

Name:

Klasse/Jahrgang:

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

12. Jänner 2021

Angewandte Mathematik

HAK

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Liebe Kandidatin! Lieber Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-A-Aufgaben und Teil-B-Aufgaben mit jeweils unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihren Jahrgang bzw. Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung (z. B.: 3d1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben werden) durchzuführen.
- Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.
- Ergebnisse sind eindeutig hervorzuheben.
- Ergebnisse sind mit entsprechenden Einheiten anzugeben, wenn dies in der Handlungsanweisung explizit gefordert wird.
- Werden Diagramme oder Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften.
- Werden geometrische Skizzen erstellt, so sind die lösungsrelevanten Teile zu beschriften.
- Vermeiden Sie frühzeitiges Runden.
- Legen Sie allfällige Computerausdrucke der Lösung mit Ihrem Namen beschriftet bei.
- Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalte und dann wieder gewählt.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Es gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
23–30 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Sicherheit auf dem Schulweg

Im Nahbereich von Schulen stellen die zu- und abfahrenden Fahrzeuge ein großes Problem dar.

- a) Vor einer Schule werden Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt. Es ist bekannt, dass sich Kfz-Lenker/innen mit einer Wahrscheinlichkeit von nur 26 % an das geltende Tempolimit halten.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von 20 zufällig ausgewählten Kfz-Lenkerinnen und -Lenkern mehr als die Hälfte an das geltende Tempolimit hält. [1 Punkt]

- b) Vor einer Schule wurden über einen Zeitraum von einer Woche Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt. 2958 Fahrzeuge, das sind 85 % aller kontrollierten Fahrzeuge, fuhren langsamer als 33 km/h.

- 1) Berechnen Sie, wie viele Fahrzeuge in dieser Woche insgesamt kontrolliert wurden. [1 Punkt]

Die Ergebnisse dieser Geschwindigkeitsmessungen sollen in einem Boxplot dargestellt werden.

- 2) Erklären Sie, warum für diesen Boxplot die Aussage „Das Quartil q_3 beträgt 35 km/h“ nicht richtig sein kann. [1 Punkt]

- c) Der relative Anteil derjenigen Schüler/innen, die mit dem Auto zur Schule gebracht werden, kann für einen bestimmten Zeitabschnitt modellhaft durch die Funktion f beschrieben werden.

$$f(t) = 0,1 + 0,2 \cdot b^t$$

t ... Zeit ab Beginn der Beobachtung

$f(t)$... relativer Anteil derjenigen Schüler/innen, die mit dem Auto zur Schule gebracht werden, zur Zeit t

b ... Parameter ($b > 0$, $b \neq 1$)

- 1) Beschreiben Sie den Einfluss des Parameters b auf das Monotonieverhalten der Funktion f . [1 Punkt]

Folgende Berechnung wurde durchgeführt:

$$f(0) = 0,1 + 0,2 \cdot b^0 = 0,1 + 0 = 0,1$$

- 2) Beschreiben Sie, welcher Fehler bei dieser Berechnung gemacht wurde. [1 Punkt]

Aufgabe 2

New Horizons

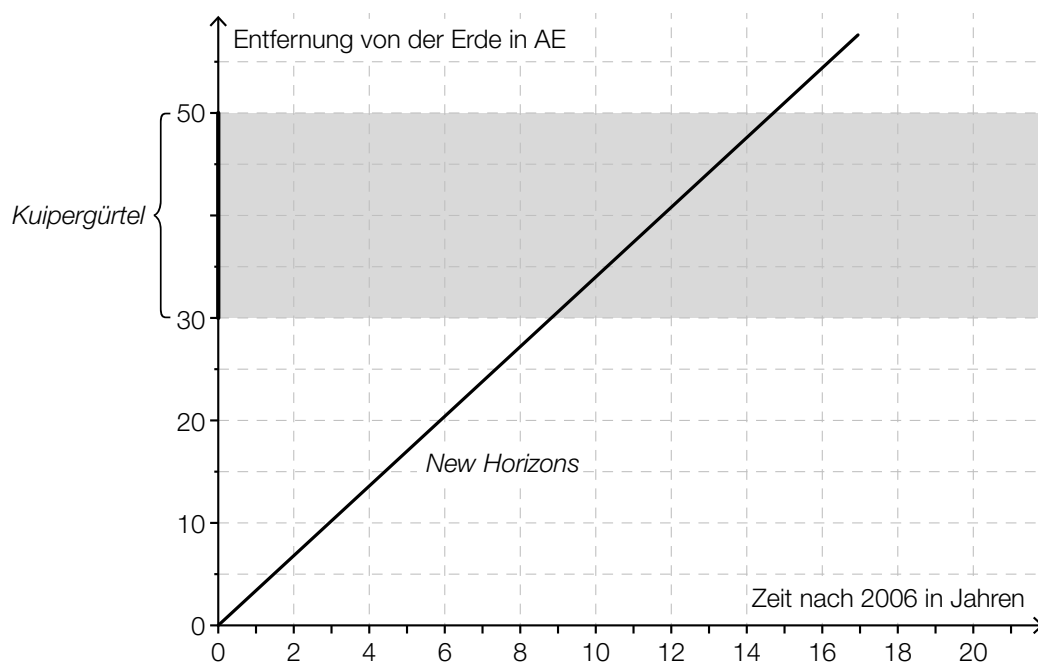
New Horizons ist eine Raumsonde, die im Jahr 2006 von der Erde aus in den Weltraum gestartet ist und immer noch unterwegs ist.

