

Ime:

Razred/Letnik:

Standardizirani, kompetenčno usmerjeni  
pisni zrelostni in diplomski izpit

Poklicno izobraževalna višja šola (BHS)

20. september 2022

# Uporabna matematika

# TAK

## Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge dela A in naloge dela B, z vsakič različnim številom delnih nalog. Delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovni papir, ki vam je dan na razpolago. Svoje ime in Vaš letnik oz. Vaš razred vpišite v za to predvideni polji na naslovnici zvezka z nalogami, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni list delovnega papirja. Pri odgovarjanju vsakega navodila za delo, na delovni papir navedite njegovo oznako (npr.: 3d1).

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne Matematike, ki je za klavzurno nalogo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je na vpogled v izpitnem prostoru.

### Smernice za reševanje

- Pri nalogah odprtega formata je potrebno vsak račun izvesti z razumljivim računskim nastavkom oz. z razumljivo dokumentacijo uporabe tehnologije (navedeni morajo biti uporabljeni izhodiščni parametri in uporabljena funkcija tehnologije).
- Rešitve morajo biti kot le-te na vsak način enoznačno razpoznavne.

- Rešitve morajo biti na vsak način navedene s pripadajočimi enotami, če je to eksplicitno zahtevano v navodilu za delo.

### Za obdelavo se priporoča:

- spremenljivke, ki jih izberete sami, pojasniti in po potrebi navesti s pripadajočimi enotami,
- izogibati se prezgodnjemu zaokroževanju,
- označiti diagrame ali skice.

*Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:*

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v zeleni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ « in nato spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

*Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:*

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite zeleni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Ključ vrednotenja:

dosežene točke	ocena
44–48 točk	Sehr gut – <i>prav dobro</i>
38–43 točk	Gut – <i>dobro</i>
31–37 točk	Befriedigend – <i>povoljno</i>
23–30 točk	Genügend – <i>zadostno</i>
0–22 točk	Nicht genügend – <i>nezadostno</i>

**Veliko uspeha!**

# Naloga 1

## Sadje

- a) Jabolčni sok, z letno porabo povprečno 7,6 litrov na osebo, je najbolj priljubljeni sadni sok v Nemčiji.

Iz 100 kg jabolk je moč pridelati 65 L jabolčnega soka.

Ta čas živi v Nemčiji 83 milijonov ljudi.

- 1) Izračunajte količino jabolk v tonah, ki jih potrebujejo, da pokrijejo letno porabo jabolčnega soka v Nemčiji. Rezultat navedite v zapisu s plavajočo vejico, v obliki  $a \cdot 10^k$  pri  $1 \leq a < 10, k \in \mathbb{Z}$ . [0/1 t.]

- b) Nerazredčeni jabolčni sok je zaradi visoke vsebnosti sladkorja neprimeren kot osvežilni napitek. Nerazredčeni jabolčni sok je priporočljivo mešati z dvojno količino pitne vode.

- 1) S križcem označite izjavo, ki ustreza temu priporočilu. [1 izmed 5] [0/1 t.]

Razmerje nerazredčenega jabolčnega soka proti pitni vodi znaša 1 : 3.	<input type="checkbox"/>
Razmerje nerazredčenega jabolčnega soka proti pitni vodi znaša 3 : 1.	<input type="checkbox"/>
Razmerje nerazredčenega jabolčnega soka proti pitni vodi znaša 2 : 1.	<input type="checkbox"/>
V mešanici je $\frac{2}{3}$ nerazredčenega jabolčnega soka.	<input type="checkbox"/>
V mešanici je $\frac{2}{3}$ pitne vode.	<input type="checkbox"/>

- c) V Avstriji se je v zadnjih desetletjih površina za pridelavo sadja zmanjšala. V letu 1960 je znašala površina za pridelavo sadja okoli 28 000 hektarjev (ha). V letu 2005 pa je znašala površina za pridelavo sadja okoli 15 000 ha. Razvoj površine za pridelavo sadja je moč v tem časovnem obdobju približno opisati z eksponentno funkcijo  $A$ .

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

$t$  ... čas v letih pri  $t = 0$  za leto 1960

$A(t)$  ... površina za pridelavo sadja ob času  $t$  v ha

$A_0, k$  ... parametra

- 1) Določite parametra  $A_0$  in  $k$ .

[0/1 t.]

- 2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat naslednjega izračuna.

$$1 - \frac{15000}{28000} \approx 0,46$$

[0/1 t.]

