Ime:	
Razred:	

Standardizirani, kompetenčno usmerjeni pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

3. maj 2022

Matematika

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge 1. dela in naloge 2. dela (sestavljene iz delnih nalog). Naloge oz. delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovni papir, ki vam je dan na razpolago. Vaše ime in Vaš razred vpišite v za to predvideni polji na naslovnici zvezka z nalogami, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni list delovnega papirja. Pri odgovarjanju vsakega navodila za delo, na delovni papir navedite njegovo oznako (npr.: 25a1).

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno nalogo potrjena s strani pristojnega člana vlade.

Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je na vpogled v izpitnem prostoru.

Smernice za reševanje

– Rešitve morajo biti kot le-te na vsak način nedvoumno razpoznavne.
– Rešitve morajo biti na vsak način navedene s pripadajočimi enotami, če je to eksplicitno zahtevano v navodilu za delo.

Pri odprtih formatih odgovorov ima pri dodeljevanju točk prednost dokazilo vsakokratne osnovne kompetence. Za obdelavo odprtih formatov odgovorov se priporoča:

– pot reševanja, tudi v primeru uporabe tehnologije, dokumentirati jasno,
– spremenljivke, ki jih izberete sami, pojasniti in po potrebi navesti s pripadajočimi enotami,
– izogibati se prezgodnjemu zaokroževanju,
– označiti diagrame ali skice.

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v želeni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor »5 + 5 = 9« in nato spremenjen na »2 + 2 = 4«.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite želeni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor »2 + 2 = 4« najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Ključ vrednotenja

dosežene točke	ocena
32–36 točk	Sehr gut – *prav dobro*
27–31,5 točk	Gut – *dobro*
22–26,5 točk	Befriedigend – *povoljno*
17–21,5 točk	Genügend – *zadostno*
0–16,5 točk	Nicht genügend – *nezadostno*

Best-of-vrednotenje: Za naloge 26, 27 in 28 velja Best-of-vrednotenje. Izmed teh treh nalog 2. dela, se tista naloga, pri kateri je bilo doseženo najnižje število točk, ne vrednoti.

Veliko uspeha!

Naloga 1

Vrednosti izrazov

V nadaljevanju je danih pet izrazov za $a \in \mathbb{R}$ in $a < 0$.

Zastavitev naloge:

S križcem označite oba izraza, katerih vrednost je v vsakem primeru pozitivna. *[2 izmed 5]*

$\frac{a-1}{a}$	☐
$\frac{1-2 \cdot a}{a}$	☐
$\frac{a}{1-a}$	☐
$a^2 - 1$	☐
$-a$	☐

[0/1 t.]

Naloga 2

Kvadratna enačba

Dana je naslednja kvadratna enačba za neznanko x:
$3 \cdot x^2 + a = 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 4 \quad \text{pri} \quad a \in \mathbb{R}$

Zastavitev naloge:

Določite vse vrednosti za a, pri katerih ima dana enačba dve različni rešitvi v $\mathbb{R}$.

[0/1 t.]

Naloga 3

Točka premice

Dani sta: premica g v $\mathbb{R}^3$ pri $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix},\ s \in \mathbb{R}$,
in točka $A = \begin{pmatrix} 10 \\ -19 \\ a \end{pmatrix},\ a \in \mathbb{R}$.

Točka A leži na premici g.

Zastavitev naloge:

Izračunajte a.

a = ____________________

[0/1 t.]

Naloga 4

Normalni vektorji

Dan je vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \cdot a \end{pmatrix}$ pri $a > 1$.

Zastavitev naloge:

S križcem označite oba vektorja, ki stojita pravokotno na vektor $\vec{v}$. *[2 izmed 5]*

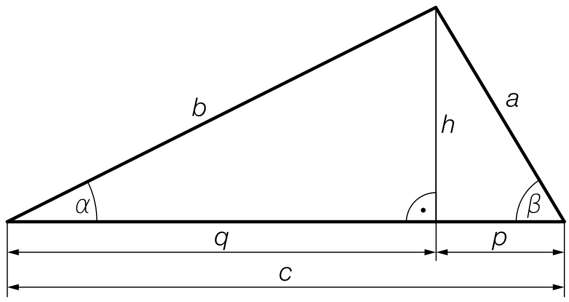
$\begin{pmatrix} -3 \cdot a \\ 7 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \cdot a \\ 3{,}5 \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} -6 \cdot a^2 \\ -14 \cdot a \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3{,}5 \cdot a \end{pmatrix}$	☐
$\begin{pmatrix} 9 \cdot a^2 \\ -21 \cdot a \end{pmatrix}$	☐

[0/1 t.]

