

Ime:	
Razred:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni  
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

20. september 2016

# Matematika

1. del – naloge



--

# Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Delovni zvezek z nalogami 1. dela, ki je pred Vami, vsebuje 24 nalog. Naloge so za reševanje med seboj neodvisne. Na voljo imate 120 minut čistega časa za reševanje.

Uporabljajte pisalo v modri ali črni barvi, ki ga ni moč odstraniti z radirko. Pri konstrukcijskih nalogah lahko uporabite tudi svinčnik.

Za reševanje uporabljajte izključno ta delovni zvezek. Na prvi strani delovnega zvezka vpišite v za to predvideno polje svoje ime in priimek.

Vsi odgovori morajo biti vpisani v delovni zvezek. Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano. Rešitev naloge mora biti pri tem jasno razvidna. Če rešitev ni jasno razvidna, ali če so navedene različne rešitve, velja naloga za nerešeno. Svoje zapiske prečrtajte.

Pri reševanju smete uporabljati dovoljeno zbirko formul in običajne elektronske pripomočke.

Delovni zvezek morate oddati.

## Vrednotenje

Vsaka naloga iz 1. dela bo ovrednotena z 0 točk ali z 1 točko, vsaka delna naloga iz 2. dela pa z 0, 1 ali 2 točkama. Z  označene zastavitve nalog bodo ovrednotene z 0 točk ali z 1 točko.

- Če bo v 1. delu pravilno rešenih vsaj 16 od 24 nalog, bo delo ocenjeno pozitivno.
- Če bo v 1. delu pravilno rešenih manj kot 16 od 24 nalog, bodo za izravnavo bistvenega območja znanja, v skladu z odredbo o ocenjevanju znanj, upoštewane z  označene naloge iz 2. dela. Če bo ob upoštevanju z  označenih nalog iz 2. dela vsaj 16 nalog pravilno rešenih, bo delo ocenjeno pozitivno. Če pa bo tudi z upoštevanjem z  označenih nalog iz 2. dela pravilno rešenih manj kot 16 nalog, bo delo ocenjeno z »nezadostno«.
- Če bo v 1. delu (ob upoštevanju izravnalnih točk ) doseženih vsaj 16 točk, se bo delo ocenjevalo po naslednjem ključu:

Genügend	zadostno	16 – 23 točk
Befriedigend	povoljno	24 – 32 točk
Gut	dobro	33 – 40 točk
Sehr gut	prav dobro	41 – 48 točk

## Pojasnilo k formatom odgovorov

Nekatere naloge imajo *proste formate odgovorov*; pri tem Vaš odgovor vpišete v delovni zvezek neposredno pod vsakokratno zastavitev naloge. Nadaljnji formati odgovorov, ki lahko pridejo v poštev pri pisnem izpitu (klavzuri), so predstavljeni kot sledi:

**Prirjevalni format:** za ta format je značilno več izjav (oz. tabel ali slik), nasproti katerim stoji več možnosti odgovorov. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da vsaki izjavi priredite ustrezno možnost odgovora z vnosom odgovoru pripadajoče črke!

**Primer:**  
Dani sta dve enačbi.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	seštevanje
B	deljenje
C	množenje
D	odštevanje

**Zastavitev naloge:**  
Danima enačbama priredite vsakič ustrezno oznako (izmed možnosti A do D)!

**Konstruktivski format:** Podana je naloga in zastavitev vprašanja. Naloga zahteva dopolnitev s točkami, premicami in/ali krivuljami v delovni zvezek.

**Primer:**  
Dana je linearna funkcija  $f$  z  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Zastavitev naloge:**  
V dani koordinatni sistem narišite graf linearne funkcije pri pogojih:  $k = -2$  in  $d > 0$ !

**Format multiple-choice v različici »1 izmed 6«:** Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in šest možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati eno možnost odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite edino pravilno možnost odgovora!

**Primer:**  
Katera enačba je pravilna?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

**Zastavitev naloge:**  
S križcem označite ustrezno enačbo !

**Format multiple-choice v različici »2 izmed 5«:** Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati dve možnosti odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite obe pravilni možnosti odgovora!

**Primer:**  
Kateri enačbi sta pravilni?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

**Zastavitev naloge:**  
S križcem označite obe ustrezni enačbi!

**Format multiple-choice v različici »x izmed 5«:** Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **eno, dve, tri, štiri ali pet možnosti odgovora**. V zastavitvi naloge vedno najdete zahtevo »S križcem označite veljavno(-i/-e) izjavo(-i/-e)/enačbo(-i/-e)/...!« Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da s križcem označite pravilno možnost/pravilne možnosti odgovora!

**Primer:**  
Katera(-e) izmed navedenih enačb je/so pravilna(-e)?

$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 10$	<input checked="" type="checkbox"/>

**Zastavitev naloge:**  
S križcem označite ustrezno(-e) enačbo(-e)!

**Luknjičasto besedilo:** Za ta format odgovora je značilen stavek z dvema vrzelima (luknjama), kar pomeni, da sta v besedilu naloge izpostavljeni dve mesti, ki ju je potrebno dopolniti. Za vsako vrzel (luknjo) so podane tri možnosti vnosa. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da za vsako od vrzel (lukenj) s križcem označite pravilno možnost vnosa!