- a) Rund 9 Jahre nach ihrem Start flog *New Horizons* am Zwergplaneten Pluto vorbei. Sie bewegte sich in diesen 9 Jahren mit einer mittleren Geschwindigkeit von 16,2 km/s. Es gilt vereinfacht: 1 Jahr = 365 Tage.

1) Berechnen Sie die Länge des Weges, den *New Horizons* in 9 Jahren zurückgelegt hat.

[1 Punkt]

- b) Im unten stehenden Diagramm ist die Entfernung von *New Horizons* von der Erde in Abhängigkeit von der Zeit näherungsweise dargestellt. Eine in der Astronomie gebräuchliche Längeneinheit ist die sogenannte *astronomische Einheit* (AE). In einer Entfernung von 30 bis 50 AE von der Erde durchfliegt *New Horizons* den sogenannten *Kuipergürtel*.



- 1) Lesen Sie aus dem obigen Diagramm ab, wie lange *New Horizons* benötigt, um den gesamten Kuipergürtel zu durchfliegen.

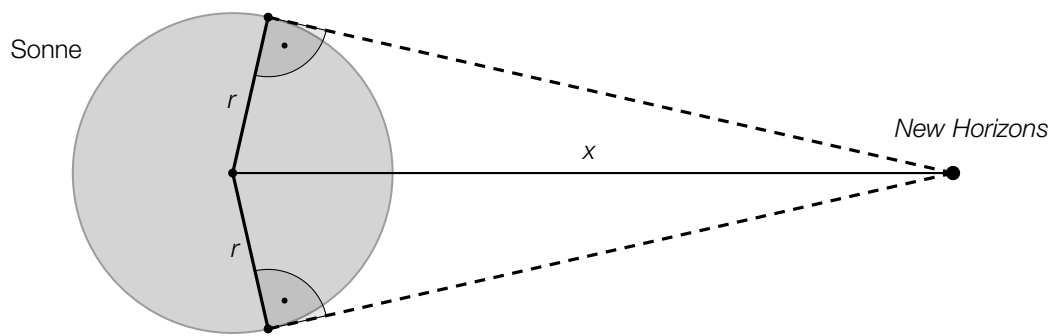
[1 Punkt]

4 Jahre nach dem Start von *New Horizons* ist eine weitere Raumsonde von der Erde gestartet. Diese Raumsonde fliegt auf derselben Route wie *New Horizons*, aber mit der halben Geschwindigkeit.

- 2) Zeichnen Sie im obigen Diagramm die Entfernung dieser Raumsonde von der Erde in Abhängigkeit von der Zeit ein.

[1 Punkt]

- c) Die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Skizze zeigt die Position von *New Horizons* relativ zur Sonne.



- 1) Zeichnen Sie in der obigen Skizze den Sehwinkel α ein, unter dem die Sonne von *New Horizons* aus gesehen wird. [1 Punkt]
- 2) Erstellen Sie aus r und x eine Formel zur Berechnung des Sehwinkels α .

