

Abbau von Arzneimitteln*

Aufgabennummer: B_340

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Bei der Einnahme von Arzneimitteln gelangen Wirkstoffe über den Verdauungstrakt in den Blutkreislauf, wo diese dann abgebaut werden.

- a) Nach Einnahme einer Tablette kann die Wirkstoffmenge im Blut näherungsweise durch die Funktion m beschrieben werden:

$$m(t) = 20 \cdot (1 - e^{-0,05 \cdot t}) - 0,125 \cdot t \quad \text{mit } t \geq 0$$

t ... Zeit nach der Einnahme in Minuten (min)

$m(t)$... Wirkstoffmenge im Blut zur Zeit t in Milligramm (mg)

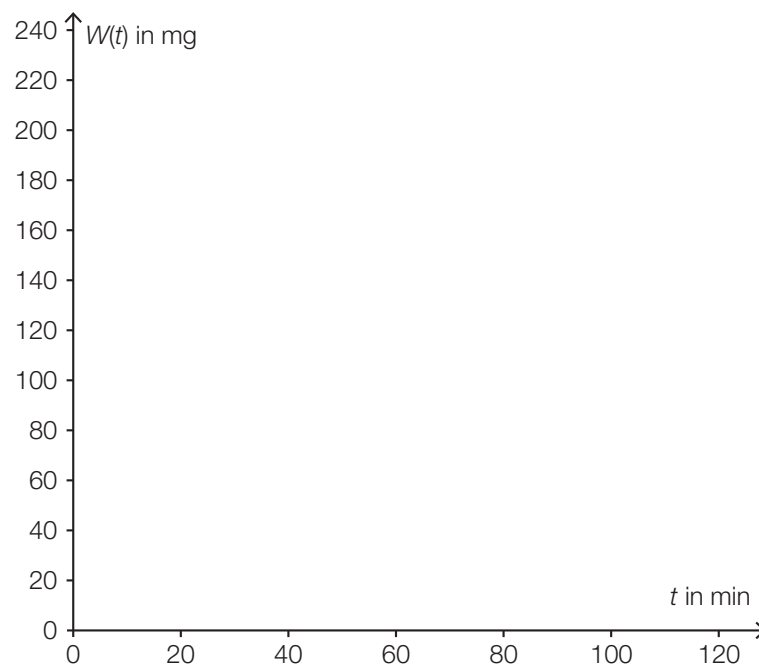
- Ermitteln Sie, zu welchem Zeitpunkt der Wirkstoff vollständig abgebaut ist.
- Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut 0,5 mg/min beträgt.
- Argumentieren Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion m negativ gekrümmt ist.

* ehemalige Klausuraufgabe

- b) Zur näherungsweisen Beschreibung des Abbaus eines Arzneimittels können lineare oder exponentielle Modelle verwendet werden.

Zu Beginn ($t = 0$ min) sind 200 mg des Wirkstoffs im Blut, nach 120 Minuten ist nur noch ein Achtel dieser Menge vorhanden.

- Veranschaulichen Sie den Verlauf des linearen Modells im nachstehenden Diagramm.



- Ermitteln Sie die Halbwertszeit desjenigen exponentiellen Modells, das diesen Abbau beschreibt, in Minuten.
- Veranschaulichen Sie den Verlauf des exponentiellen Modells unter Verwendung der ermittelten Halbwertszeit im obigen Diagramm.
- Erklären Sie, für welches der beiden Modelle zu jedem Zeitpunkt gilt: $\frac{dW}{dt} = -\frac{35}{24}$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz:

$$m(t) = 0$$

$$t = 159,9... \approx 160$$

Nach etwa 160 Minuten ist der Wirkstoff vollständig abgebaut.

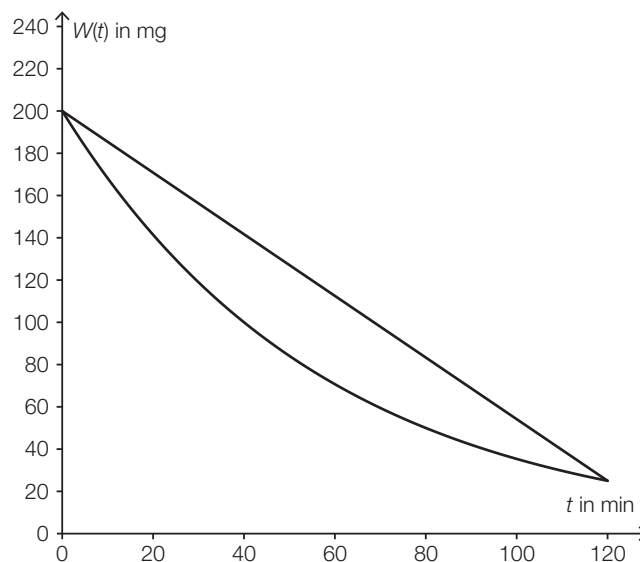
$$m'(t) = e^{-0,05 \cdot t} - 0,125$$

Lösung der Gleichung $m'(t) = 0,5$ mittels Technologieeinsatz: $t = 9,40... \approx 9,4$

Nach etwa 9,4 Minuten beträgt die momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut 0,5 mg/min.

Da die 2. Ableitung $m''(t) = -0,05 \cdot e^{-0,05 \cdot t}$ eine Exponentialfunktion vom Typ $a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a < 0$ ist, sind alle Funktionswerte dieser 2. Ableitung negativ. Daher ist die Funktion m im gesamten Definitionsbereich negativ gekrümmt.

b) $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow 120 = 3 \cdot T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2} = 40 \text{ min}$



Die angegebene momentane Änderungsrate ist konstant. Es handelt sich daher um das lineare Modell.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln desjenigen Zeitpunkts, zu dem der Wirkstoff vollständig abgebaut ist
- 1 × B2: für die richtige Berechnung desjenigen Zeitpunkts, zu dem die momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut 0,5 mg/min beträgt
- 1 × D: für die richtige Argumentation

- b) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen des linearen Modells
- 1 × B: für das richtige Ermitteln der Halbwertszeit in Minuten
- 1 × A2: für das richtige Veranschaulichen des exponentiellen Modells unter Verwendung der Halbwertszeit
- 1 × D: für die richtige Erklärung