## Naloga 2

### Zastoj

- a) Dva avtomobila  $A$  in  $B$  stojita drug za drugim v zastoju. Nato pospešita in zatem zopet zavreta.

Za avtomobil  $A$  se funkcija poti v odvisnosti od časa glasi:

$$s_A(t) = -0,08 \cdot t^3 + 1,2 \cdot t^2 \text{ pri } 0 \leq t \leq 10$$

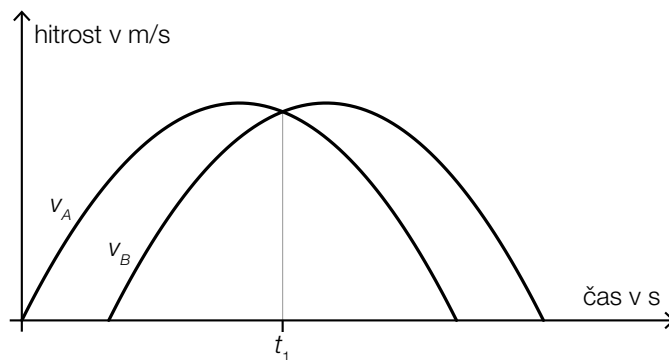
$t$  ... čas v s

$s_A(t)$  ... prevožena pot ob času  $t$  v m

- 1) Izračunajte maksimalno hitrost avtomobila  $A$ .

[0/1 t.]

Na naslednji sliki sta predstavljena grafa funkcij hitrosti v odvisnosti od časa,  $v_A$  in  $v_B$ , za oba avtomobila.

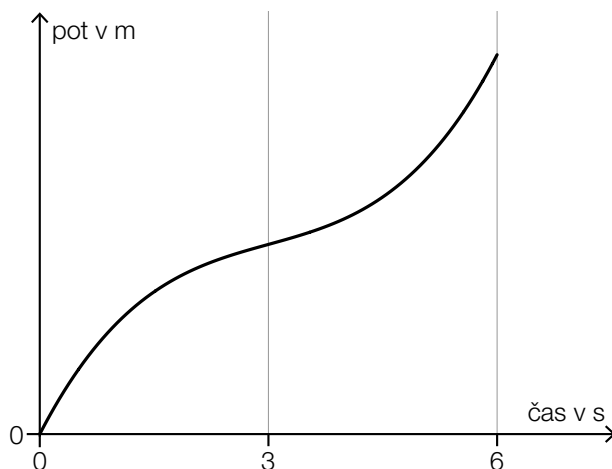


- 2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte presečišče grafov.

[0/1 t.]

- b) Proces premikanja nekega določenega avtomobila se opazuje v nekem obdobju 6 s. V prvih 3 s se hitrost avtomobila povečuje. V naslednjih 3 s se hitrost avtomobila zmanjšuje.

- 1) Utemeljite, zakaj graf, predstavljen na naslednji sliki, ne prikazuje ustrezno tega opisanega procesa. [0/1 t.]



- c) Gospa Maier se z avtomobilom vozi na svoje delovno mesto. Za leto 2019 so veljale za njeno pot na delo modelno naslednje vrednosti:

Pri majhnem obsegu prometa je za celotno pot (tja in nazaj) potrebovala 40 min. Pri velikem obsegu prometa je bil čas vožnje za to pot za 31 % daljši.

185 dni je bil velik obseg prometa.

- 1) Izračunajte koliko ur je gospa Maier v letu 2019 zaradi velikega obsega prometa dodatno potrebovala za svojo pot na delo. [0/1 t.]

## Naloga 3

### Desetprstni sistem

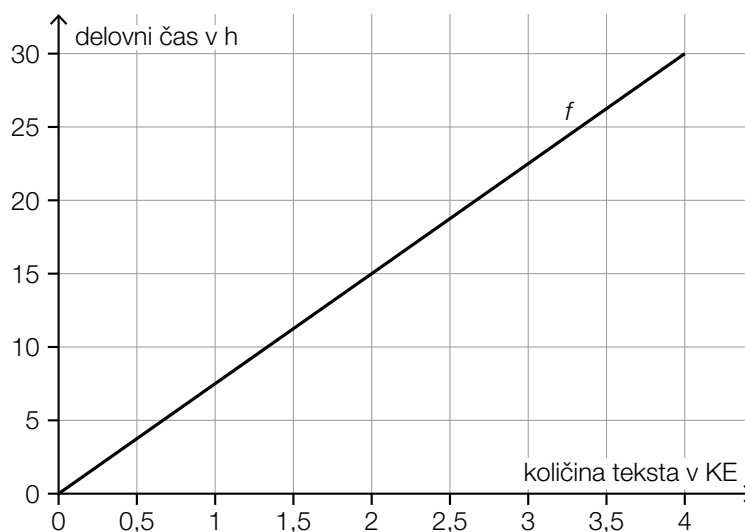
Desetprstni sistem omogoča hitro tipkanje po tastaturi.