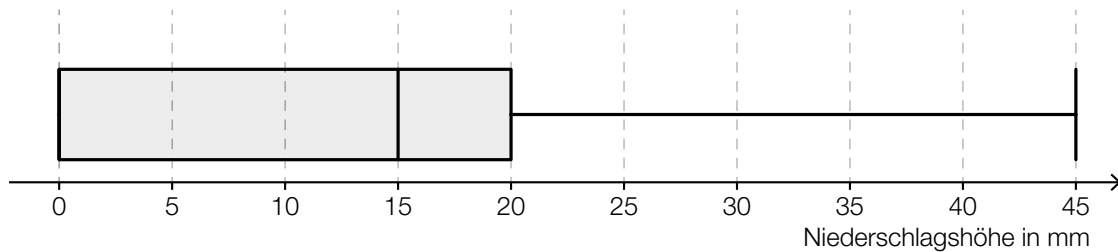
$\alpha =$ _____

[1 Punkt]

Aufgabe 3

Niederschlagsmessung

- a)* An einem bestimmten Ort wurde an jedem Tag eines bestimmten Monats die Niederschlags-
höhe gemessen. In der nachstehenden Abbildung sind die gesammelten Daten als Boxplot
dargestellt.



- 1) Kreuzen Sie die mit Sicherheit zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

[1 Punkt]

An jedem Tag dieses Monats gab es Niederschlag.	<input type="checkbox"/>
An $\frac{3}{4}$ aller Tage dieses Monats betrug die Niederschlags- höhe weniger als 15 mm.	<input type="checkbox"/>
An über 50 % aller Tage dieses Monats betrug die Nieder- schlagshöhe mehr als 20 mm.	<input type="checkbox"/>
An mindestens 25 % aller Tage dieses Monats hat es keinen Niederschlag gegeben.	<input type="checkbox"/>
An 75 % aller Tage dieses Monats betrug die Nieder- schlagshöhe mehr als 20 mm.	<input type="checkbox"/>

- b) Niederschlagsmengen werden oft in der Einheit „Liter pro Quadratmeter“ (L/m^2) angegeben.
Alternativ wird aber auch die zugehörige Niederschlagshöhe in der Einheit „Millimeter“ (mm)
angegeben.

- 1) Zeigen Sie, dass eine Niederschlagsmenge von $1 L/m^2$ genau einer Niederschlagshöhe
von 1 mm entspricht.

[1 Punkt]

Im Juni 2016 betrug die Niederschlagshöhe an einer bestimmten Messstation in Wien insge-
samt 79 mm. Der Normalwert (langjähriger Durchschnittswert) für Wien im Juni beträgt 70 mm.

- 2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Niederschlagshöhe im Juni 2016 über dem
Normalwert lag.

[1 Punkt]

- c) Die Höhe, in der Niederschlagsmessgeräte über dem Boden aufgestellt werden, hängt von der Höhe der Messstation über dem Meeresspiegel (ü. d. M.) ab.

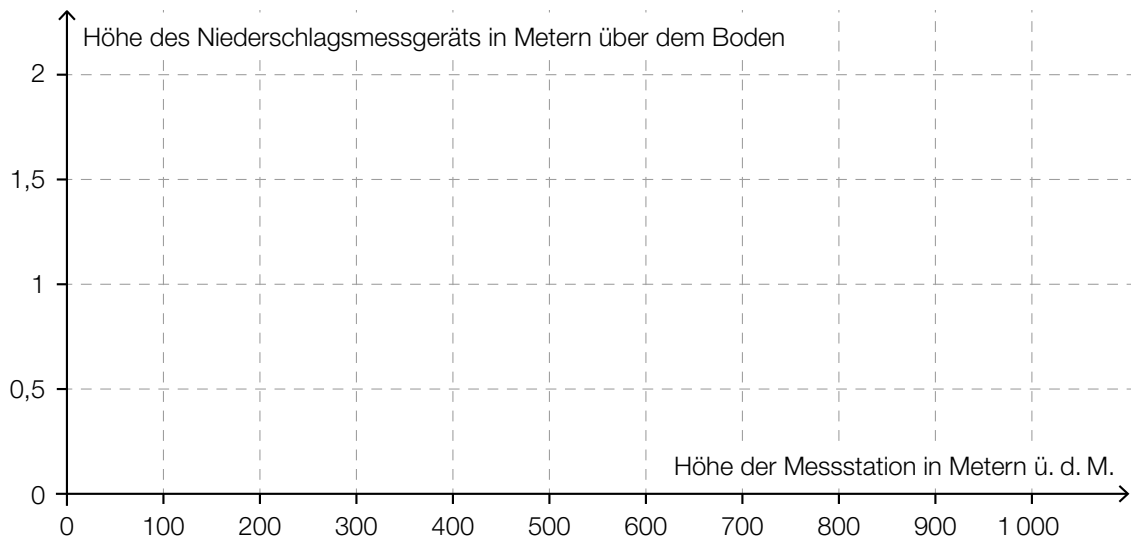
Bei einer Höhe der Messstation von bis zu 500 m ü. d. M. beträgt die Höhe, in der ein Niederschlagsmessgerät aufgestellt wird, genau 1 m über dem Boden.