Naloga 5

Izračuni v trikotniku

Naslednja slika prikazuje trikotnik, ki je z višino h razdeljen na dva pravokotna trikotnika.



Zastavitev naloge:

Štirim dolžinam priredite vsakič ustrezen izraz za izračun izmed A do F.

a	
b	
c	
h	

A	$b \cdot \cos(\alpha)$
B	$\frac{p}{\cos(\beta)}$
C	$\frac{h}{\tan(\beta)}$
D	$q \cdot \tan(\alpha)$
E	$q + \frac{h}{\tan(\beta)}$
F	$\frac{q}{\cos(\alpha)}$

[0/½/1 t.]

Naloga 6

Intervali

Danih je šest različnih intervalov.
Za vse kote α iz enega od teh intervalov velja: $\sin(\alpha) \geq 0$ in $\sin(\alpha) \neq 1$.

Zastavitev naloge:

S križcem označite ustrezni interval. *[1 izmed 6]*

[270°; 360°)	☐
[90°; 180°]	☐
(0°; 180°)	☐
[0°; 90°)	☐
(90°; 270°]	☐
[180°; 270°]	☐

[0/1 t.]

Naloga 7

Lastnosti realnih funkcij

V nadaljevanju so navedene lastnosti neke realne funkcije f.

Zastavitev naloge:

Štirim lastnostim priredite vsakič ustrezno izjavo izmed A do F.

Za vse $x \in \mathbb{R}$ velja: $f(x) = f(-x)$.	
Za neki določeni $m \in \mathbb{R}^+$ velja: $f(x + m) = f(x)$ za vse $x \in \mathbb{R}$.	
Za vse $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ pri $x_1 < x_2$ velja: $f(x_1) > f(x_2)$.	
Za vse $x \in \mathbb{R}$ velja: $f(x) \neq 0$.	

A	f je strogo monotono naraščajoča.
B	Graf funkcije f je simetričen glede na navpično os.
C	Graf funkcije f ima eno asimptoto.
D	f je strogo monotono padajoča.
E	f je periodična.
F	Graf funkcije f nima presečišča z x-osjo.

[0/½/1 t.]

Naloga 8

Linearna funkcija

Dana je linearna funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pri $f(x) = k \cdot x + d$ in $k, d \in \mathbb{R}$.

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da vsekakor nastane pravilna izjava.

Za vse $x \in \mathbb{R}$ velja: ___①___ = ___②___ .

①	
$f(x + 1)$	☐
$f(x + 2)$	☐
$f(x + 1) + f(x + 1)$	☐

②	
$f(x) + 2 \cdot k$	☐
$f(x) + d$	☐
$2 \cdot f(x) + 2$	☐

[0/1 t.]

Naloga 9

Obratno sorazmerje

Danih je šest predpisov za $x \in \mathbb{R}^+$.

Zastavitev naloge:

S križcem označite tisti predpis, ki opisuje obratno sorazmerje. *[1 izmed 6]*

$x \mapsto 3 - x$	☐
$x \mapsto -\frac{x}{3}$	☐
$x \mapsto \frac{3}{x^2}$	☐
$x \mapsto 3 \cdot x^{-1}$	☐
$x \mapsto 3^{-x}$	☐
$x \mapsto x^{-3}$	☐

[0/1 t.]

Naloga 10

Liha funkcija

Za funkcijo $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pri $f(x) = a \cdot x^n$ $(a \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ pri lihem $n \in \mathbb{N}$ je dana naslednja vrednostna preglednica:

x	-2	0	2
$f(x)$	v	0	w

Pri tem sta $v, w \in \mathbb{R}$.

Zastavitev naloge:

Navedite povezavo med v in w v obliki enačbe.

[0/1 t.]

Naloga 11

Razpolovni čas

Razpolovni čas neke določene radioaktivne substance znaša T let.
Z $m(t)$ je označena količina radioaktivne snovi, ki je prisotna po t letih.
Velja: $m(0) > 0$.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezni enačbi. *[2 izmed 5]*

$m(T) = \frac{1}{2} \cdot m(0)$	☐
$m(2 \cdot T) = 0$	☐
$m(3 \cdot T) = \frac{7}{8} \cdot m(0)$	☐
$m(4 \cdot T) = \frac{1}{4} \cdot m(T)$	☐
$m(5 \cdot T) = \frac{1}{2} \cdot m(4 \cdot T)$	☐

[0/1 t.]