- a) V diagramu primerjajmo delovni čas tipkanja neke določene količine teksta z dvema oz. z desetimi prsti.

$x$  ... količina teksta v količinskih enotah KE

$f(x)$  ... delovni čas za količino teksta  $x$  pri tipkanju z dvema prstoma v h

$g(x)$  ... delovni čas za količino teksta  $x$  pri tipkanju z desetimi prsti v h



- 1) S pomočjo gornjega diagrama nastavite enačbo linearne funkcije  $f$ .

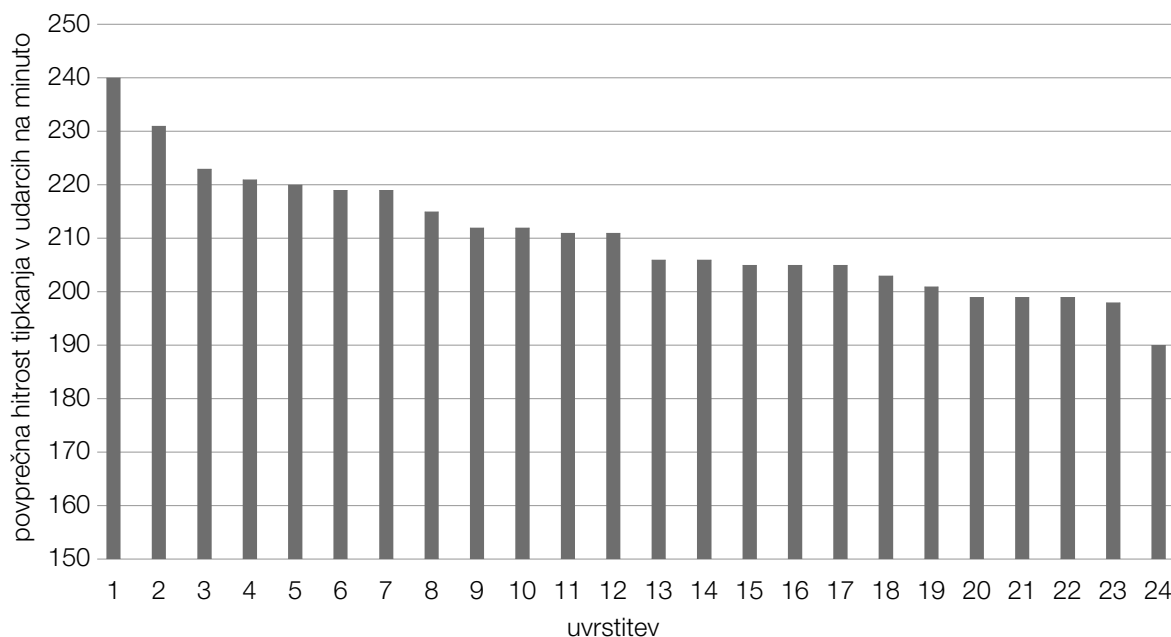
[0/1 t.]

Glede na navedbo na neki spletni strani, velja: Pri tipkanju z desetimi prsti je moč, v primerjavi s tipkanjem z dvema prstoma, v enakem delovnem času natipkati dvojno količino teksta.

- 2) V gornji diagram vrišite graf linearne funkcije  $g$ , za delovni čas pri tipkanju z desetimi prsti.

[0/1 t.]

- b) V nekem razredu s 24 učenkami in učenci se organizira tekmovanje v tipkanju. Pri tem so uvrstitve dodeljene glede na povprečno hitrost tipkanja. Le-ta je navedena v udarcih na minuto. (Glej naslednji stolpčni diagram.)



- 1) S križcem označite izjavo, ki velja za to tekmovanje v tipkanju. [1 izmed 5]

[0/1 t.]