Bei einer Höhe der Messstation von mehr als 500 m ü. d. M. und bis zu 800 m ü. d. M. wird das Niederschlagsmessgerät 1,5 m über dem Boden aufgestellt.

Bei einer Höhe der Messstation von mehr als 800 m ü. d. M. wird das Niederschlagsmessgerät 2 m über dem Boden aufgestellt.

- 1) Veranschaulichen Sie diese Informationen im nachstehenden Koordinatensystem.

[1 Punkt]

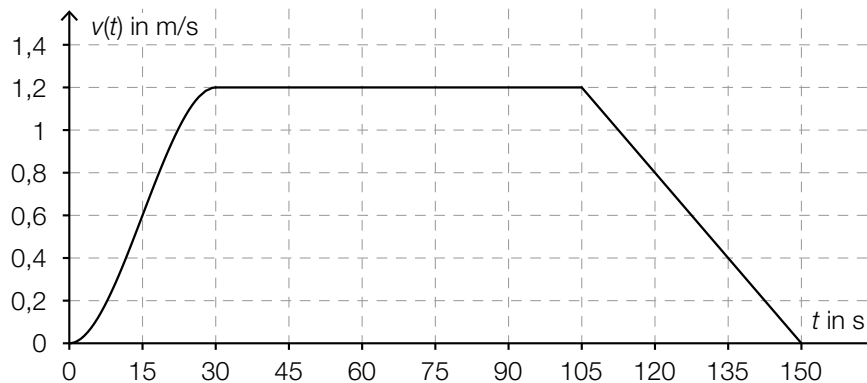


Aufgabe 4

Torre de Collserola

Vom Fußpunkt des *Torre de Collserola* (Fernsehturm in Barcelona) bis zu dessen Aussichtsplattform führt ein Aufzug senkrecht nach oben.

In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v bei einer Aufzugsfahrt modellhaft dargestellt.



t ... Zeit in s

$v(t)$... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

- a) 1) Ermitteln Sie die maximale Geschwindigkeit bei dieser Aufzugsfahrt in km/h. [1 Punkt]
- b) 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung k der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v im Zeitintervall $[105; 150]$. [1 Punkt]
- 2) Interpretieren Sie die Steigung k und ihr Vorzeichen im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. [1 Punkt]
- c) Im Zeitintervall $[0; 30]$ gilt für die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v :

$$v(t) = -\frac{1}{11250} \cdot t^3 + \frac{1}{250} \cdot t^2 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 30$$

Die Aufzugsfahrt dauert insgesamt 150 Sekunden.

- 1) Berechnen Sie die Länge des Weges, der bei dieser Aufzugsfahrt insgesamt zurückgelegt wird. [2 Punkte]

Aufgabe 5

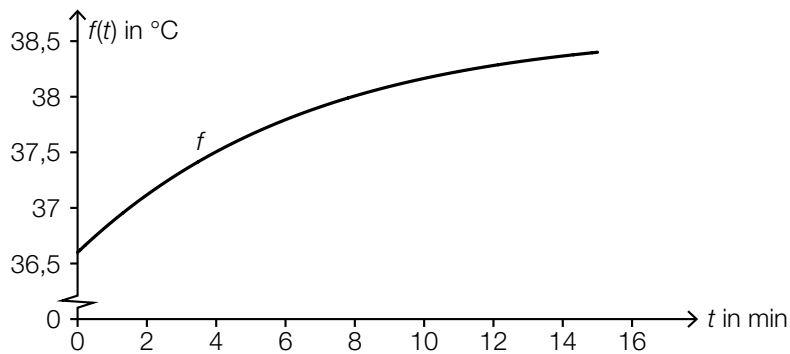
Sauna

In der kalten Jahreszeit besuchen viele Menschen regelmäßig eine Sauna.