Naloga 12

Toni

Funkcije f, g in h opisujejo vsakič, v odvisnosti od časa t (v sekundah), nihanja, ki proizvajajo tone.

Pri tem velja:

$f(t) = \sin(600 \cdot t)$

$g(t) = \frac{5}{4} \cdot \sin(800 \cdot t)$

$h(t) = \frac{6}{5} \cdot \sin(500 \cdot t)$

Glasnost nekega tona je tem višja, čim večja je amplituda (maksimalni odmik) pripadajočega nihanja.
Ton je tem višji, čim višja je frekvenca (število nihajev na sekundo) pripadajočega nihanja.

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Nihanje, ki ustvarja ton z največjo glasnostjo, je opisano s funkcijo ______①______;
nihanje, ki ustvarja najnižji ton, je opisano s funkcijo ______②______.

①	
f	☐
g	☐
h	☐

②	
f	☐
g	☐
h	☐

[0/½/1 t.]

Naloga 13

Telesna masa dojenčka

Telesno maso dojenčkov v prvih 6 tednih življenja je moč približno modelirati s pomočjo funkcije $G\colon [0; 6] \to \mathbb{R}$ pri $G(t) = G_0 + 190 \cdot t$.

t ... čas po rojstvu v tednih
$G(t)$ ... telesna masa dojenčka ob času t v g
G_0 ... telesna masa dojenčka ob rojstvu v g

Nora ima ob rojstvu telesno maso 3 200 g.

Zastavitev naloge:

S pomočjo funkcije G izračunajte relativno spremembo Norine telesne mase od rojstva do 6 tednov po rojstvu, v odstotkih.

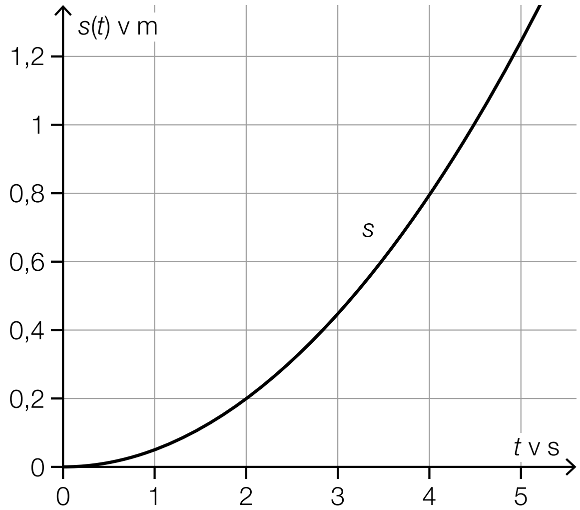
____________________ %

[0/1 t.]

Naloga 14

Povprečna hitrost

Dan je graf funkcije poti s, v odvisnosti od časa, nekega premikajočega se telesa. Čas t je podan v sekundah, pot $s(t)$ pa v metrih.



Zastavitev naloge:

Določite časovni trenutek t_1 tako, da bo povprečna hitrost telesa na intervalih [0; 4] in [1; t_1] vsakič enako velika.

t_1 = ____________________ sekund

[0/1 t.]

Naloga 15

Pravila odvajanja

Dani sta dve odvedljivi funkciji f in g in pozitivno realno število a.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe funkciji, ki se v vsakem primeru ujemata z $(a^2 \cdot (f + g))'$. *[2 izmed 5]*

