

Fotografie

Aufgabennummer: B_047

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

1924 wurden erstmals Kleinbildkameras in Serie gefertigt. Die Automatisierung der bis dahin überwiegend mechanisch funktionierenden Fotoapparate startete in den 1960er-Jahren.

- a) Die Batterien in einem Blitzgerät liefern eine Spannung von 6 Volt. Die zur Auslösung des Blitzes erforderliche höhere Spannung wird durch das sukzessive Aufladen von Kondensatoren erzielt.

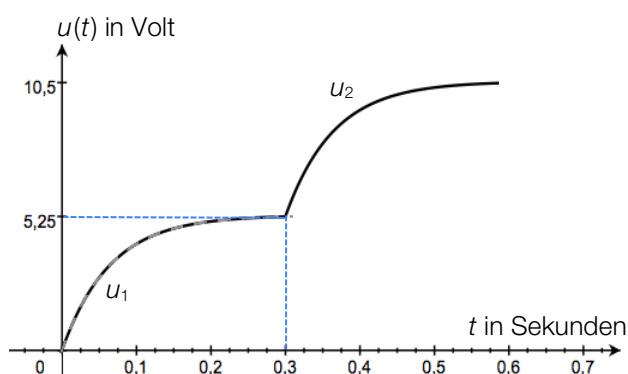
Für die Spannung $u_1(t)$ gilt:

$$u_1(t) = 5,3 \text{ V} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t}) \quad \text{mit } 0 \text{ s} \leq t \leq 0,3 \text{ s}$$

t ... Zeit nach Beginn des Aufladevorgangs in Sekunden (s)

$u_1(t)$... Spannung in Volt (V), abhängig von der Aufladezeit t

λ ... Konstante in s^{-1}



Nach 0,3 Sekunden ist der Kondensator auf eine Spannung von 5,25 V aufgeladen.

– Zeigen Sie, dass gilt: $\lambda = 15,545 \text{ s}^{-1}$.

Der zweite Ladevorgang startet nach 0,3 Sekunden bei einer Anfangsladung von 5,25 V. Der Graph von u_2 wurde durch eine entsprechende Verschiebung von u_1 ermittelt.

– Stellen Sie die Funktionsgleichung für u_2 in Abhängigkeit von t auf.

- b) Unter der Schärfentiefe T versteht man die Entfernung von g_{nah} bis g_{fern} , wobei Motive zwischen g_{nah} und g_{fern} scharf abgebildet werden. Wird die Kamera auf ein Motiv in der Entfernung g scharf eingestellt, so gelten für Kleinbildkameras folgende Formeln:

$$g_{\text{nah}} = \frac{f^2 \cdot g}{f^2 + k \cdot 0,03 \cdot (g - f)} \quad \text{und} \quad g_{\text{fern}} = \frac{f^2 \cdot g}{f^2 - k \cdot 0,03 \cdot (g - f)}$$

g_{nah} ... in mm

g_{fern} ... in mm

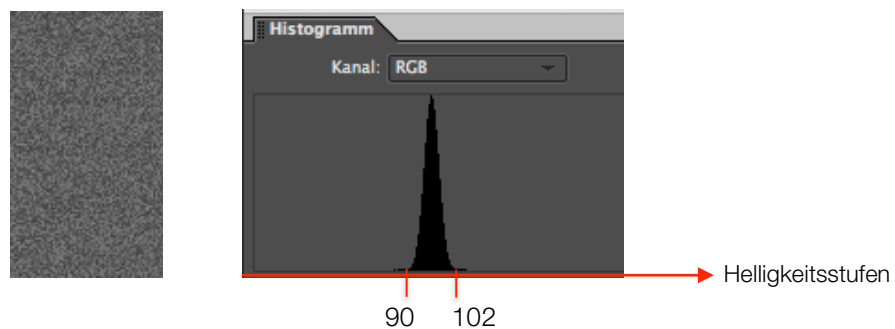
f ... Brennweite des Objektivs in mm, $f > 0$

g ... Entfernung des fokussierten Motivs in mm, $g > f$

k ... Blendenzahl, $k > 0$

Die Formel für g_{fern} gilt nur für $g_{\text{fern}} > 0$, andernfalls gilt: $g_{\text{fern}} = \infty$.

- Ermitteln Sie die Bedingung, die g erfüllen muss, damit $g_{\text{fern}} > 0$.
 - Begründen Sie anhand der angegebenen Formeln, warum die Schärfentiefe $T = g_{\text{fern}} - g_{\text{nah}}$ größer wird, wenn die Blendenzahl k größer wird.
 - Stellen Sie den Verlauf von g_{nah} für $f = 80$ mm und $k = 5,6$ abhängig von g grafisch dar.
 - Schätzen Sie den maximalen Wert von g_{nah} mithilfe der Grafik oder der gegebenen Formel ab.
- c) Die Helligkeitsverteilung eines Bildes kann in einem Histogramm dargestellt werden. Ein einfarbig graues Bild wird theoretisch durch eine einzige Spektrallinie dargestellt. Durch die elektronische Verstärkung der Kamera kommt es jedoch zum sogenannten Rauschen und die Helligkeitswerte sind annähernd normalverteilt.