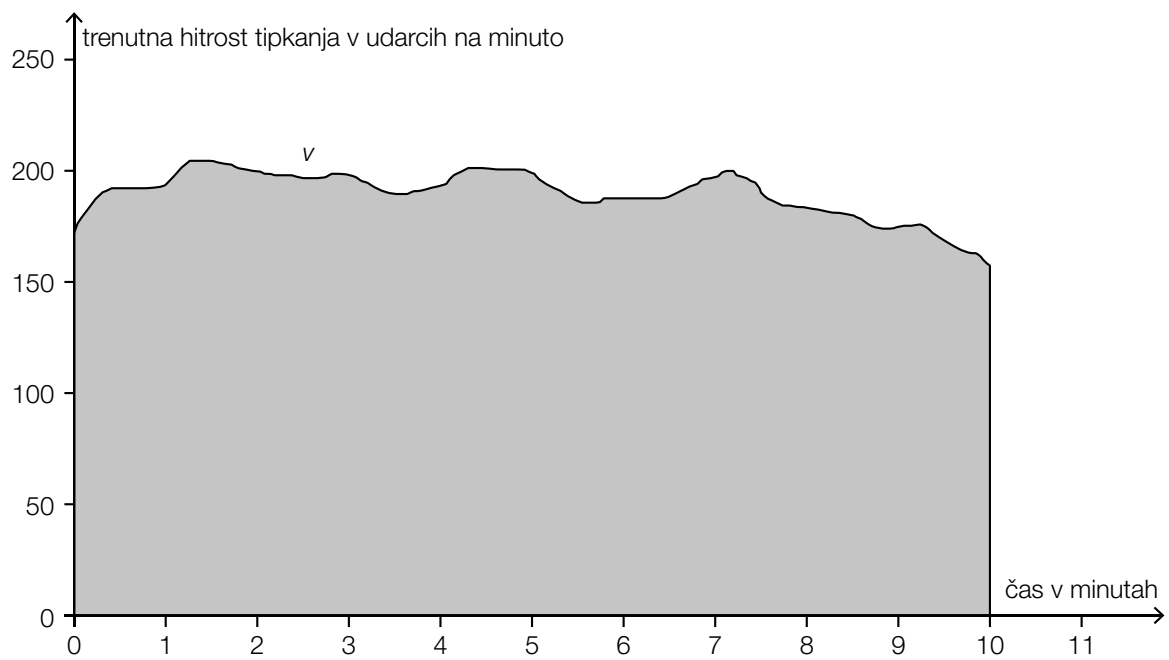
Relativna frekvenca učencev/-k z več kot 215 udarci na minuto leži nad 0,4.	<input type="checkbox"/>
Variacijski razmik znaša 40 udarcev na minuto.	<input type="checkbox"/>
Mediana leži pod 210 udarci na minuto.	<input type="checkbox"/>
Če bi dosegel/dosegla prvouvrščeni/-a 250 udarcev na minuto, bi bila mediana večja.	<input type="checkbox"/>
Če se iz seznama odstrani natanko ena vrednost, ostane mediana enaka.	<input type="checkbox"/>

- 2) Izračunajte, za koliko odstotkov je povprečna hitrost tipkanja prvouvrščene/-ga večja kot tista od zadnjeuvrščene/-ga.

[0/1 t.]



- c) Trenutno hitrost tipkanja med nekim 10-minutnim prepisom je moč približno opisati s funkcijo  $v$  (glej naslednjo sliko).



- 1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte ploščino sivo označene ploskve.

[0/1 t.]

## Naloga 4

### S puščico in lokom

Na nekem vodoravnem zemljišču so vaje v streljanju z lokom.

- a) Da bi opisali tir leta puščice pri streljanju z lokom, opazujemo gibanje konice puščice. Tir je moč približno opisati s kvadratno funkcijo  $f$  pri  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ .

$x$  ... vodoravna oddaljenost od točke izstrelitve v m

$f(x)$  ... višina konice puščice na vodoravni oddaljenosti  $x$  v m

Pri prvem strelu znaša naklonski kot tira v točki izstrela  $45^\circ$ .

- 1) Določite koeficient  $b$ .

[0/1 t.]

Pri drugem strelu se konica puščice pri izstrelu nahaja na višini 2 m. Svojo največjo višino 10 m doseže na vodoravni oddaljenosti 20 m od točke izstrela. Tir drugega strela je prav tako moč opisati s kvadratno funkcijo.