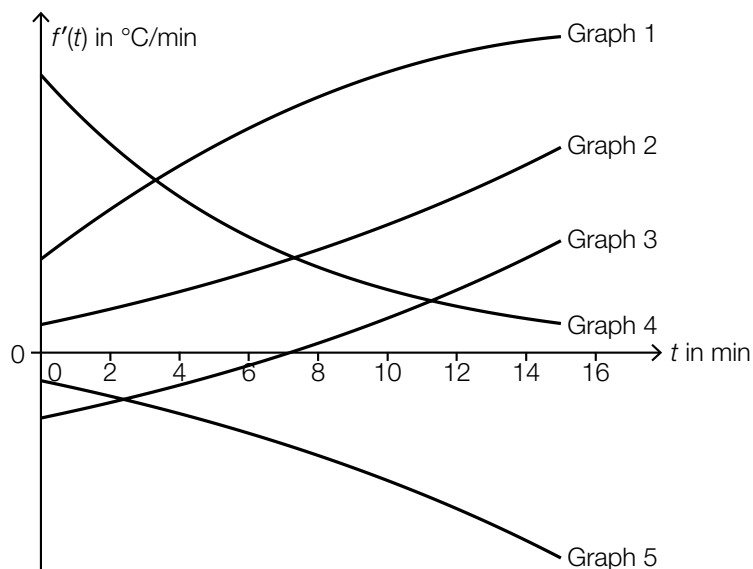
- a) Der Graph der Funktion f in der nachstehenden Abbildung zeigt die Körpertemperatur eines Saunagasts während eines Saunagangs.

t ... Zeit seit Betreten der Sauna in min

$f(t)$... Körpertemperatur zur Zeit t in °C

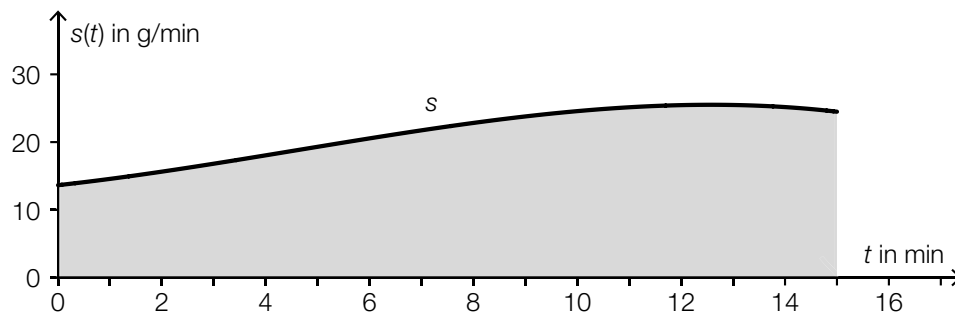


- 1) Kreuzen Sie den zutreffenden Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion f' an. [1 aus 5]
[1 Punkt]



Graph 1	<input type="checkbox"/>
Graph 2	<input type="checkbox"/>
Graph 3	<input type="checkbox"/>
Graph 4	<input type="checkbox"/>
Graph 5	<input type="checkbox"/>

- b) Die Funktion s , deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist, beschreibt die momentane Schweißabsonderung eines Saunagasts zur Zeit t bei einem 15-minütigen Saunagang.

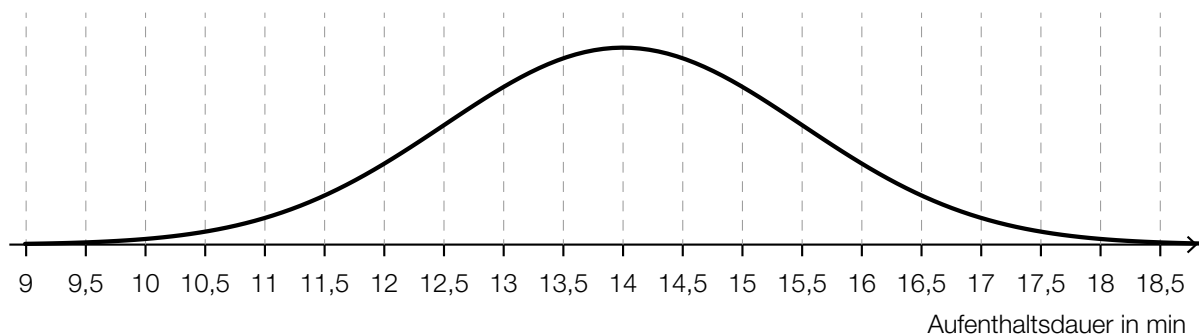


- 1) Erstellen Sie mithilfe der Funktion s eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$A =$ _____ [1 Punkt]

- 2) Beschreiben Sie die Bedeutung von A im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. [1 Punkt]

- c) In einer bestimmten Sauna ist die Aufenthaltsdauer der Saunagäste annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 14$ min. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Standardabweichung σ ab.