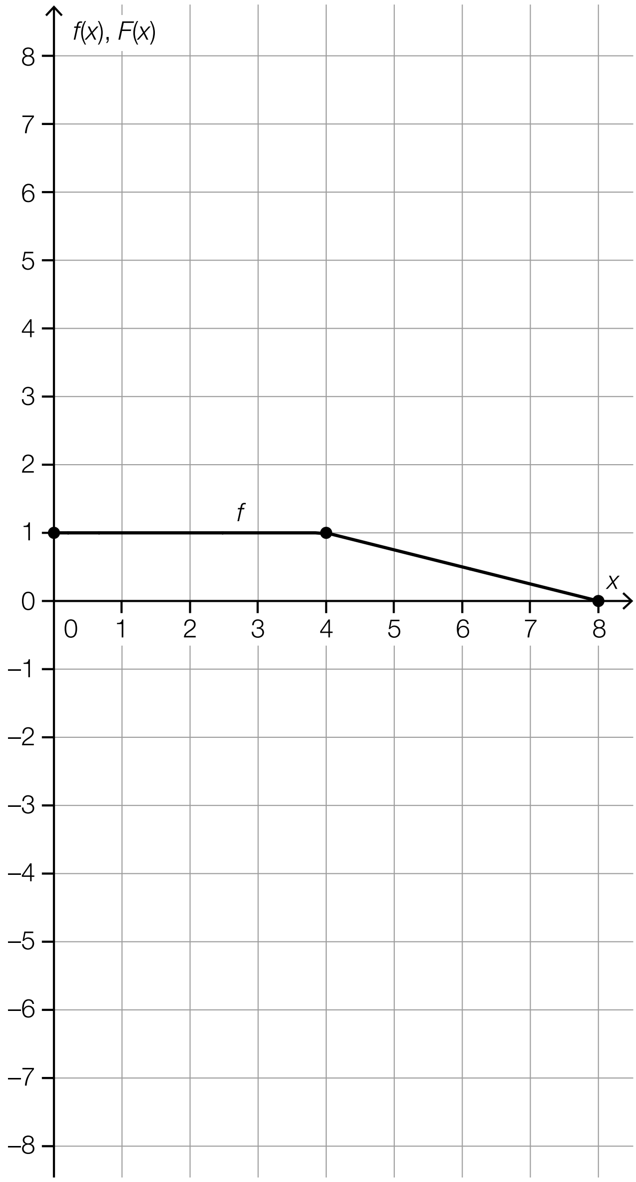
$2 \cdot a \cdot f' + 2 \cdot a \cdot g'$	☐
$a^2 \cdot f' + a^2 \cdot g'$	☐
$2 \cdot a \cdot (f + g)'$	☐
$a^2 \cdot (f + g)'$	☐
$f' + g'$	☐

[0/1 t.]

Naloga 16

Primitivna (prvotna) funkcija

Naslednja slika prikazuje graf realne funkcije $f\colon [0; 8] \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$.
Funkcija F, pri $F(0) = 0$, je primitivna funkcija funkcije f. Označene točke imajo celoštevilske koordinate.



Zastavitev naloge:

Na gornji sliki skicirajte graf funkcije F na intervalu [0; 8] ob uporabi funkcijskih vrednosti $F(0)$, $F(4)$ in $F(8)$.

[0/½/1 t.]

Naloga 17

Polinomska funkcija tretje stopnje

Za graf neke polinomske funkcije tretje stopnje f sta znana lokalni minimum $T = (-1|2)$ in lokalni maksimum $H = (1|4)$.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezni izjavi. *[2 izmed 5]*

Funkcija f je na intervalu (1; 3) strogo monotono padajoča.	☐
Funkcija f izkazuje na intervalu (–1; 1) spremembo monotonije.	☐
Funkcija f je na intervalu (–3; 1) strogo monotono padajoča.	☐
Funkcija f je na intervalu (–1; 1) neprekinjeno desno ukrivljena (negativno ukrivljena).	☐
Funkcija f izkazuje na intervalu (0; 2) spremembo monotonije.	☐

[0/1 t.]

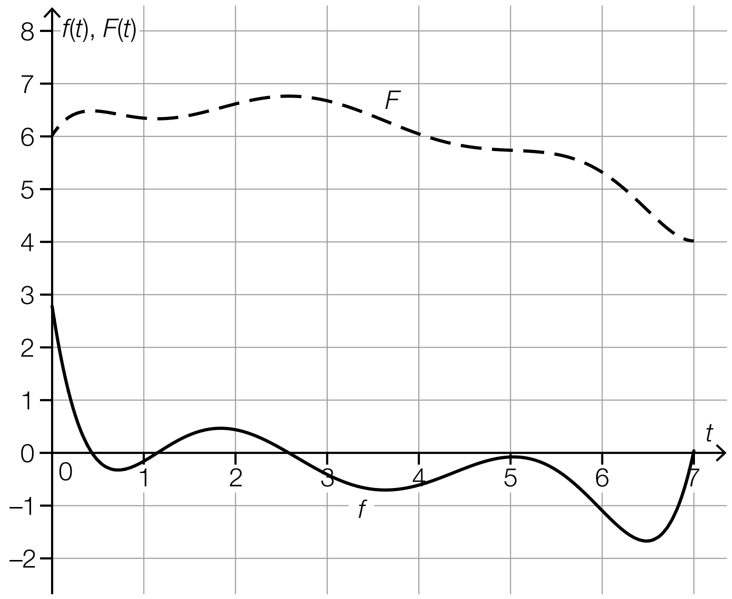
Naloga 18

Vrtni ribnik

Funkcija f modelno opisuje trenutno hitrost spreminjanja vodostaja v nekem določenem vrtnem ribniku v odvisnosti od časa t.