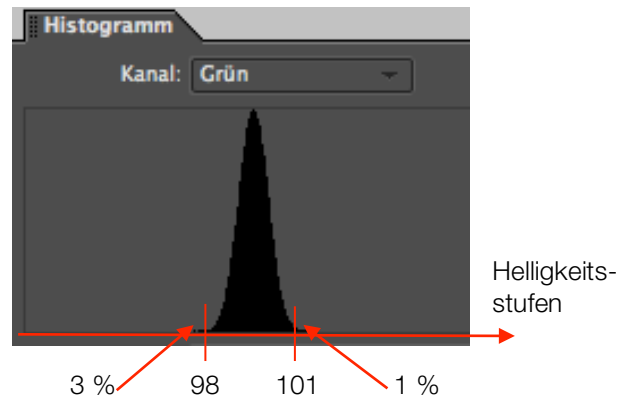
- Berechnen Sie, wie viel Prozent der Helligkeitswerte im Intervall $[90; 102]$ liegen, wenn die Normalverteilung folgende Parameter hat: $\mu = 96$, $\sigma = 3$.

- d) Da das menschliche Auge grün-sensibel ist, haben Sensoren von Digitalkameras mehr grün-sensible Rezeptoren und der Rauscheffekt ist bei der Farbe grün geringer.

- Interpretieren Sie die nebenstehende Grafik: Beschreiben Sie, was die Werte „3 %“ und „1 %“ bedeuten.

(Die Beschreibung kann entweder über mathematische Ausdrücke oder in Worten erfolgen.)

Anhand der in der Grafik dargestellten Werte können die Standardabweichung σ und der Erwartungswert μ berechnet werden.



- Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem σ und μ berechnet werden können.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $u_1(0,3) = 5,25$

Für $\lambda = 15,545 \text{ s}^{-1}$ ergibt sich – wie verlangt – der Wert 5,25 V:

$$5,25 = 5,3 \cdot (1 - e^{-15,545 \cdot 0,3})$$

Auch andere korrekte Lösungswege sind möglich.

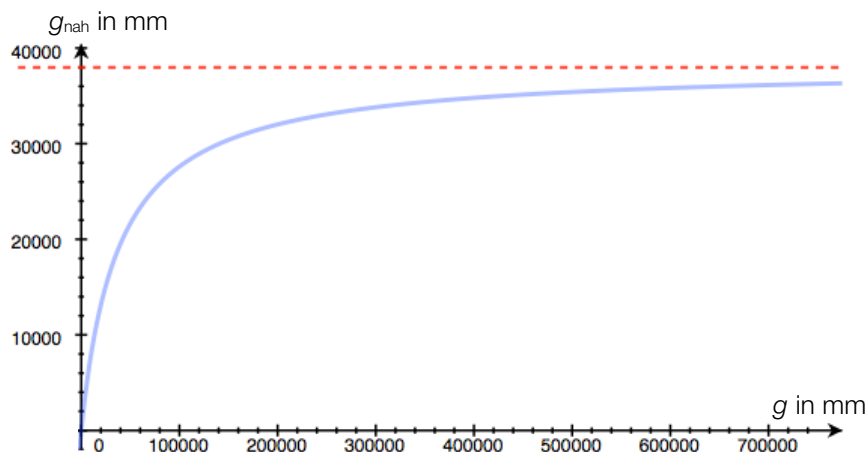
$$u_2(t) = 5,3 \text{ V} \cdot (1 - e^{-15,545 \text{ s}^{-1} \cdot (t-0,3 \text{ s})}) + 5,25 \text{ V}$$

b) $f^2 - k \cdot 0,03 \cdot (g - f) > 0 \Rightarrow g < f + \frac{f^2}{0,03 \cdot k}$

Wird k größer, so wird der Nenner der Formel für g_{nah} größer, der Wert g_{nah} daher kleiner.
Der Nenner in der Formel für g_{fern} wird kleiner, der Wert g_{fern} daher größer.
Daher wird auch die Differenz $g_{\text{nah}} - g_{\text{fern}}$, also die Schärfentiefe, größer.

Auch andere sinngemäß gleichwertige Formulierung sind zulässig.

$$g_{\text{nah}}(g) = \frac{80^2 \cdot g}{80^2 \cdot 5,6 \cdot 0,03 \cdot (g - 80)} = \frac{6\,400 \cdot g}{6\,400 + 0,168 \cdot (g - 80)}$$



g_{nah} nähert sich einem Wert von rund 38 000 mm bzw. 38 m.

oder:

$$\lim_{g \rightarrow \infty} \left[\frac{6\,400 \cdot g}{6\,400 + 0,168 \cdot (g - 80)} \right] = \frac{6\,400}{0,168} = 38\,095,2 \text{ mm} \approx 38 \text{ m}$$

Auch die Berechnung des Grenzwerts mittels Technologieeinsatz ist zulässig.

- c) Ermitteln der Wahrscheinlichkeit mittels Technologieeinsatz:

X ... Helligkeitswert

$$\mu = 96$$

$$\sigma = 3$$

$$P(X \leq 90) = 0,02275...$$

$$P(X \leq 102) = 0,977249...$$

$$P = 0,977249... - 0,02275... = 0,95449... \approx 95,4 \%$$

Rund 95,4 % der Helligkeitswerte liegen im angegebenen Intervall.

- d) $P(X \leq 98) = 0,03$ und $P(101 \leq X) = 0,01$

oder:

3 % der Helligkeitswerte sind kleiner (gleich) 98 und 1 % der Werte sind größer (gleich) 101.

Auch sinngemäß gleichwertige Formulierungen oder die Angabe der entsprechenden Integrale sind zulässig.

Erstellung des Gleichungssystems:

$$u = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$u_{0,03} = -1,88079 \text{ und } u_{0,99} = 2,32635$$

$$\text{I: } -1,88079 = \frac{98 - \mu}{\sigma}$$

$$\text{II: } 2,32635 = \frac{101 - \mu}{\sigma}$$

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 5 Stochastik
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren, A Modellieren und Transferieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 4
- c) 3
- d) 3

Thema: Fotografie

Quelle: <http://www.elmar-baumann.de/fotografie>