$\sigma =$ _____ min [1 Punkt]

- 2) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Aufenthaltsdauer eines zufällig ausgewählten Saunagasts mehr als 16 min beträgt. [1 Punkt]

- d) Frau Maier nimmt sich vor, zwischen Oktober und April an jedem Mittwoch die Sauna zu besuchen.
Sie stellt fest, dass sie diese Termine unabhängig voneinander mit jeweils 90%iger Wahrscheinlichkeit wahrnehmen kann.

Man betrachtet n Wochen in diesem Zeitraum.

- 1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = 1 - 0,1^n$$

[1 Punkt]

Aufgabe 6 (Teil B)

Streaming

Ein Fernsehsender entschließt sich, einen Streaming-Dienst für Filme auf den Markt zu bringen. Damit können Filme über das Internet abgespielt werden.

Die Zeit nach der Markteinführung in Monaten wird mit t bezeichnet.

- a) Bei der Markteinführung ($t = 0$) nutzen 1 000 Kunden dieses Angebot.

Die Anzahl der Kunden steigt im 1. Jahr nach der Markteinführung pro Monat jeweils um etwa 20 % bezogen auf die Anzahl des jeweiligen Vormonats.

Die Anzahl der Kunden soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion. *[1 Punkt]*
- 2) Berechnen Sie die Anzahl der Kunden für $t = 7$. *[1 Punkt]*
- 3) Berechnen Sie, wie lange es nach der Markteinführung dauert, bis die Anzahl der Kunden erstmals 8 000 übersteigt. *[1 Punkt]*

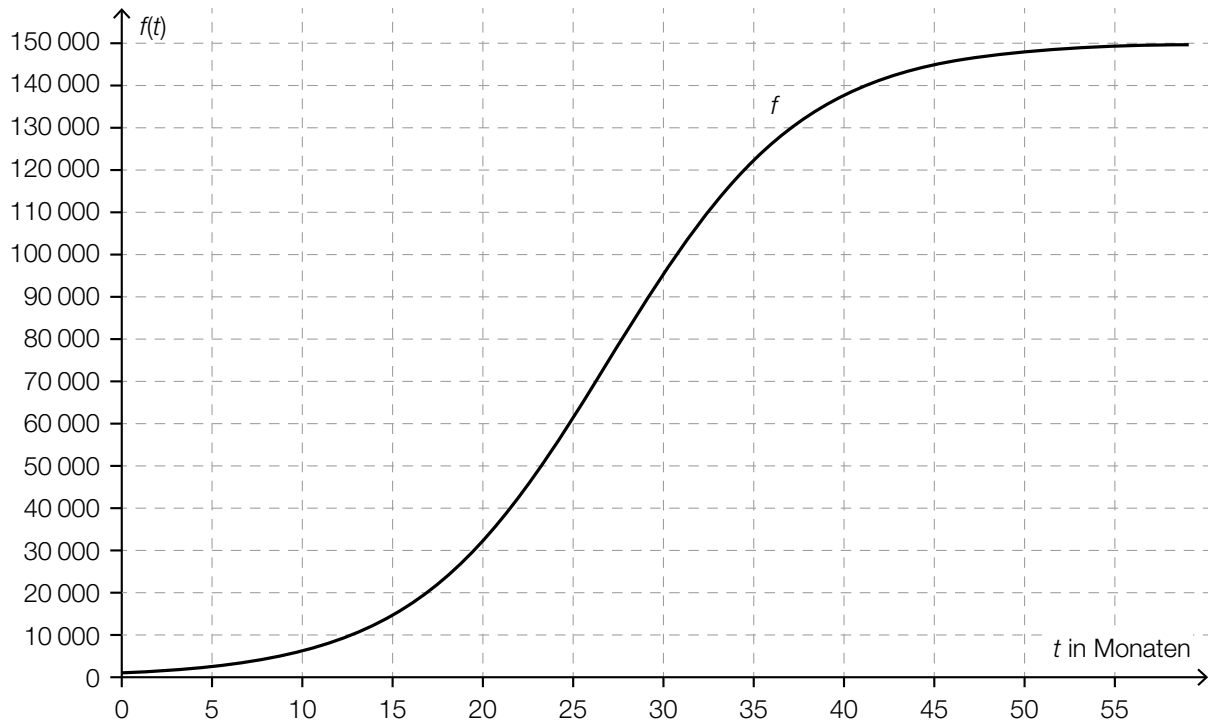
- b) In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der Kunden für einen bestimmten Zeitraum angegeben.