t ... čas v dnevih
$f(t)$ ... trenutna hitrost spreminjanja vodostaja v časovnem trenutku t v mm/dan

Funkcija F je primitivna (prvotna) funkcija funkcije f.



Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Integral $\int_0^7 f(t)\,\mathrm{d}t$ ima vrednost ___①___ in opisuje ___②___ vodostaja v časovnem intervalu [0; 7].

①	
2	☐
–2	☐
0	☐

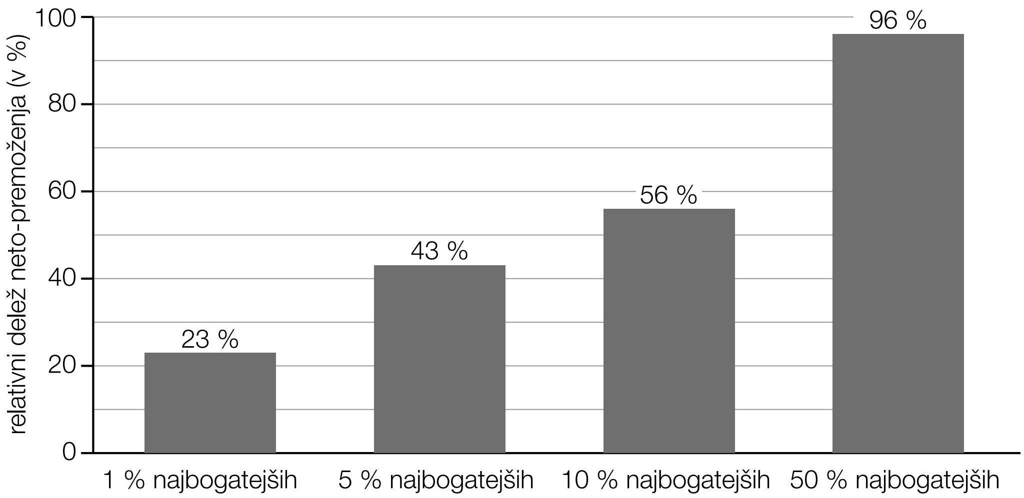
②	
povprečna hitrost spreminjanja	☐
relativna sprememba	☐
absolutna sprememba	☐

[0/½/1 t.]

Naloga 19

Porazdelitev premoženja

Naslednja slika prikazuje, katere relativne deleže avstrijskega neto-premoženja so imeli v lasti najbogatejši deli prebivalstva v letu 2017.



Vir podatkov: https://awblog.at/vermoegensverteilung-oesterreich/ [04.05.2020],
https://www.vienna.at/vermoegensverteilung-in-oesterreich-arm-und-reich-wird-meist-vererbt/6468838 [30.05.2020].

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Leta 2017 je imelo v lasti ___①___ prebivalstva skupno ___②___ avstrijskega neto-premoženja.

①	
najrevnejših 50 %	☐
najbogatejših 6 %	☐
najrevnejših 95 %	☐

②	
43 %	☐
več kot 60 %	☐
4 %	☐

[0/1 t.]

Naloga 20

Povprečni dohodek

Izmed vseh zaposlenih v nekem podjetju, jih 40 % dela v prodaji in 52 % v proizvodnji. Preostali zaposleni delajo v upravi.

Naslednja preglednica podaja informacijo o povprečnem neto letnem dohodku v letu 2018.

	povprečni neto letni dohodek 2018 na osebo (v evrih)
prodaja	26376
proizvodnja	28511
uprava	23427

Zastavitev naloge:

Za to podjetje izračunajte povprečni neto letni dohodek na osebo v letu 2018.

[0/1 t.]