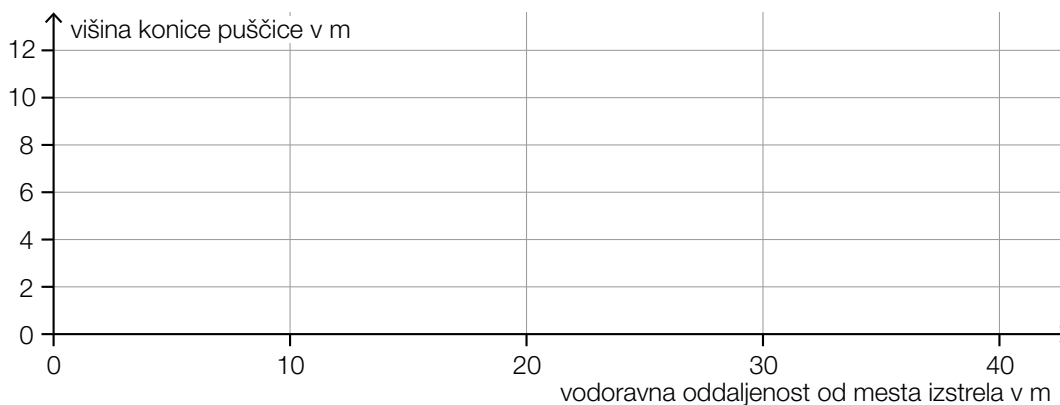
- 2) Navedite višino  $H$  konice puščice pri vodoravni oddaljenosti 40 m od mesta izstrela.

$H =$  \_\_\_\_\_ m

[0/1 t.]

- 3) V naslednji koordinatni sistem vrišite tir pri drugem strelu v intervalu  $[0; 40]$ .

[0/1 t.]



b) Neki lokostrelec pri vsakem strelu zadene črno območje tarče s konstantno verjetnostjo  $p = 0,8$ . Modelno izhajamo iz tega, da so streli med seboj neodvisni.

1) V dani vsebinski povezavi opišite dogodek  $E$ , čigar verjetnost je moč izračunati z naslednjim izrazom.

$$P(E) = 1 - 0,2^n$$

[0/1 t.]

Pri treningu lokostrelec 20-krat ustrel v tarčo.

2) Izračunajte verjetnost, da pri tem najmanj 17-krat zadene črno območje tarče. [0/1 t.]

## Naloga 5

### Metanje hlodov

Metanje hlodov je tradicionalno škotsko tekmovanje.

- a) Za to namenjeni hlodi so približno valjaste oblike.  
Neki določeni hlod iz macesnovega lesa ima dolžino 19 čevljev 6 col in premer 6 col.

1 čevlj ustreza 12 colam.

1 cola ustreza 2,54 cm.

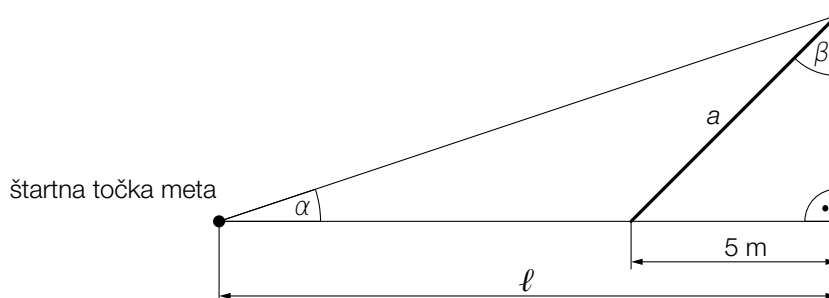
Masa  $m$  je produkt gostote  $\rho$  in prostornine  $V$ , torej  $m = \rho \cdot V$ .

Macesnov les ima gostoto  $570 \text{ kg/m}^3$ .

- 1) Izračunajte maso tega hloda v enoti kg.

[0/1/2 t.]

- b) Neki hlod z dolžino  $a$  je bil vržen od štartne točke meta. Na naslednji sliki je predstavljen sedaj na tleh ležeči hlod v pogledu od zgoraj (izmere v m).



- 1) S pomočjo  $a$  in  $l$  izpolnite naslednjo formulo:

$$\alpha = \arctan \left( \frac{\quad}{\quad} \right)$$

[0/1 t.]

