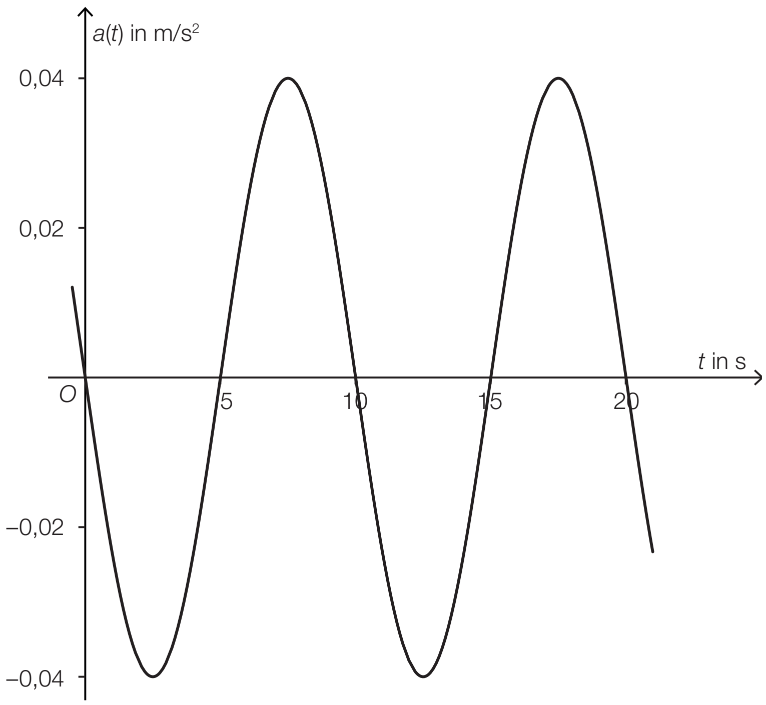
BMB
Bundesministerium
für Bildung

Federpendel*

Aufgabennummer: B_431		
Technologieeinsatz:	möglich ☐	erforderlich ☒

Ein an einer Feder befestigter Körper bewegt sich unter dem Einfluss der Federkraft.

a) Das nachstehende Beschleunigung-Zeit-Diagramm zeigt den sinusförmigen Verlauf der Beschleunigung eines Körpers durch die Federkraft. Es gilt: $a(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ mit $A > 0$.



– Bestimmen Sie A, ω und φ mithilfe des obigen Diagramms.
– Markieren Sie im obigen Diagramm alle Punkte, in denen der Betrag der Geschwindigkeit maximal ist.

b) Die Geschwindigkeit eines Körpers in Abhängigkeit von der Zeit kann durch eine Funktion v mit $v(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ beschrieben werden (A, $\omega > 0$).

– Vervollständigen Sie die nachstehende Aussage mit $t_2 \neq t_1$ so, dass sie richtig ist.

Für $t_2 = t_1 + \frac{\square \cdot \pi}{\square}$ ist $\int_{t_1}^{t_2} A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)\,dt = 0$.

– Zeigen Sie, dass $A \cdot \omega$ die maximale Steigung der Funktion v ist.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Die Bewegung eines Körpers unter dem Einfluss einer Federkraft wird durch Reibung gedämpft. Für die Auslenkung aus der Ruhelage (Startposition) gilt:

$f(t) = e^{-t} \cdot \sin(3 \cdot t)$ mit $t \geq 0$

t ... Zeit in s
$f(t)$ ... Auslenkung aus der Ruhelage zur Zeit t in m

– Bestimmen Sie diejenigen Intervalle, in denen der Betrag der Auslenkung aus der Ruhelage größer als 0,2 m ist.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $A = 0{,}04$

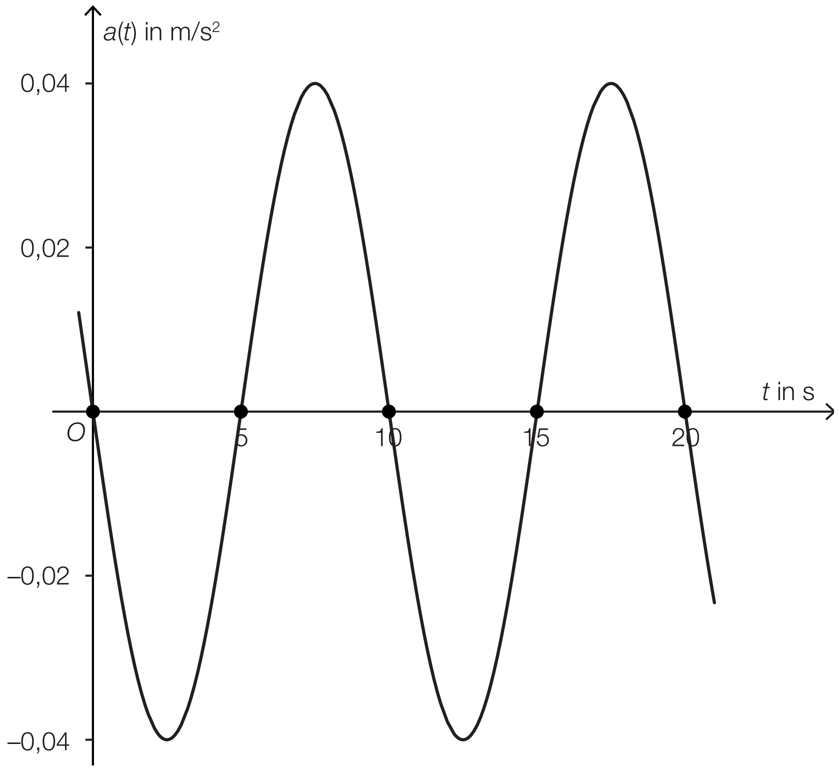
Die Periodendauer T ist 10, daher ergibt sich:

$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

$t_0 = 5$ und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:

$\varphi = -5 \cdot \frac{\pi}{5} = -\pi$

(Jeder Wert $\varphi = -\pi + 2 \cdot \mathrm{k} \cdot \pi$ mit $\mathrm{k} \in \mathbb{Z}$ ist als richtig zu werten.)



b) $t_2 = t_1 + \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$

Auch ein Vielfaches der Periodendauer ist als richtig zu werten.

$v'(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$

Da der maximale Wert von $\cos(\omega \cdot t + \varphi)$ gleich 1 ist, ergibt sich als maximale Steigung von v genau $A \cdot \omega$.

c) Lösen der Gleichungen $f(t) = \pm 0{,}2$ mittels Technologieeinsatz:

$]0{,}07...; 0{,}87...[$ und $]1{,}33...; 1{,}60...[$

Lösungsschlüssel

a) 1 × C1: für das richtige Ablesen von A
1 × B1: für das richtige Bestimmen von ω
1 × B2: für das richtige Bestimmen von φ
1 × C2: für das richtige Markieren aller Punkte, in denen der Betrag der Geschwindigkeit maximal ist

b) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Aussage
1 × D: für den richtigen Nachweis

c) 1 × B: für das richtige Bestimmen der Intervalle