Zeit t in Monaten	18	20	24	26	28
Anzahl der Kunden	23 800	32 200	54 600	68 000	81 900

Die Anzahl der Kunden soll in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.

- 1) Ermitteln Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion. *[1 Punkt]*

- c) Die über einen längeren Zeitraum betrachtete zeitliche Entwicklung der Anzahl der Kunden kann näherungsweise durch die logistische Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



- 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Zeitpunkt des stärksten Wachstums der Anzahl der Kunden ab. [1 Punkt]

Für die Funktion f gilt: $f(t) = \frac{150000}{1 + c \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$

Bei der Markteinführung ($t = 0$) nutzen 1 000 Kunden dieses Angebot.

- 2) Ermitteln Sie die Parameter c und λ der Funktion f . [2 Punkte]

Aufgabe 7 (Teil B)

Wohnanlage

Eine Wohnanlage wird saniert.

- a) Die Kosten für die Sanierung in Höhe von € 52.647,60 werden proportional zur Wohnungsgröße aufgeteilt.
Die jeweiligen Größen der 4 Wohnungen sind: 52 m², 60 m², 78 m² und 102 m².
- 1) Berechnen Sie den Kostenanteil für die Sanierung der größten Wohnung in Euro. *[1 Punkt]*
- b) Zur Finanzierung der Sanierung nehmen die Wohnungseigentümer einen Kredit in Höhe von € 20.000 auf.
Sie vereinbaren mit der Bank, den Kredit durch 6 vorschüssige Jahresraten R zu tilgen. Die erste Jahresrate ist nach 3 Jahren fällig. Für die Rückzahlung wird der Jahreszinssatz i vereinbart.
- 1) Veranschaulichen Sie diesen Zahlungsstrom (Kreditbetrag und Jahresraten) auf einer Zeitachse. *[1 Punkt]*
 - 2) Erstellen Sie eine Gleichung zur Berechnung von R . Verwenden Sie dabei den Jahreszinssatz i . *[1 Punkt]*
- Unmittelbar vor dem Bezahlen der 1. Jahresrate entscheiden sich die Wohnungseigentümer dafür, bei ansonsten gleichbleibenden Bedingungen den Kredit mit nur 3 Jahresraten zu tilgen.
- 3) Argumentieren Sie, dass diese neuen Jahresraten weniger als doppelt so hoch wie die zuvor vereinbarten Jahresraten sind. *[1 Punkt]*

- c) Eine andere Bank unterbreitet den Wohnungseigentümern zur Rückzahlung eines Kredits ein Angebot, bei dem der Kredit bei einem fixen Jahreszinssatz in 5 Jahren vollständig getilgt wird.

Im Folgenden ist ein Teil des Tilgungsplans dargestellt.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000,00
1	€ 600,00		€ 600,00	
2	€ 600,00		€ 5.500,00	€ 15.100,00
3			€ 5.500,00	€ 10.053,00
4			€ 5.500,00	€ 4.854,59
5				€ 0,00

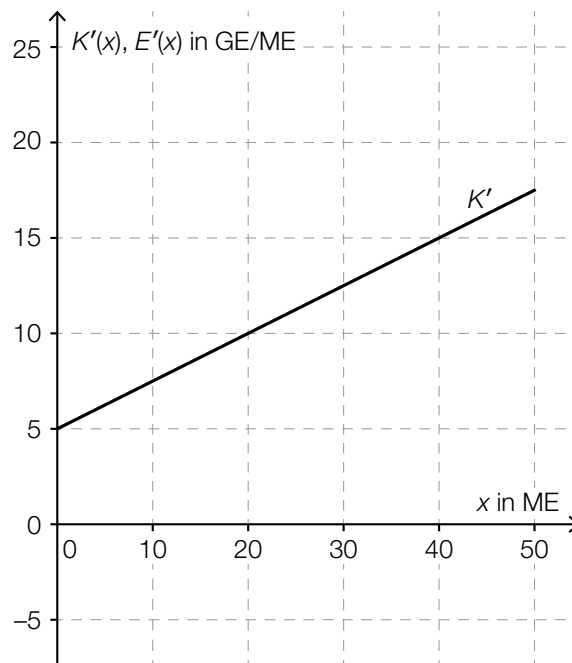
- 1) Berechnen Sie den Jahreszinssatz des Kredits. *[1 Punkt]*
- 2) Tragen Sie im obigen Tilgungsplan die fehlenden Beträge in die grau markierten Zellen ein. *[2 Punkte]*