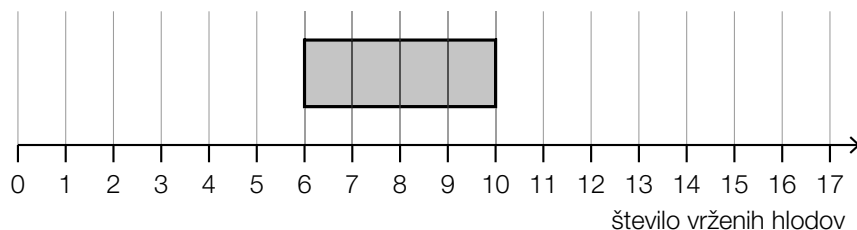
Velja:  $\beta = 70^\circ$

- 2) Izračunajte dolžino hloda  $a$ .

[0/1 t.]

- c) Pri tekmovanju poskuša vsaka udeležena oseba, v roku treh minut, vreči kar največ hlodov. Števila vsakič vrženih hlodov želimo predstaviti v obliki Box-Plot-diagrama. Znani so naslednji podatki:

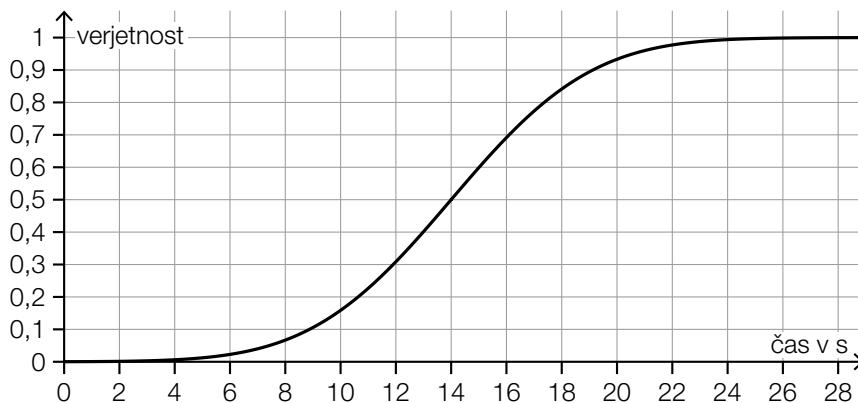
maksimum	16
variacijski razmik	12
mediana	9



- 1) Izpopolnite gornji Box-Plot-diagram.

[0/1 t.]

Čas, ki ga Sean potrebuje na met, je približno normalno porazdeljen. Pripadajoča porazdelitvena funkcija je predstavljena na naslednji sliki.



- 2) Iz gornje slike odčitajte pričakovano vrednost  $\mu$ .

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}} \text{ s}$$

[0/1 t.]

- 3) Na gornji sliki ponazorite verjetnost, da Sean za en met potrebuje najmanj 12 s.

[0/1 t.]

## Naloga 6 (del B)

### Izdelava parfuma

V nekem podjetju izdelujejo parfum.

- a) Skupne stroške za proizvodnjo parfuma *Desert* je moč opisati s funkcijo stroškov  $K$  po zakonu dobička. Za pripadajočo funkcijo mejnih stroškov  $K'$  velja:

$$K'(x) = 0,15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + c \quad \text{pri } x \geq 0$$

$x$  ... proizvedena količina v KE

$K'(x)$  ... mejni stroški pri proizvedeni količini  $x$  v DE/KE

$c$  ... parameter

- 1) Določite za katere količine proizvodnje bo obstajal progresivni potek stroškov. [0/1 t.]

Za funkcijo stroškov po zakonu dobička, velja naslednji pogoj:

Funkcija mejnih stroškov mora biti na celotnem definicijskem območju pozitivna.

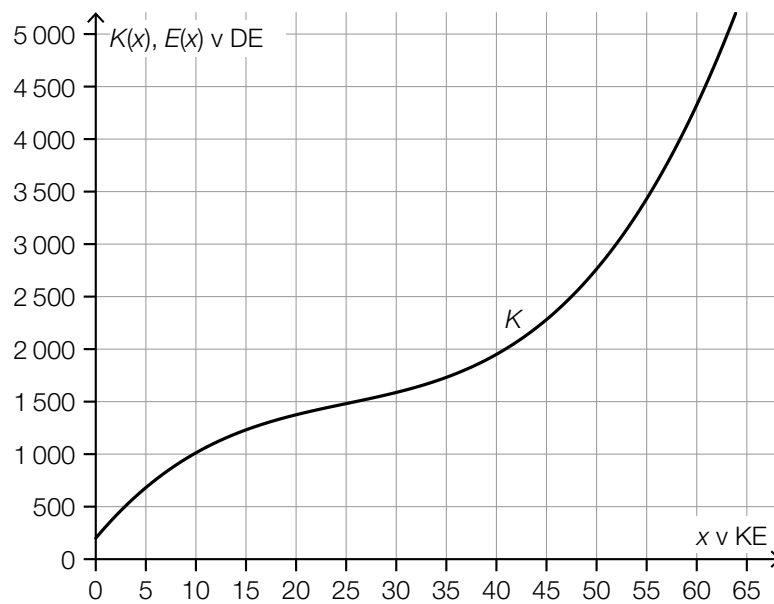
- 2) Dokažite, da je ta pogoj izpolnjen samo za  $c > 60$ . [0/1 t.]