**Primer:**  
Dane so 3 enačbe.

**Zastavitev naloge:**  
V naslednjem stavku dopolnite vrzeli (luknje) v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezne dele stavka tako, da nastane pravilna izjava!

Operacija, predstavljena z enačbo \_\_\_\_\_<sup>①</sup>, se imenuje izračunanje vsote ali \_\_\_\_\_<sup>②</sup>.

①	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>

②	
množenje (multiplikacija)	<input type="checkbox"/>
odštevanje (subtrakcija)	<input type="checkbox"/>
seštevanje (adicija)	<input checked="" type="checkbox"/>

**Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, pri katerih je potrebno označevanje s križcem:**

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v zeleni okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ «, nato pa spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

**Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:**

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite zeleni prebarvani okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

Če imate še kakšno vprašanje, se prosimo obrnite na svojo učiteljico/svojega učitelja!

**Veliko uspeha pri reševanju!**

# Naloga 1

## Lastnosti števil

V nadaljevanju so navedene izjave o številih in številskih množicah.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe pravilni izjavi.

Kvadratni koren vsakega naravnega števila je iracionalno število.	<input type="checkbox"/>
Vsako naravno število je moč predstaviti z ulomkom v obliki $\frac{a}{b}$ pri $a \in \mathbb{Z}$ in $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ .	<input type="checkbox"/>
Produkt dveh racionalnih števil je lahko naravno število.	<input type="checkbox"/>
Vsako realno število je moč predstaviti z ulomkom v obliki $\frac{a}{b}$ pri $a \in \mathbb{Z}$ in $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ .	<input type="checkbox"/>
Obstaja najmanjše celo število.	<input type="checkbox"/>

## Naloga 2

### Sistem enačb

Dan je sistem dveh linearnih enačb z neznankama  $x, y \in \mathbb{R}$ :

$$\text{I: } x + 4 \cdot y = -8$$

$$\text{II: } a \cdot x + 6 \cdot y = c \text{ pri } a, c \in \mathbb{R}$$

Zastavitev naloge:

Določite tisti vrednosti za  $a$  in  $c$ , za kateri ima sistem neskončno število rešitev.

$a =$  \_\_\_\_\_

$c =$  \_\_\_\_\_

# Naloga 3

## Vektorji

V ravnini so na neki premici v enakih razdaljah druga za drugo označene točke  $A$ ,  $B$ ,  $C$  in  $D$ .

Velja torej:

$$\vec{AB} = \vec{BC} = \vec{CD}$$

Koordinate točk  $A$  in  $C$  so znane:

$$A = (3 | 1)$$

$$C = (7 | 8)$$

**Zastavitev naloge:**

Izračunajte koordinati točke  $D$ .

$$D = ( \quad | \quad )$$

## Naloga 4

### Enačba premice

Premica  $g$  je dana v parametrični obliki:  $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

Zastavitev naloge:

Navedite možne vrednosti parametrov  $a$  in  $b$  tako, da bo z enačbo  $a \cdot x + b \cdot y = 1$  podana premica  $h$  pravokotna na premico  $g$ .

$a =$  \_\_\_\_\_

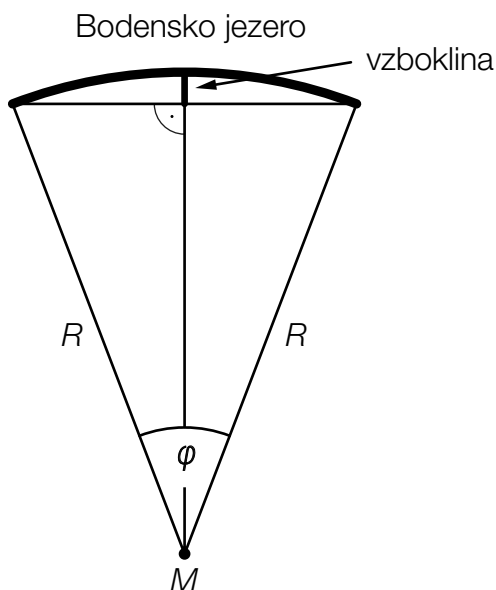
$b =$  \_\_\_\_\_



## Naloga 5

### Vzbočina Bodenskega jezera

Zaradi ukrivljenosti Zemlje je površje Bodenskega jezera obokano. Če privzamemo Zemljo modelno kot kroglo, s polmerom  $R = 6370$  km in središčem  $M$ , ter iz dolžine razpona Bodenskega jezera v smeri jugovzhod-severozahod določimo kot  $\varphi = 0,5846^\circ$ , je moč vzbočino Bodenskega jezera približno izračunati.