Naloga 21

Novorojenčki

V naslednji preglednici je navedeno število novorojenčkov v Avstriji glede na njihovo porodno težo (masa neposredno po rojstvu) za leto 2018.

porodna teža	število novorojenčkov
manj kot 2500 g	5282
vsaj 2500 g in manj kot 3500 g	47152
vsaj 3500 g	32370

Vir podatkov: https://www.statistik.at/wcm/idc/idcplg?IdcService=GET_PDF_FILE&RevisionSelectionMethod=LatestReleased&dDocName=110630 [10.04.2020].

Pri porodni teži manj kot 2500 g je novorojenček uvrščen v skupino z »nizko porodno težo«.

Zastavitev naloge:

Za leto 2018 izračunajte relativni delež novorojenčkov v Avstriji, ki so bili uvrščeni v skupino z »nizko porodno težo«.

[0/1 t.]

Naloga 22

Športno tekmovanje

Nekega športnega tekmovanja se udeleži 20 oseb. Razporejeni so v skupine.

Zastavitev naloge:

V dani vsebinski povezavi interpretirajte $\binom{20}{4} = 4\,845$.

[0/1 t.]

Naloga 23

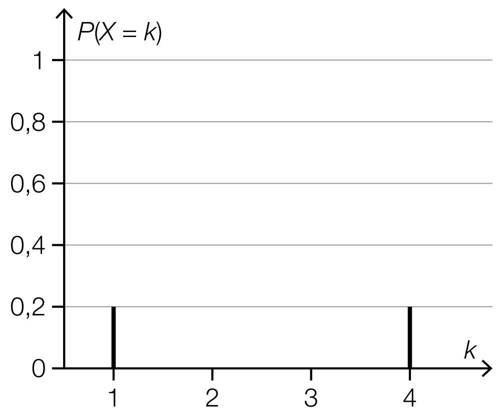
Verjetnostna porazdelitev slučajne spremenljivke

Dana je slučajna spremenljivka X, ki lahko zavzame samo vrednosti 1, 2, 3 ali 4.

Velja: $P(X = 2)$ je dvakrat tako velika kot $P(X = 1)$.

Zastavitev naloge:

Na naslednji sliki verjetnostne porazdelitve za X vrišite manjkajoči vrednosti $P(X = 2)$ in $P(X = 3)$.



[0/1 t.]

Naloga 24

Binomsko porazdeljena slučajna spremenljivka

Pri nekem določenem verjetnostnem poskusu nastopi ali »uspeh« ali »neuspeh«. Ta verjetnostni poskus izvedemo 30 krat. Binomsko porazdeljena slučajna spremenljivka X navaja kolikokrat pri tem nastopil »uspeh«. Za pričakovano vrednost velja: $E(X) = 12$.

Zastavitev naloge:

Izračunajte verjetnost $P(18 \leq X \leq 20)$.

$P(18 \leq X \leq 20) =$ ____________________________________

[0/1 t.]

Naloga 25 (2. del)

Kolesarska tura

Zastavitev naloge:

a) Bettina je na 2-urni kolesarski turi. Njeno hitrost je pri tem moč približno opisati s funkcijo v.

$v(t) = -0{,}08 \cdot t^2 + 16 \quad \text{pri} \quad 0 \leq t \leq 2$

t ... čas v h pri $t = 0$ za začetek kolesarske ture
$v(t)$ ... hitrost v časovnem trenutku t v km/h

1) Izračunajte časovno trajanje, ki ga Bettina potrebuje za prvih 10 km te kolesarske ture. *[0/1 t.]*

2) Izračunajte pospešek v časovnem trenutku $t = 1$. Navedite tudi pripadajočo enoto. *[0/½/1 t.]*

b) Priporočeni tlak v pnevmatiki kolesa se niža s povečevanjem širine pnevmatike. Za priporočeni tlak v pnevmatiki od 2 bara do 9 barov je moč priporočeni tlak v pnevmatiki približno opisati s funkcijo p.

$p(x) = 19{,}1 \cdot e^{-0{,}0376 \cdot x}$

x ... širina pnevmatike v mm
$p(x)$ ... priporočeni tlak v pnevmatiki pri širini x v barih

1) Določite največji možni interval za širino pnevmatike, v katerem je priporočeni tlak v pnevmatiki od 2 bara do 9 barov. *[0/1 t.]*

2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat naslednjega izračuna ob navedbi pripadajoče enote.

$p(30) - p(20) \approx -2{,}8$ *[0/1 t.]*

Naloga 26 (2. del, Best-of-vrednotenje)

Biatlon

Biatlon je zimski šport, ki združuje smučarski tek in streljanje.

