Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

Haupttermin 2021

Angewandte Mathematik

Korrekturheft

HTL 2

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Beurteilung der Klausurarbeit

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
44–48 Punkte	Sehr gut
38–43 Punkte	Gut
31–37 Punkte	Befriedigend
23–30 Punkte	Genügend
0–22 Punkte	Nicht genügend

Jahresnoteneinrechnung: Damit die Leistungen der letzten Schulstufe in die Beurteilung des Prüfungsgebiets einbezogen werden können, muss die Kandidatin / der Kandidat mindestens 14 Punkte erreichen.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf ***https://ablauf.srdp.at*** gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

Für die Korrektur und die Bewertung sind die am Prüfungstag auf ***https://korrektur.srdp.at*** veröffentlichten Unterlagen zu verwenden.

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:

   a. Punkte sind zu vergeben, wenn die jeweilige Handlungsanweisung in der Bearbeitung richtig umgesetzt ist.

   b. Berechnungen im offenen Antwortformat ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind richtig, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Zirkus

a1) $65 \cdot x + 57 \cdot y = 1\,179$
$82 \cdot x + 74 \cdot y = 1\,502$

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 12$
$y = 7$

Der Eintrittspreis für einen Erwachsenen beträgt € 12, der Eintrittspreis für ein Kind beträgt € 7.

a1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Eintrittspreise x und y.

b1)

$(n + k) \cdot p \cdot 0{,}95$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) X ... Dauer der Zirkusvorstellung in min

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 118) = 0{,}6554...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 65,5 %.

c2)

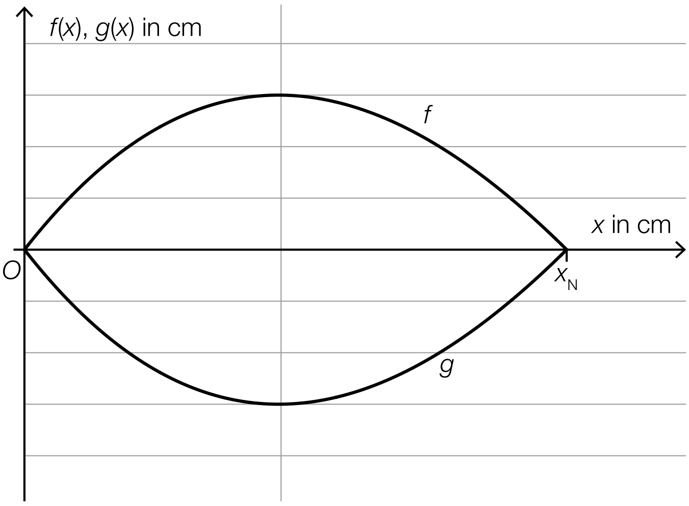
$1 - F(125)$	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 2

Bäume

a1)



a2) $f(x) = 0$ *oder* $0{,}0047 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 1{,}28 \cdot x = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 0$, $x_2 = 7{,}84\ldots$, $x_3 = 34{,}70\ldots$
$x_N = 7{,}84\ldots$

a3) $2 \cdot \int_0^{7{,}84\ldots} f(x)\,\mathrm{d}x = 23{,}30\ldots$
Der Flächeninhalt dieses Blattes beträgt rund 23,3 cm².

a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Funktion g.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Nullstelle x_N.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Flächeninhalts.

b1) $\frac{30\,000 \cdot 2{,}14 \cdot 14{,}5}{1\,000 \cdot 1\,000} = 0{,}9309$

Ein solcher Laubbaum produziert an diesem Sommertag rund 0,93 kg Sauerstoff.

b2) $n = \frac{0{,}816}{0{,}9309} \cdot x$ *oder* $n = 0{,}8765\ldots \cdot x$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der produzierten Sauerstoffmenge in kg.
b2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

Aufgabe 3

Sonnenlicht und Vitamin D

a1) [73; 273] (in Tagen)
Toleranzbereich für die untere Grenze: [70; 80]
Toleranzbereich für die obere Grenze: [270; 280]

a2) In den ersten 90 Tagen des Jahres steigt der größte Einfallswinkel der Sonnenstrahlen pro Tag um durchschnittlich 0,3°.

oder:

Die mittlere Änderungsrate des größten Einfallswinkels der Sonnenstrahlen im Zeitintervall [0; 90] beträgt 0,3° pro Tag.