Zastavitev naloge:

Izračunajte vzbočino Bodenskega jezera (glej gornjo sliko) v metrih.

vzbočina: \_\_\_\_\_ metrov

# Naloga 6

## Določanje kota

Za neki kot  $\alpha \in [0^\circ; 360^\circ)$  velja:

$$\sin(\alpha) = 0,4 \text{ in } \cos(\alpha) < 0$$

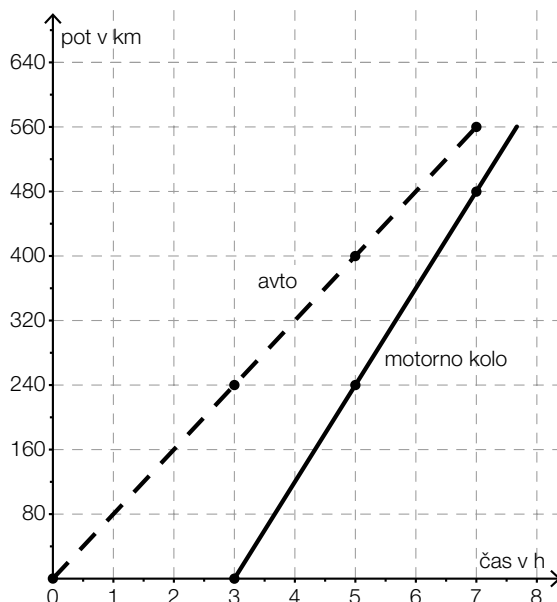
Zastavitev naloge:

Izračunajte kot  $\alpha$ .

# Naloga 7

## Odčitavanje podatkov iz diagrama

Voznik motornega kolesa vozi po isti poti (560 km) kot nek voznik avtomobila. Obe gibanji sta v naslednjem diagramu časa in poti modelno privzeti kot premici. Poudarjene točke imajo celoštevilске koordinate.



Zastavitev naloge:

S križcem označite obe izjavi, ki predstavljata pravilno interpretacijo diagrama.

Voznik motornega kolesa spelje tri ure po odhodu voznika avtomobila.	<input type="checkbox"/>
Motorno kolo vozi s povprečno hitrostjo 100 km/h.	<input type="checkbox"/>
Ko voznik avtomobila doseže cilj, je motorno kolo od tam oddaljeno še 120 km.	<input type="checkbox"/>
Povprečna hitrost avtomobila je za 40 km/h nižja kot pri motornem kolesu.	<input type="checkbox"/>
Skupni čas vožnje voznika motornega kolesa je za to progo večji kot tisti pri vozniku avtomobila.	<input type="checkbox"/>