Na nekem določenem tekmovanju je treba opraviti tri kroge z vsakič po 2 500 m.
Pri tem velja:

- Po prvem in po drugem opravljenem krogu se vsakič odvija streljanje. Pri vsakem streljanju se izvede pet strelov.
- Za vsak zgrešeni strel je potrebno opraviti 150 m dolgi kazenski krog, zaradi česar pride do izgube časa.

Vir: https://www.sport1.de/wintersport/biathlon/2018/11/biathlon-im-ueberblick-regeln-disziplinen-wissenswertes [15.04.2021].

Zastavitev naloge:

a) Lisa opravi te tri kroge z naslednjimi povprečnimi hitrostmi (v_1, v_2, v_3 v m/s):

- v_1 za prvi krog
- v_2 za drugi krog
- v_3 za tretji krog

Za streljanje potrebuje Lisa vsakič časovno trajanje t^* (t^* v s).
Po prvem opravljenem krogu pri streljanju ne naredi napake.
Po drugem opravljenem krogu pri streljanju naredi natanko 2 napaki.
2 kazenska kroga opravi s povprečno hitrostjo v_S (v_S v m/s).

Pod časom teka b (b v s) razumemo tisti čas, ki ga Lisa vsega skupaj porabi za opravljene kroge, vključno s kazenskimi krogi in za streljanje.

1) S pomočjo v_1, v_2, v_3, t^* in v_S nastavite formulo za izračun b.

b = ____ *[0/1 t.]*

b) Hitrost Hanne je v prvem krogu moč modelno opisati s funkcijo v: $[0; 440] \to \mathbb{R}$, $t \mapsto v(t)$ (t v s, $v(t)$ v m/s).

1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)\,dt$ pri $T \in (0\text{ s}; 440\text{ s}]$. *[0/1 t.]*

Obstajata natanko dva časovna trenutka $t_1, t_2 \in (0\text{ s}; 440\text{ s})$ pri $t_1 < t_2$, za katera velja:
$v'(t_1) = 0$ in $v''(t_1) < 0$
$v'(t_2) = 0$ in $v''(t_2) < 0$

2) V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Časovna trenutka t_1 in t_2 sta ______①______ funkcije v in vrednost $\frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1}$ pri tem ustreza ______②______ v časovnem intervalu $[t_1; t_2]$. *[0/½/1 t.]*

①	
mesti lokalnih minimumov	☐
mesti lokalnih maksimumov	☐
mesti obračajev	☐

②	
povprečni hitrosti	☐
dolžini opravljene poti	☐
povprečnemu pospešku	☐

c) Slučajna spremenljivka X podaja število Darjinih zadetkov pri streljanju in se privzema kot binomsko porazdeljena. Pri vsakem od 5 strelov je p verjetnost zadetka.

1) Ob uporabi p nastavite formulo za izračun naslednje verjetnosti.

$P(X \geq 4) =$ ________________________________ *[0/1 t.]*

Naloga 27 (2. del, Best-of-vrednotenje)

Svetovno prebivalstvo

V naslednji preglednici je za določena koledarska leta navedena ocena svetovnega prebivalstva (vsakič ob sredini leta).

koledarsko leto	svetovno prebivalstvo v milijardah
1850	1,260
1900	1,650
1950	2,536
1960	3,030
1970	3,700
1990	5,327
2000	6,140
2010	6,957
2020	7,790

Vir podatkov: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1694/umfrage/entwicklung-der-weltbevoelkerungszahl/, https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/internationale_uebersich/036446.html [17.05.2020].

Zastavitev naloge:

a) V časovnem intervalu od 1850 do 1950 se je svetovno prebivalstvo približno podvojilo. Za ta časovni interval privzemimo, da je svetovno prebivalstvo letno naraščalo za enak odstotek.

1) Izračunajte ta odstotek. *[0/1 t.]*

b) Od 1970 dalje je moč razvoj svetovnega prebivalstva približno opisati z linearno funkcijo *f*.

1) S pomočjo vrednosti za svetovno prebivalstvo v koledarskih letih 1970 in 2000 nastavite funkcijsko enačbo za funkcijo f v odvisnosti od časa t (t v letih pri $t = 0$ za leto 1970, $f(t)$ v milijardah). *[0/1 t.]*

2) Izračunajte za koliko odstotkov vrednost, določena s pomočjo funkcije f za koledarsko leto 2020, odstopa od vrednosti, navedene v gornji preglednici. *[0/1 t.]*

c) V nekem drugem modelu je razvoj prebivalstva od leta 1970 dalje modeliran s funkcijo g.