a1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Zeitintervalls.
a2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

b1) $30 = N_0 \cdot e^{-0{,}0173 \cdot 60} \quad \Rightarrow \quad N_0 = 84{,}7...$

Die Vitamin-D-Konzentration im Blut zu Herbstbeginn muss (mindestens) rund 85 ng/ml betragen.

b2)

Nach 160 Tagen ist noch ein Sechzehntel von N_0 vorhanden.	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der notwendigen Vitamin-D-Konzentration zu Herbstbeginn.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 4

Steig- bzw. Sinkflug von Flugzeugen

a1) $h_1(t) = -90 \cdot t + 12\,000$

t ... Zeit in min
$h_1(t)$ ... Flughöhe zur Zeit t in m

a2) Ablesen der Steigung der Funktion h_1 aus der Funktionsgleichung: $k_1 = -90$
Ablesen der Steigung der Funktion h_2 aus dem Funktionsgraphen: $k_2 = -125$
$|k_1| < |k_2|$

Das zweite Flugzeug sinkt also schneller als das erste Flugzeug.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion h_1.
a2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) $t_m = 600$ s
Toleranzbereich: [590; 610]

b2) Die Flughöhe des Flugzeugs nimmt im Zeitintervall [1 550; 1 800] um 1 249 m ab.

b1) Ein Punkt für das richtige Ablesen.
b2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren des Ergebnisses im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 5

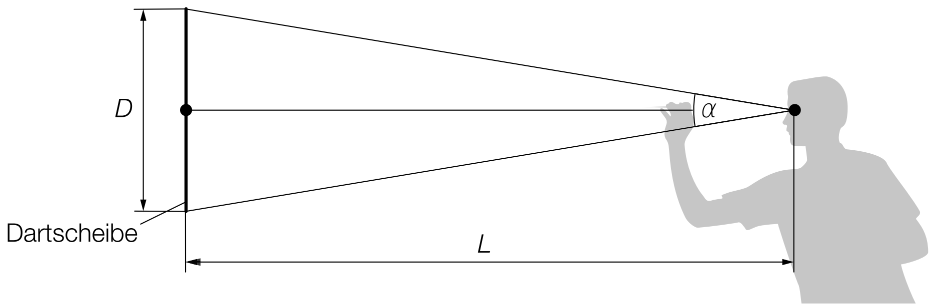
Darts

a1) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{d^2}{D^2} = 0{,}570...$

Die Fläche des inneren Kreises macht rund 57 % der Fläche des äußeren Kreises aus.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Prozentsatzes.

b1)



b2) $\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{D}{2 \cdot L}\right)$

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Größen L und α.
b2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

c1) $f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(0) = 173$
II: $f(75) = 182$
III: $f'(75) = 0$

oder:

I: $c = 173$
II: $5\,625 \cdot a + 75 \cdot b + c = 182$
III: $150 \cdot a + b = 0$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{1}{625} = -0{,}0016$
$b = \frac{6}{25} = 0{,}24$
$c = 173$

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten a, b und c.

d1)

Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	D
Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1 - p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	A

A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

d1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Olympische Sommerspiele 2008 in Peking

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$v_B'(1) = 4{,}193...$

Die Beschleunigung von Usain Bolt 1 s nach dem Start betrug rund 4,19 m/s².

a2) Es wird die mittlere Geschwindigkeit (in m/s) von Usain Bolt im Zeitintervall [5; 8] berechnet.

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$100 - \int_0^{9{,}69} v_T(t)\,\mathrm{d}t = 2{,}423...$

Richard Thompson war rund 2,42 m von der Ziellinie entfernt, als Usain Bolt diese überquerte.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Beschleunigung.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.
a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Entfernung.

b1) $\vec{v}_M = |\vec{v}_M| \cdot \begin{pmatrix} \boxed{\cos(\alpha)} \\ \boxed{\sin(\alpha)} \end{pmatrix}$

b2) $h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$
$\tan(\alpha) = h'(0) = b$

b1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Ausdrücke.
b2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.