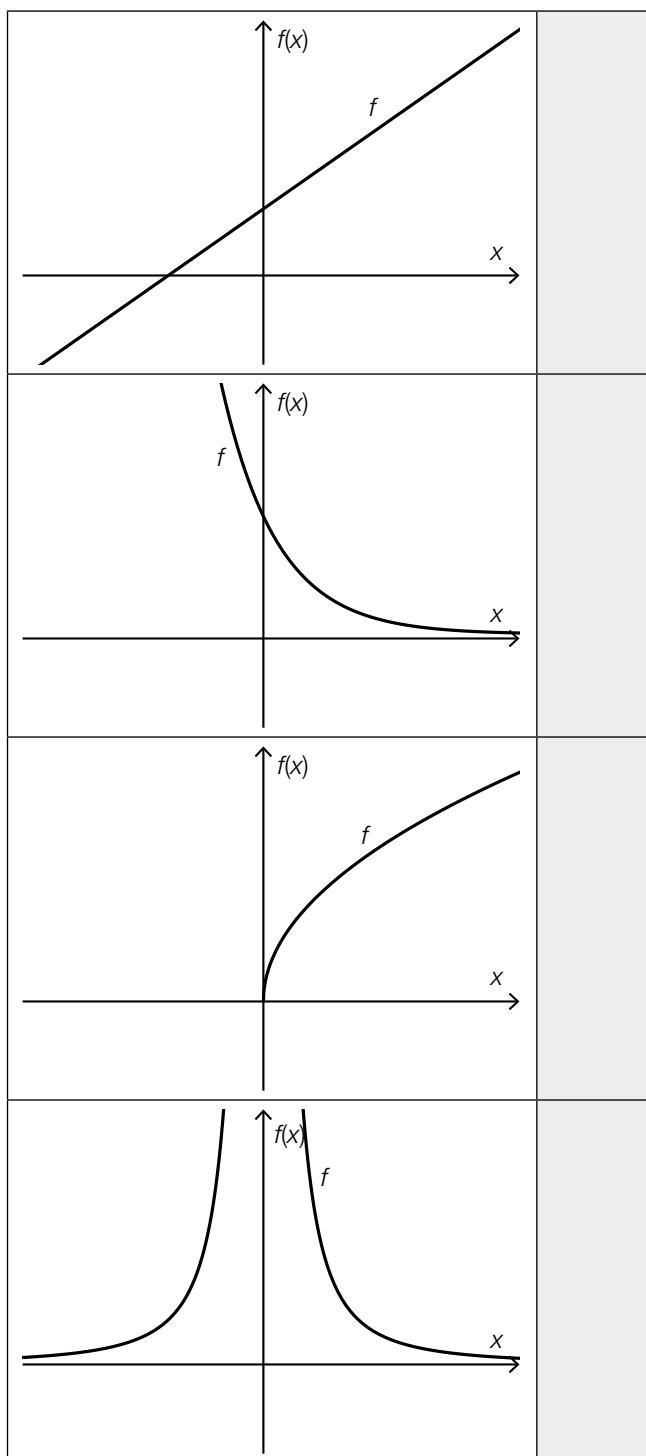
# Naloga 8

## Grafi in tipi funkcij

V nadaljevanju so predstavljeni grafi štirih funkcij. Poleg tega je navedenih šest tipov funkcij, pri čemer sta parametra  $a, b \in \mathbb{R}^+$ .

Zastavitev naloge:

Štirim grafom vsakič priredite ustrezni tip funkcije (izmed A do F).



A	$f(x) = a \cdot b^x$
B	$f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}}$
C	$f(x) = a \cdot \frac{1}{x^2}$
D	$f(x) = a \cdot x^2 + b$
E	$f(x) = a \cdot x^3$
F	$f(x) = a \cdot x + b$

## Naloga 9

### Funkcijska enačba linearne funkcije

Dana je linearna funkcija  $f$  z naslednjimi lastnostmi:

- Če se argument  $x$  poveča za 2, se vrednost funkcije  $f(x)$  zmanjša za 4.
- $f(0) = 1$

Zastavitev naloge:

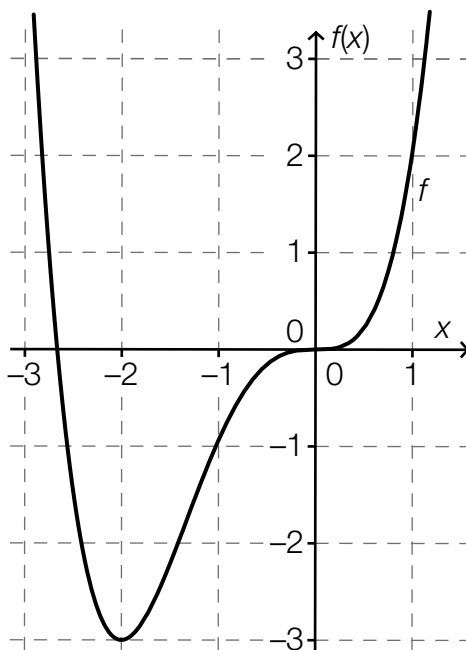
Navedite funkcijsko enačbo te linearne funkcije  $f$ .

$f(x) =$  \_\_\_\_\_

# Naloga 10

## Polinomska funkcije stopnje $n$

Naslednja slika prikazuje graf polinomske funkcije  $f$ . Na tej sliki so vsebovane vse značilne točke grafa (presečišča z osmi, ekstremne točke, obračaji (prevoji)).



Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezen del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Polinomska funkcija  $f$  je stopnje \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_, ker ima  $f$  natanko \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_.

①	
$n < 3$	<input type="checkbox"/>
$n = 3$	<input type="checkbox"/>
$n > 3$	<input type="checkbox"/>

②	
eno mesto ekstrema	<input type="checkbox"/>
dva mesti obračaja	<input type="checkbox"/>
dve ničli	<input type="checkbox"/>

# Naloga 11

## Stanje števila čebel

Zaradi nekega okoljskega strupa upada pri nekem čebelarju stanje števila čebel dnevno za fiksno odstotno stopnjo. Čebelar ugotavlja, da je v 14 dneh utrpel 50 % izgubo števila čebel.

Zastavitev naloge:

Izračunajte dnevni relativni upad stanja v odstotkih.

dnevni relativni upad stanja: \_\_\_\_\_ %

# Naloga 12

## Periodične funkcije

Dana je periodična funkcija  $f$  s funkcijsko enačbo  $f(x) = \sin(x)$ .

Zastavitev naloge:

Navedite najmanjše število  $a > 0$  (velikost kota v radianih) tako, da bo za vse  $x \in \mathbb{R}$  veljala enačba  $f(x + a) = f(x)$ .

$a =$  \_\_\_\_\_ rad



# Naloga 13

## Tečaj delnic

Od časovnega trenutka  $t = 0$  opazujemo in dokumentiramo tečaj neke delnice (v evrih).  $A(t)$  opisuje tečaj delnice po  $t$  dneh.

Zastavitev naloge:

Izračuna se naslednja vrednost:

$$\frac{A(10) - A(0)}{10} = 2$$

Navedite kaj pove ta vrednost glede na razvoj tečaja delnice.

