Die Koordinaten des Brennpunkts lauten somit:

$$F = \left(0 \mid \frac{1}{4 \cdot \frac{15}{144}}\right) = (0 \mid 2,4)$$

Ist  $R = (r \mid t)$  ein Punkt der Parabel, dann muss  $t = a \cdot r^2$ , also  $a = \frac{t}{r^2}$  sein.

Die  $y$ -Koordinate von  $F$  lautet:  $y_F = \frac{r^2}{4 \cdot t}$ .

Eine Verdoppelung des Radius bewirkt somit eine Vervierfachung der  $y$ -Koordinate.

### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für das richtige Angeben der Beziehung zwischen  $d$  und  $\lambda$  (KA)  
1 × A: für das richtige Ermitteln der entsprechenden Werte von  $n$  (KB)
- b) 1 × A: für die richtige Modellbildung (z. B. mithilfe eines gleichschenkeligen Dreiecks und eines allgemeinen Dreiecks) (KA)  
1 × B1: für die richtige Berechnung der Länge  $c$  (KB)  
1 × B2: für die richtige Berechnung des Winkels  $\alpha$  (KB)
- c) 1 × B: für die richtige Berechnung der  $y$ -Koordinate des Brennpunkts (KA)  
1 × D: für die richtige Überprüfung (KA)

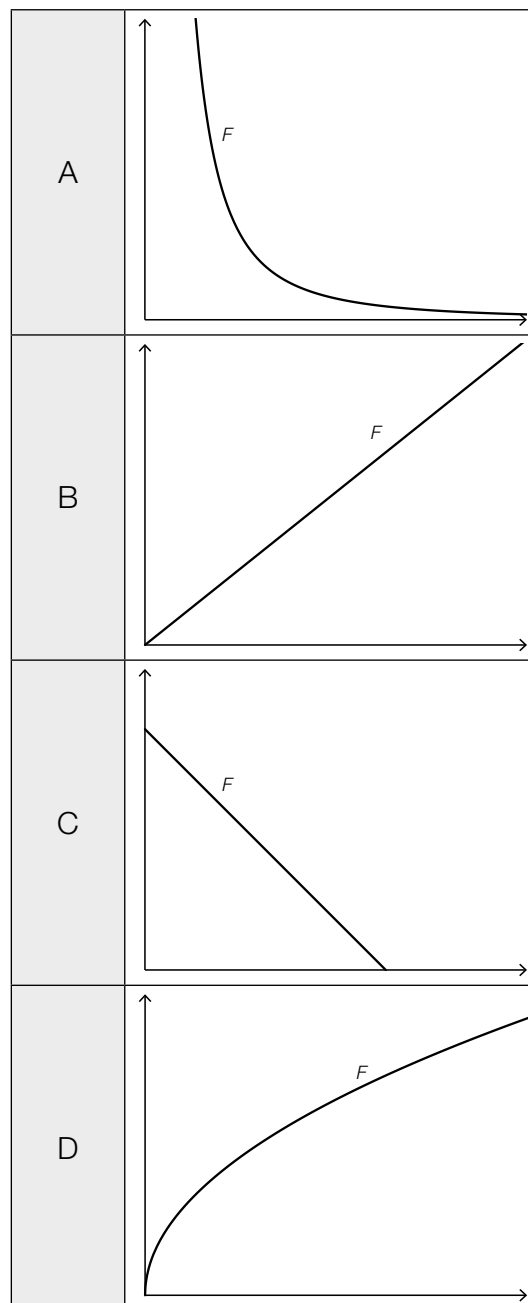
# Aufgabe 8 (Teil B)

## Fundamentale Wechselwirkungen

Möglicher Lösungsweg

a)

Betrag $F$ der Gravitationskraft abhängig vom Abstand $r$ ( $m_1$ und $m_2$ konstant)	A
Betrag $F$ der Gravitationskraft abhängig von der Masse $m_1$ ( $m_2$ und $r$ konstant)	B