c1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$f(x) = 0{,}18254 \cdot x - 3{,}4$

x ... Distanz in m
$f(x)$ ... Zeit bei der Distanz x in s

c2) $f(10\,000) = 1\,822$
29 min 54,66 s = 1 794,66 s

$\left|\frac{1\,794{,}66 - 1\,822}{1\,794{,}66}\right| = 0{,}0152...$

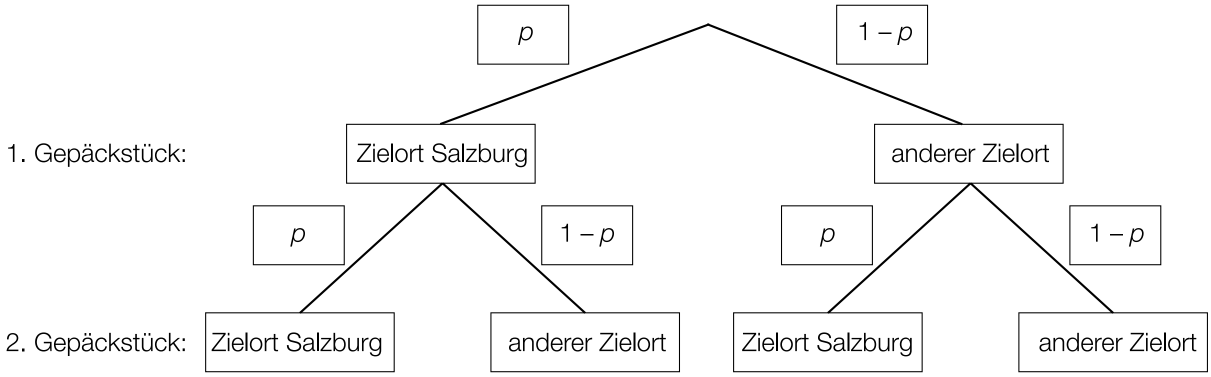
Der Betrag des relativen Fehlers beträgt rund 1,5 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Betrags des relativen Fehlers.

Aufgabe 7 (Teil B)

Flughafen

a1)



Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn im Baumdiagramm für $p = 0{,}15$ *und für* $1 - p = 0{,}85$ *angegeben wird (vgl. Lösung zu a2).*

a2) $0{,}9775 = 1 - p^2$
$p = \sqrt{0{,}0225} = 0{,}15$

a3)

Von 5 zufällig ausgewählten Gepäckstücken hat keines den Zielort Salzburg.	A
Von 5 zufällig ausgewählten Gepäckstücken haben alle den Zielort Salzburg.	B

A	$(1 - p)^5$
B	p^5
C	$1 - p^5$
D	$1 - (1 - p)^5$

a1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Wahrscheinlichkeiten.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit p.
a3) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

b1) X ... Kerosinverbrauch in L/100 km

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}90 \quad \Rightarrow \quad [803{,}8...; 886{,}1...]$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

Stichprobenmittelwert: $\bar{x} = 829{,}8$

Berechnung des 99-%-Konfidenzintervalls $[\mu_u; \mu_o]$ mithilfe der Normalverteilung:

$\mu_u = 829{,}8 - 2{,}576 \cdot \frac{25}{\sqrt{10}} = 809{,}4...$

$\mu_o = 829{,}8 + 2{,}576 \cdot \frac{25}{\sqrt{10}} = 850{,}1...$

Daraus ergibt sich folgendes Konfidenzintervall in L/100 km: [809,4...; 850,1...]

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Intervalls.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Konfidenzintervalls.

c1) $|\vec{v}| = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}5^2} = 1{,}3$

1,3 m/s = 78 m/min

c2) $\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ y_w \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad -1{,}2 + 0{,}5 \cdot y_w = 0 \quad \Rightarrow \quad y_w = 2{,}4$

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von $|\vec{v}|$ in m/min.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von y_w.

Aufgabe 8 (Teil B)

Meerwasser und mehr Wasser

a1) Das Volumen nimmt zu, wenn die momentane Änderungsrate $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$ positiv ist. Dies ist dann der Fall, wenn V kleiner als 350 ist.

a2) $\int \frac{1}{350 - V}\,\mathrm{d}V = \int 0{,}001\,\mathrm{d}t$ *oder* $\int \frac{V'}{350 - V}\,\mathrm{d}t = \int 0{,}001\,\mathrm{d}t$

$-\ln|350 - V(t)| = 0{,}001 \cdot t + C_1$
$V(t) = 350 + C \cdot e^{-0{,}001 \cdot t}$

a3) $V(0) = 150 \quad \Rightarrow \quad C = -200$
$V(t) = 350 - 200 \cdot e^{-0{,}001 \cdot t}$

a1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der allgemeinen Lösung der Differenzialgleichung mithilfe der Methode *Trennen der Variablen*.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der speziellen Lösung der Differenzialgleichung.

b1) $h'(t) = 1$ *oder* $1{,}5 \cdot t \cdot e^{-0{,}3 \cdot t} = 1$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t_1 = 0{,}86...$ und $t_2 = 8{,}47...$
Im Zeitintervall [0,86...; 8,47...] beträgt die momentane Änderungsrate des Wasserstands mindestens 1 mm/min.