# Naloga 14

## Pravila za odvajanje

O dveh polinomskih funkcijah  $f$  in  $g$  je znano, da za vse  $x \in \mathbb{R}$  velja:

$$g(x) = 3 \cdot f(x) - 2$$

Zastavitev naloge:

Katera od naslednjih izjav je v vsakem primeru resnična za vse  $x \in \mathbb{R}$ ? S križcem označite ustrezno izjavo.

$g'(x) = f'(x)$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = f'(x) - 2$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = 3 \cdot f'(x)$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = 3 \cdot f'(x) - 2$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = 3 \cdot f'(x) - 2 \cdot x$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = -2 \cdot f'(x)$	<input type="checkbox"/>

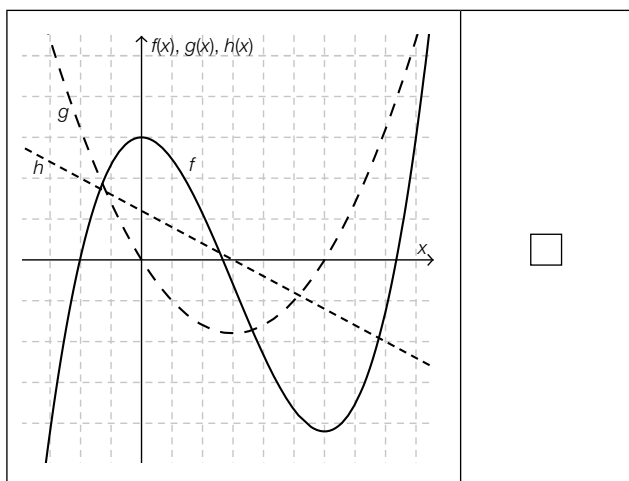
# Naloga 15

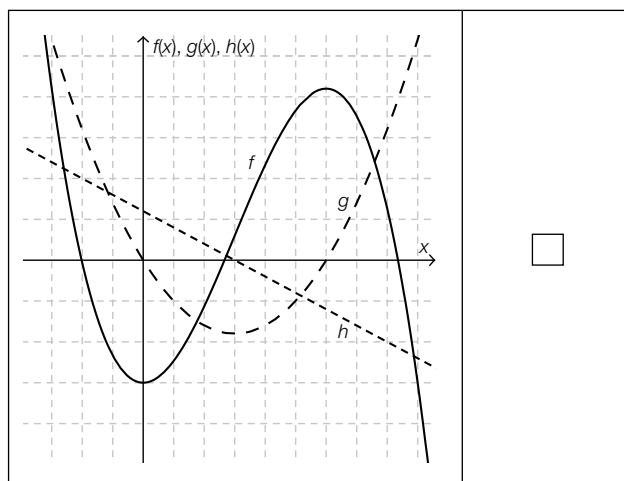
## Grafi funkcij odvodov

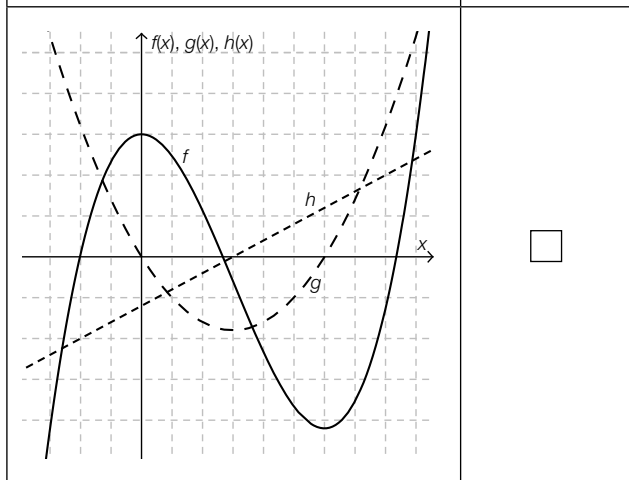
Na spodnjih slikah so vsakič predstavljeni grafi funkcij  $f$ ,  $g$  in  $h$ .

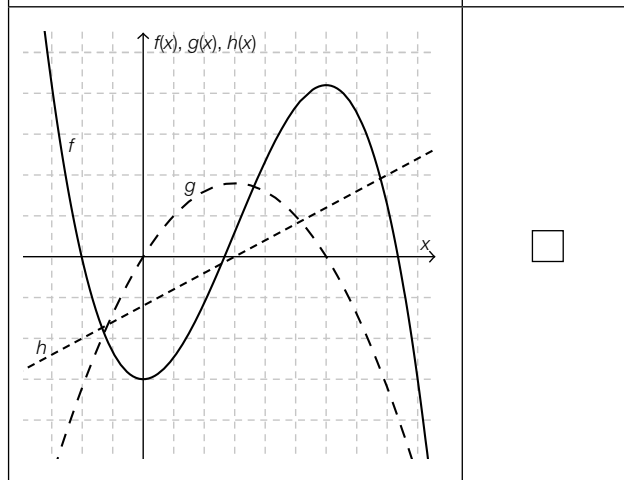
Zastavitev naloge:

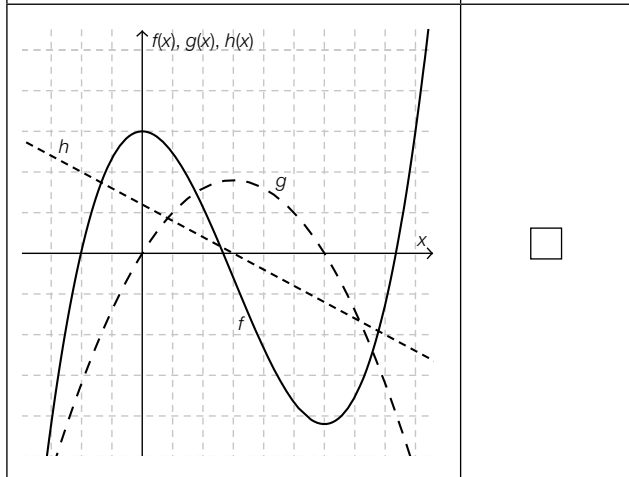
Na eni od šestih slik je  $g$  prvi odvod funkcije  $f$  in  $h$  drugi odvod funkcije  $f$ . S križcem označite to sliko.

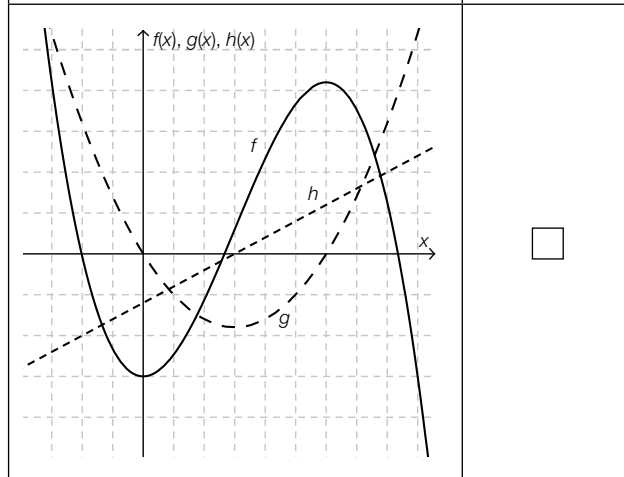








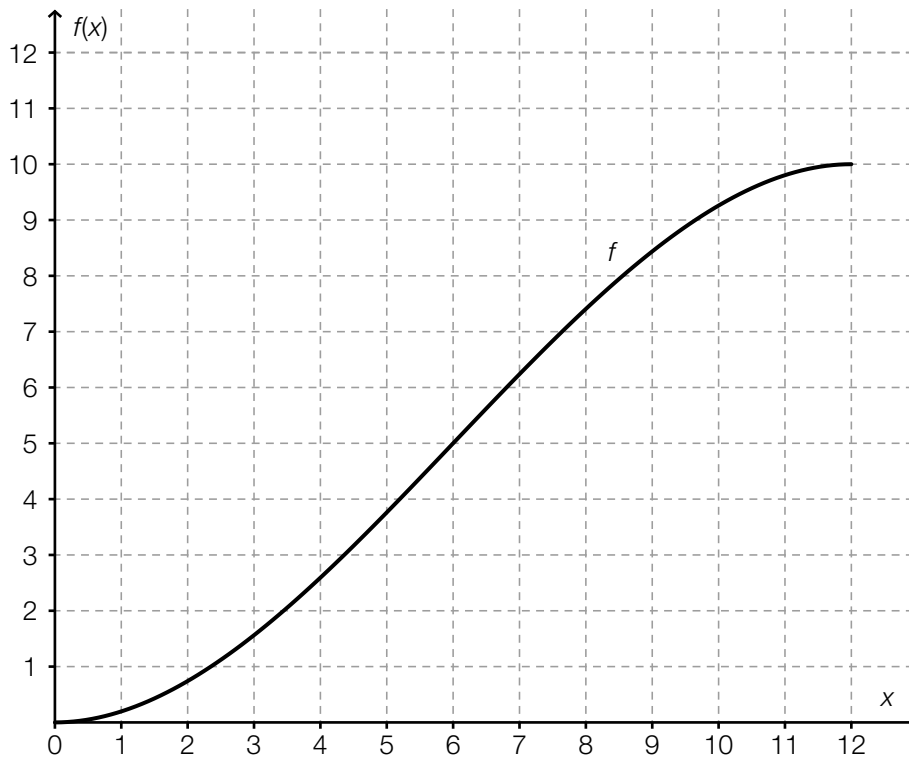




# Naloga 16

## Odvedljiva funkcija

Naslednja slika prikazuje izsek grafa neke polinomske funkcije  $f$ . Na mestu  $x = 6$  je vzpon tangente maksimalen.



Zastavitev naloge:

S križcem označite obe, za dano funkcijo pravilni, izjavi.