Fiksni stroški pri proizvodnji tega parfuma znašajo 250 DE.

Velja:  $c = 80$

- 3) Nastavite enačbo pripadajoče funkcije stroškov  $K$ . [0/1 t.]

- b) Na naslednji sliki je predstavljen graf funkcije skupnih stroškov  $K$  za proizvodnjo parfuma *Sunrise*. Prodajna cena tega parfuma znaša 75 DE/KE.



1) V gornjo sliko vrišite graf funkcije izkupička  $E$ .

[0/1 t.]

2) Iz gornje slike odčitajte območje dobička.

[ \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ] (v KE)

[0/1 t.]

- c) Za funkcijo dobička  $G$ , za proizvodnjo parfuma *Moonlight*, velja:

$$G(x) = -0,05 \cdot x^3 + 2,4 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 180$$

$x$  ... prodana količina v KE

$G(x)$  ... dobiček pri prodani količini  $x$  v DE

1) Izračunajte povprečni dobiček na KE, ki je dosežen pri prodaji 25 KE.

[0/1 t.]

2) Izračunajte maksimalni dobiček.

[0/1 t.]

## Naloga 7 (del B)

### Kuhinjska naprava

Na tržišče je dana nova kuhinjska naprava.

- a) Časovni razvoj prodajnih števil te kuhinjske naprave naj bo opisan s funkcijo omejene rasti  $N_1$ .

$$N_1(t) = S \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t})$$

$t$  ... čas od začetka prodaje v tednih

$N_1(t)$  ... skupna prodana količina do časa  $t$  v kosih

$S$  ... količina zasičenosti v kosih

$\lambda$  ... pozitivni parameter

- 1) Na podlagi funkcijske enačbe matematično utemeljite, da velja:  $N_1(0) = 0$  [0/1 t.]

Količina zasičenosti znaša 5 000 kosov. En teden po začetku prodaje je bilo prodanih že 350 kosov.

- 2) Izračunajte  $\lambda$ . [0/1 t.]

Poenostavljeno je moč časovni razvoj prodajnih števil te kuhinjske naprave za neko omejeno časovno obdobje opisati tudi s funkcijo  $N_2$ .

$$N_2(t) = 350 \cdot t$$

$t$  ... čas od začetka prodaje v tednih

$N_2(t)$  ... skupna prodana količina do časa  $t$  v kosih

Nekdo je rešil enačbi  $N_1(t) = N_2(t)$  in  $N_1'(t) = N_2'(t)$  po  $t$ .

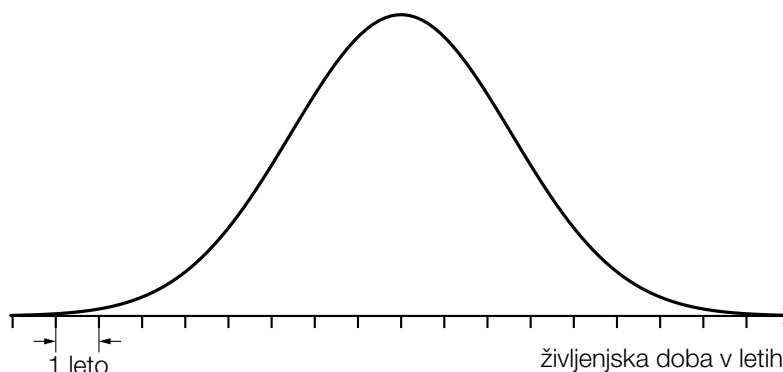
- 3) Obema enačbama priredite vsakič ustrezno izjavo izmed A do D. [0/1 t.]

$N_1(t) = N_2(t)$	
$N_1'(t) = N_2'(t)$	

A	Množica rešitev te enačbe je $\{0; 1\}$ .
B	Rešitev te enačbe leži na intervalu $]0; 1[$ .
C	Rešitev te enačbe leži na intervalu $[1; \infty[$ .
D	Množica rešitev te enačbe je $\{0\}$ .