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitintervalls.

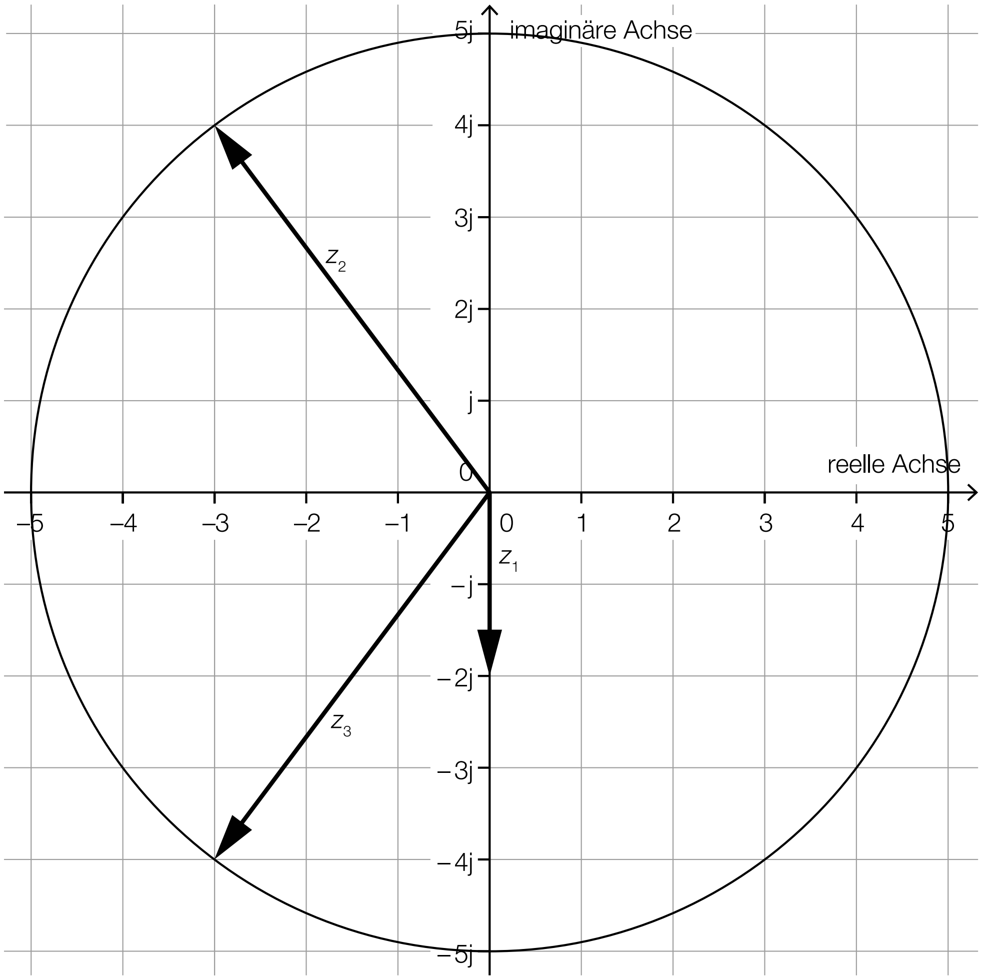
c1) $a = 3$
$b = -1$

c1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Parameters a.
Ein Punkt für das Angeben des richtigen Parameters b.

Aufgabe 9 (Teil B)

Zahlen können auch komplex sein

a1 und a2)



Auch ein Einzeichnen der komplexen Zahlen als Punkte in der Gauß'schen Zahlenebene ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen von z_1.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen von z_2 und z_3.

b1) $z \cdot z^* = (a + b \cdot \mathrm{j}) \cdot (a - b \cdot \mathrm{j}) = a^2 - b^2 \cdot \mathrm{j}^2 = a^2 + b^2$

Mit $a, b \in \mathbb{R}$ ist auch $a^2 + b^2 \in \mathbb{R}$.

b1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.