$f''(6) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(11) < 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(2) < f''(10)$	<input type="checkbox"/>
$f'(6) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(7) < f'(10)$	<input type="checkbox"/>

# Naloga 17

## Integral

Dan je določeni integral  $I = \int_0^a (25 \cdot x^2 + 3) dx$  pri  $a \in \mathbb{R}^+$ .

Zastavitev naloge:

S križcem označite oba izraza, ki imata za vse  $a > 0$  enako vrednost kot  $I$ .

$25 \cdot \int_0^a x^2 dx + \int_0^a 3 dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^a 25 dx \cdot \int_0^a x^2 dx + \int_0^a 3 dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_0^a 25 \cdot x^2 dx + 3$	<input type="checkbox"/>
$\frac{25 \cdot a^3}{3} + 3 \cdot a$	<input type="checkbox"/>
$50 \cdot a$	<input type="checkbox"/>

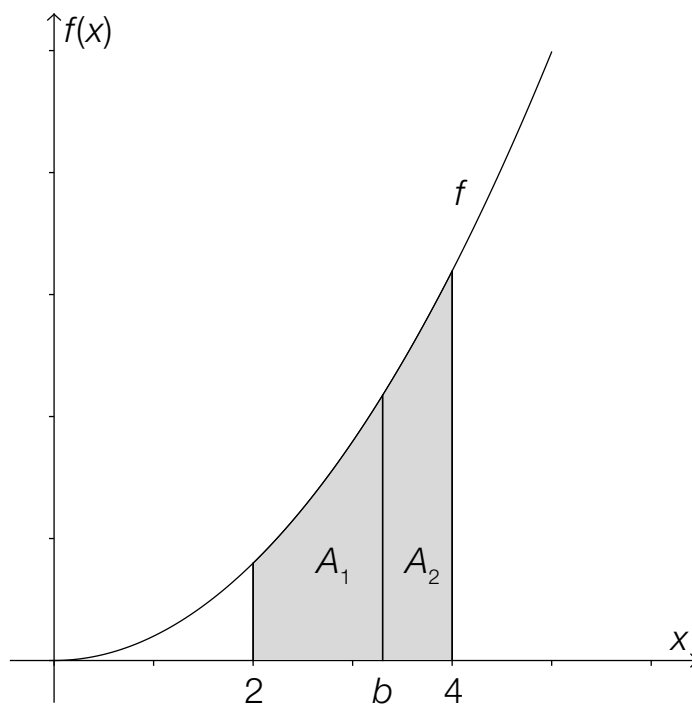
# Naloga 18

## Razpolovitev območja

Dana je realna funkcija  $f$  z  $f(x) = x^2$ .

Zastavitev naloge:

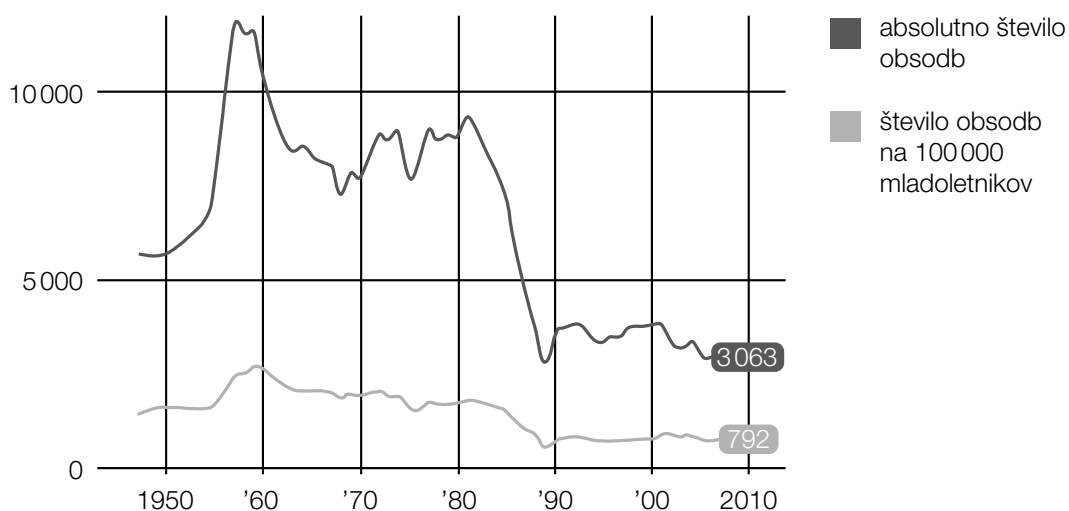
Izračunajte mesto  $b$  tako, da bo območje med  $x$ -osjo in grafom funkcije  $f$  na intervalu  $[2; 4]$  razdeljeno na dve enako veliki ploskvi  $A_1$  in  $A_2$  (glejte sliko).



