

Widerstandstemperatursensoren*		
Aufgabennummer: B_430		
Technologieeinsatz:	möglich <input type="checkbox"/>	erforderlich <input checked="" type="checkbox"/>
<p>a) Der Zusammenhang zwischen Widerstand und Temperatur eines Sensors wird näherungsweise durch die quadratische Funktion R beschrieben:</p> $R(T) = 100 \cdot (1 + 0,003850 \cdot T - 5,775 \cdot 10^{-7} \cdot T^2) \text{ mit } T \geq 0$ <p>T ... Temperatur in °C $R(T)$... Widerstand bei der Temperatur T in Ohm (Ω)</p> <p>– Berechnen Sie für $T = 450$ °C den Betrag des relativen Fehlers bei Verwendung der Funktion R, wenn der tatsächliche Widerstand 260Ω beträgt.</p>		

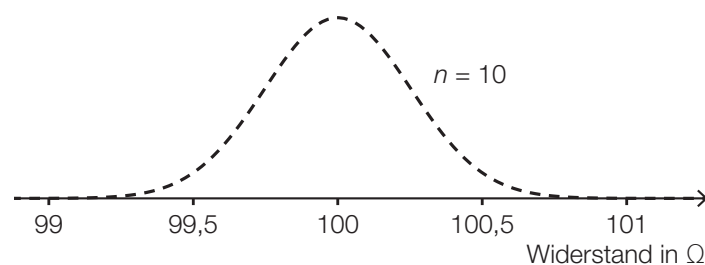
* ehemalige Klausuraufgabe

- b) Ein Unternehmen produziert Widerstandstemperatursensoren. Der Widerstand dieser Sensoren bei 0 °C ist annähernd normalverteilt mit $\mu = 100 \, \Omega$ und $\sigma = 0,8 \, \Omega$.

Eine Zufallsstichprobe von 10 Sensoren wird der Produktion entnommen, und es wird jeweils der Widerstand bei 0 °C gemessen.

- Geben Sie die geschätzten Parameter der Verteilung der Stichprobenmittelwerte an.
- Ermitteln Sie den zum Erwartungswert μ symmetrischen Zufallsstrebereich, in dem erwartungsgemäß 98 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion der Verteilung der Stichprobenmittelwerte für eine Zufallsstichprobe von $n = 10$ Sensoren strichliert dargestellt.



- Skizzieren Sie in der obigen Abbildung einen möglichen Graphen der Dichtefunktion für einen Stichprobenumfang $n > 10$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $\frac{|R(450) - 260|}{260} = 0,0059... \approx 0,6 \%$

b) $\mu_{\bar{x}} = 100 \, \Omega$

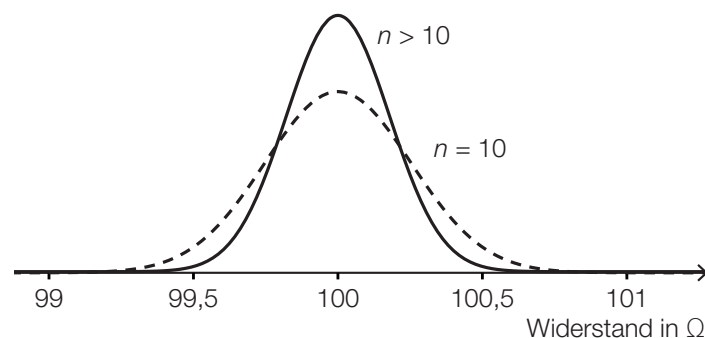
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,8}{\sqrt{10}} \, \Omega$$

Zweiseitigen 98-%-Zufallsstrebereich für den Stichprobenmittelwert mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$100 \pm z_{0,99} \cdot \frac{0,8}{\sqrt{10}}$$

$$z_{0,99} = 2,326...$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstrebereich in Ω : [99,41; 100,59] (gerundet).



Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Betrags des relativen Fehlers
- b) 1 × A1: für das richtige Angeben der Parameter der Verteilung der Stichprobenmittelwerte
 1 × B: für das richtige Ermitteln des Zufallsstrebereichs
 1 × A2: für das richtige Skizzieren des Funktionsgraphen (Maximalwert höher und Kurve schmaler)