Aufgabe 8 (Teil B)

Scharniere

Ein Unternehmen stellt Scharniere her.

- a) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der linearen Grenzkostenfunktion K' für die Herstellung von *Clip*-Scharnieren dargestellt.



- 1) Erstellen Sie eine Gleichung der Grenzkostenfunktion K' . [1 Punkt]

Die Fixkosten für die Herstellung von *Clip*-Scharnieren betragen 50 GE.

- 2) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Kostenfunktion K . [1 Punkt]

Die Grenzerlösfunktion E' für *Clip*-Scharniere ist gegeben durch:

$$E'(x) = -0,5 \cdot x + 20$$

x ... Absatzmenge in ME

$E'(x)$... Grenzerlös bei der Absatzmenge x in GE/ME

- 3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Grenzerlösfunktion E' im Intervall $[0; 50]$ ein. [1 Punkt]
- 4) Interpretieren Sie die Nullstelle der Grenzerlösfunktion E' in Bezug auf den Erlös. [1 Punkt]

- b) Die Durchschnittskosten für die Herstellung des Scharniers *Modul* lassen sich durch die Durchschnittskostenfunktion \bar{K} mit $\bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$ beschreiben:

$$\bar{K}(x) = 0,25 \cdot x + 3 + \frac{1}{x}$$

x ... Produktionsmenge in ME

$\bar{K}(x)$... Durchschnittskosten bei der Produktionsmenge x in GE/ME

Es werden folgende Rechenschritte ausgeführt:

$$\bar{K}'(x) = 0,25 - \frac{1}{x^2}$$

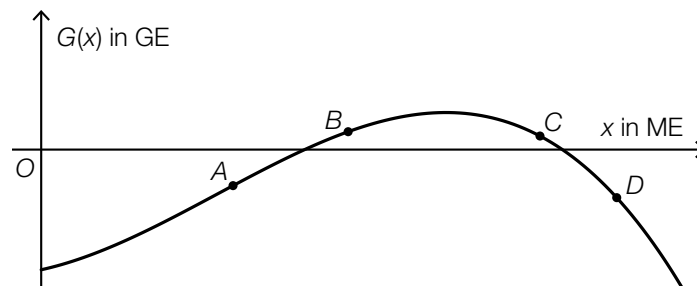
$$0,25 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{0,25}}$$

$$x_1 = 2, \quad (x_2 = -2)$$

- 1) Interpretieren Sie die Lösung $x_1 = 2$ im gegebenen Sachzusammenhang. [1 Punkt]
- 2) Zeigen Sie mithilfe der Regel zum Ableiten von Potenzfunktionen, dass man als Ableitung von $\frac{1}{x}$ den Ausdruck $-\frac{1}{x^2}$ erhält. [1 Punkt]

- c) In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Gewinnfunktion G für das Scharnier *Top* dargestellt.

Auf dem Graphen der Gewinnfunktion G sind die Punkte A , B , C und D eingezeichnet.



- 1) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils den zutreffenden Punkt aus A bis D zu. [2 zu 4] [1 Punkt]

$G(x) > 0$ und $G'(x) > 0$	
$G(x) < 0$ und $G'(x) < 0$	

A	Punkt A
B	Punkt B
C	Punkt C
D	Punkt D

d) Der Gewinn für das Scharnier *Cardo* kann durch die Funktion G beschrieben werden:

$$G(x) = -0,01 \cdot x^3 + 0,28 \cdot x^2 + 1,75 \cdot x - 50$$

x ... Absatzmenge in ME

$G(x)$... Gewinn bei der Absatzmenge x in GE

1) Ermitteln Sie die untere Gewinngrenze.

[1 Punkt]

2) Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.

[1 Punkt]