# Naloga 19

## Obsodbe mladoletnikov

Mladoletniki so v skladu z Zakonom o zaščiti mladoletnikov 1988 (izdaja z dne 23.3.2016) (*Jugendschutzgesetz 1988, Fassung vom 23.3.2016*) osebe, ki so dopolnile 14. leto, ne pa še tudi 18. leta življenja. Naslednji grafikon prikazuje tako absolutno število obsodb mladoletnikov, kot tudi število obsodb mladoletnikov glede na 100 000 mladoletnikov, za časovno obdobje od 1950 do 2010.



Vir podatkov: <http://derstandard.at/1371171382188/Jugendkriminalitaet-auf-Rekordtief> [04.07.2013].

### Zastavitev naloge:

Približno koliko mladoletnikov skupaj je bilo v Avstriji leta 2010?  
S križcem označite ustrezno število.

792 000	<input type="checkbox"/>
3 063 000	<input type="checkbox"/>
3 863 000	<input type="checkbox"/>
387 000	<input type="checkbox"/>
258 000	<input type="checkbox"/>
2 580 000	<input type="checkbox"/>

# Naloga 20

## Verjetnost za rojstvo deklice

Leta 2014 je bilo v Avstriji rojenih 42 162 dečkov in 39 560 deklic.

Zastavitev naloge:

Na podlagi teh podatkov navedite oceno vrednosti za verjetnost, da je v Avstriji rojeni otrok deklica.



# Naloga 21

## Vstopna kontrola

Pri vstopu na športno prireditev nosi oseba  $P$  s seboj nedovoljeni predmet. Pri varnostni kontroli se nedovoljeni predmet odkrije z verjetnostjo 0,9. Ker gre pri tej športni prireditvi za prireditev s posebno visokim tveganjem, mora vstopiti vsaka oseba skozi dve taki, med seboj neodvisni varnostni kontroli.

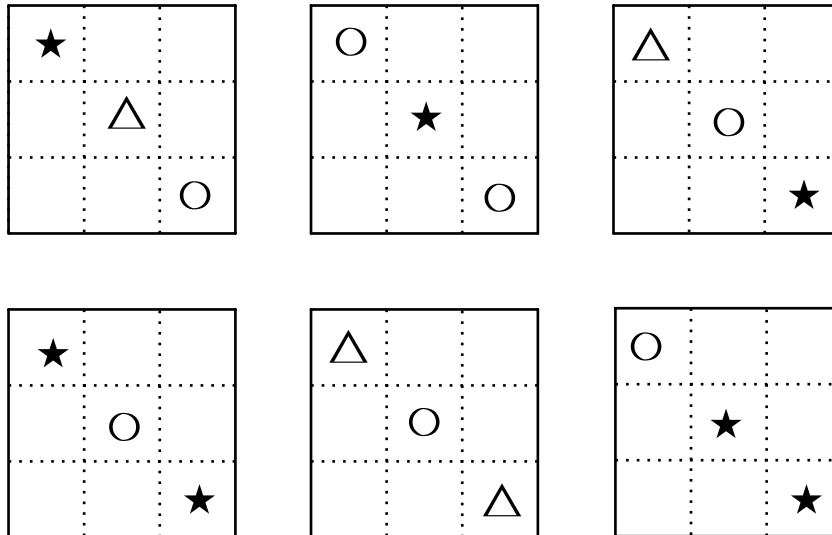
### Zastavitev naloge:

Izračunajte verjetnost, da se pri osebi  $P$  v teku obeh varnostnih kontrol odkrije nedovoljeni predmet.

# Naloga 22

## Slučajna spremenljivka

V nadaljevanju je naslikanih šest mejnih ploskev neke poštene igralne kocke. Na vsaki mejni ploskvi so predstavljeni trije simboli. (Kocka je »poštena«, če je za vse mejne ploskve verjetnost, da je po metu obrnjena navzgor, enako velika.)



### Zastavitev naloge:

Pri nekem slučajnem poskusu kocko vržemo enkrat. Slučajna spremenljivka  $X$  opisuje število zvezdic na navzgor obrnjeni mejni ploskvi.

Navedite verjetnostno porazdelitev slučajne spremenljivke  $X$ , to pomeni, vse možne vrednosti za  $X$  skupaj s pripadajočimi verjetnostmi.

## Naloga 23

### Parameter binomske porazdelitve

Nek verjetnostni poskus je opisan z binomsko porazdeljeno slučajno spremenljivko  $X$ . Le-ta ima verjetnost, da se dogodek zgodi  $p = 0,36$  in standardni odklon  $\sigma = 7,2$ .

Zastavitev naloge:

Izračunajte pripadajoči parameter  $n$  (število poskusov).

$n =$  \_\_\_\_\_

# Naloga 24

## 500-evrski bankovci v Avstriji

Pri neki reprezentativni anketi v Avstriji gre za ukinitev 500-evrskih bankovcev, o kateri se razpravlja. 234 od 1 000 anketirancev se izreka za ukinitev.

Zastavitev naloge:

Navedite simetrični 95%-ni konfidenčni interval (interval zaupanja) za relativni delež Avstrijk in Avstrijcev, ki zagovarjajo ukinitev 500-evrskih bankovcev v Avstriji.