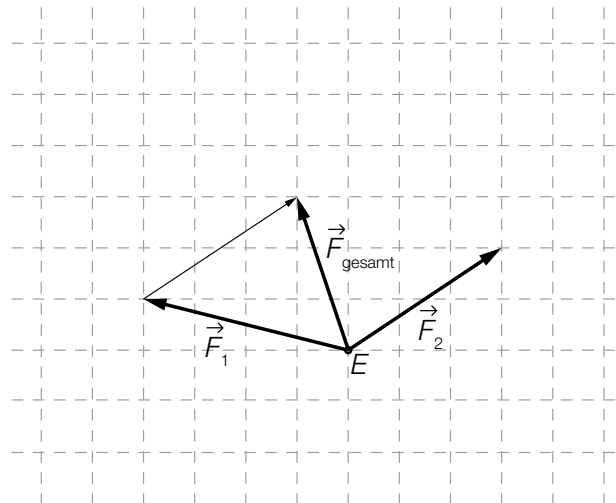
b)

Wechselwirkung	Stärke
elektromagnetische Wechselwirkung	1
schwache Wechselwirkung	$10^{-13}$
Gravitation	$10^{-39}$

$$\frac{10^{-13}}{10^{-39}} = 10^{26}$$

Die „schwache Wechselwirkung“ ist um den Faktor  $10^{26}$  stärker als die Gravitation.

c)



### Lösungsschlüssel

- a) 1 × C: für die richtige Zuordnung (KA)
- b) 1 × A: für das richtige Ergänzen der fehlenden Hochzahl (KA)  
1 × B: für das richtige Ermitteln des Faktors (KB)
- c) 1 × A: für das richtige Einzeichnen der Gesamtkraft (KA)

## Aufgabe 9 (Teil B)

### Baumkronenpfad

#### Möglicher Lösungsweg

a) Höhenunterschied in Metern:  $160 \cdot 0,08 = 12,8$

$$\alpha = \arctan(0,08) = 4,57\dots^\circ$$

*Auch  $\alpha = -4,57\dots^\circ$  ist als richtig zu werten.*

*Auch die Berechnung des Winkels im Bogenmaß ist als richtig zu werten.*

b) maximale Auslenkung: 0,17 m  
Toleranzbereich: [0,16 m; 0,18 m]

$$c = f(0) = 0,2$$

Da die gegebene Exponentialfunktion streng monoton fallend ist, gilt für den Parameter  $a$ :  
 $0 < a < 1$ .

c)  $h(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$   
 $h'(x) = 4 \cdot a \cdot x^3 + 3 \cdot b \cdot x^2 + 2 \cdot c \cdot x + d$

$$h(0) = 0$$

$$h(40) = 8$$

$$h(90) = 10$$

$$h(160) = 0$$

$$h'(90) = 0$$

oder:

$$0 = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e$$

$$8 = a \cdot 40^4 + b \cdot 40^3 + c \cdot 40^2 + d \cdot 40 + e$$

$$10 = a \cdot 90^4 + b \cdot 90^3 + c \cdot 90^2 + d \cdot 90 + e$$

$$0 = a \cdot 160^4 + b \cdot 160^3 + c \cdot 160^2 + d \cdot 160 + e$$

$$0 = 4 \cdot a \cdot 90^3 + 3 \cdot b \cdot 90^2 + 2 \cdot c \cdot 90 + d$$

*Auch das Erstellen eines Gleichungssystems zur Berechnung der Koeffizienten von  $-h$  ist als richtig zu werten.*

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Höhenunterschieds (KA)  
1 × B2: für die richtige Berechnung des Neigungswinkels (KA)  
Auch die Berechnung des Winkels im Bogenmaß ist als richtig zu werten.
- b) 1 × C1: für das richtige Ablesen der maximalen Auslenkung  
im Toleranzbereich [0,16 m; 0,18 m] (KA)  
1 × C2: für das richtige Ablesen des Parameters  $c$  (KA)  
1 × D: für die richtige Begründung zum Parameter  $a$  (KB)
- c) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der gegebenen Punkte (KA)  
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der gegebenen Maximumstelle (KA)  
Auch das Erstellen eines Gleichungssystems zur Berechnung der Koeffizienten von  $-h$  ist als richtig zu werten.