$g(t) = 3{,}7 \cdot e^{-0{,}0001 \cdot t^2 + 0{,}02 \cdot t}$

t ... čas od 1970 dalje v letih
$g(t)$ ... svetovno prebivalstvo ob času t v milijardah

Glede na ta model, bo svetovno prebivalstvo najprej naraščalo, v nadaljevanju pa upadalo.

1) S pomočjo funkcije g določite maksimum svetovnega prebivalstva in koledarsko leto, v katerem naj bi po tem modelu le-ta nastopil.

maksimum svetovnega prebivalstva: okoli ____________________ milijard

koledarsko leto: ____________________ *[0/½/1 t.]*

Naloga 28 (2. del, Best-of-vrednotenje)

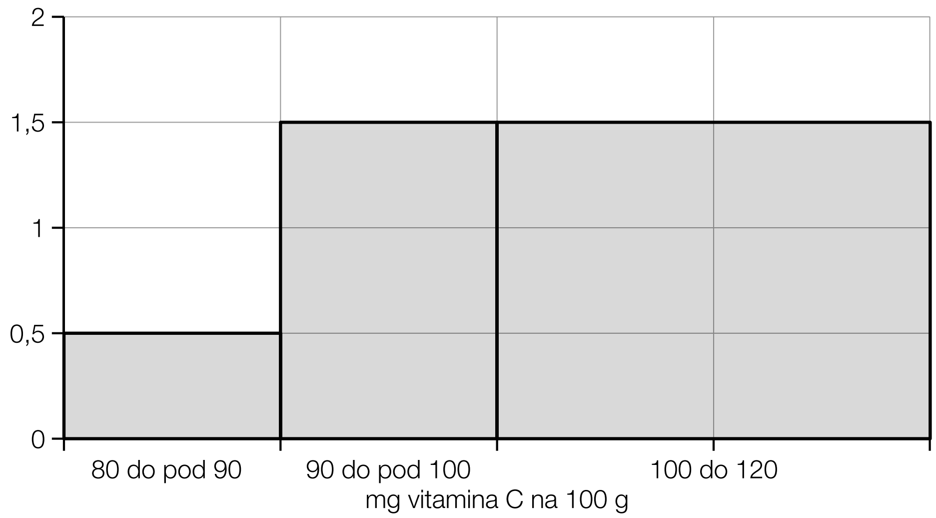
Vitamin C

Vitamin C opravlja številne pomembne naloge v človeškem telesu.

Zastavitev naloge:

a) Brokoli vsebuje povprečno 100 mg vitamina C na 100 g.

Pri nekem prodajalcu zelenjave je bil vzet slučajni vzorec 50 porcij svežega brokolija in za vsako porcijo izmerjena količina vitamina C na 100 g.
Ploščina enega pravokotnika v spodnjem histogramu ustreza absolutni frekvenci (pogostosti) porcij tega vzorca v vsakokratnem območju.



1) Določite število porcij v vzorcu, ki vsebujejo 100 mg do 120 mg vitamina C na 100 g. *[0/1 t.]*

Iz vzorca vzamemo 3 porcije brez vračanja.

2) Izračunajte verjetnost, da imata največ 2 izmed teh porcij 100 mg do 120 mg vitamina C na 100 g. *[0/1 t.]*

b) Neki proizvajalec pijač bi rad napolnil steklenice s sokom tako, da vsebuje vsaka steklenica 100 mg vitamina C.

Na voljo ima:

- Hruškov sok z 20 mg vitamina C na 100 ml
- Pomarančni sok s 35 mg vitamina C na 100 ml
- Mešanico iz teh dveh sokov

Emina zatrjuje, da pri steklenicah s prostornino 250 ml ni možno doseči 100 mg vsebnosti vitamina C.

1) Utemeljite, zakaj je Eminina trditev pravilna. *[0/1 t.]*

Sadna sokova, ki sta na voljo, zmešajo tako, da 350 ml soka vsebuje natanko 100 mg vitamina C.

2) Določite koliko mililitrov hruškovega soka je v ta namen potrebno zmešati s kolikimi mililitri pomarančnega soka. *[0/1 t.]*