- b) Življenjska doba te kuhinjske naprave se privzema kot normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo 10 let. Naslednja slika prikazuje graf funkcije gostote verjetnosti te normalne porazdelitve. Razdalja med dvema označbama na osi ustreza 1 letu.



Verjetnost, da ima neka slučajno izbrana kuhinjska naprava tega tipa življenjsko dobo največ 7 let, znaša 12 %.

- 1) Na gornji sliki ponazorite to verjetnost. [0/1 t.]
- 2) Izračunajte pripadajoči standardni odklon. [0/1 t.]

- c) Neka analiza raziskave trga za to kuhinjsko napravo je pokazala, da je moč prodajati naslednje količine pri vsakokratnih cenah:

prodajana količina kosih	210	420	1 430	1 760
cena v evrih na kos	55	45	20	15

Stroški za proizvodnjo 1 430 kosov znašajo 28.000 evrov. Ta količina se prodaja za ceno 20 evrov/kos.

- 1) Dokazljivo preverite, če je prag dobička (break-even-point) dosežen pri manj kot 1 430 kosih. [0/1 t.]

S podatki iz gornje preglednice naj bo s pomočjo eksponentne regresije sestavljena funkcija cene v odvisnosti od prodaje  $p$ .

$$p(x) = a \cdot e^{-\lambda \cdot x}$$

$x$  ... prodajana količina v kosih

$p(x)$  ... cena pri prodajani količini  $x$  v evrih/kos

- 2) S pomočjo regresijskega računa nastavite enačbo funkcije  $p$ . [0/1 t.]
- 3) Utemeljite, zakaj po tem modelu ne obstaja količina zasičenosti. [0/1 t.]

## Naloga 8 (del B)

### Oprema jedilnice

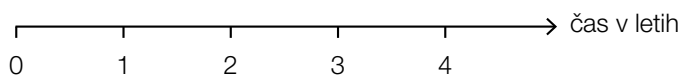
Petra bi rada kupila novo opremo za jedilnico, ki stane 4.000 €.

- a) Petra je pred 3 leti vplačala na svoj bančni račun 2.000 € in pred 1 letom znesek  $X$ , tako da ima sedaj kot cilj varčevanja na tem računu znesek 4.000 €.

- 1) Na naslednji časovni osi ponazorite ta časovni tok vplačil (vplačila in cilj varčevanja).

[0/1 t.]

cilj varčevanja



vplačila

Vplačani zneski se obrestujejo po letni obrestni meri  $i$ .

- 2) Nastavite formulo za izračun višine zneska  $X$ . Pri tem uporabite zneska 4.000 € in 2.000 €, kakor tudi letno obrestno mero  $i$ .

$X =$  \_\_\_\_\_

[0/1 t.]

- b) Petra lahko opremo jedilnice financira tudi pri neki kataloški prodaji, z obročnim odplačevanjem. Na podlagi pripadlih obresti znašajo pri tem mesečni stroški 1,65 € na 100 € odprtega doga.

Za to obročno odplačevanje izračuna Petra obrestno mero okoli 21,7 %.

- 1) Dokazljivo preverite, če Petrin izračun drži. [0/1 t.]

Pri nakupu opreme za jedilnico za 4.000 € z obročnim odplačevanjem, mora biti plačanih 12 postnumerandnih mesečnih obrokov v višini vsakič 370 €, in preostali znesek, ki zapade istočasno z zadnjim mesečnim obrokom. Letna obrestna mera znaša 21,7 %.

- 2) Izračunajte višino preostalega zneska. [0/1 t.]

Pri nakupu nekega kosa pohištva s prodajno ceno  $W$ , z obročnim odplačevanjem, morajo biti plačani 3 postnumerandni mesečni obroki v višini  $R$ . Pripadajoči mesečni obrestovalni faktor je označen s  $q_{12}$ .

- 3) S križcem označite ustrezno enačbo. [1 izmed 5] [0/1 t.]

$W = R + \frac{R}{q_{12}} + \frac{R}{q_{12}^2}$	<input type="checkbox"/>
$W \cdot q_{12}^3 = R + \frac{R}{q_{12}} + \frac{R}{q_{12}^2}$	<input type="checkbox"/>
$W = \frac{R}{q_{12}} + \frac{R}{q_{12}^2} + \frac{R}{q_{12}^3}$	<input type="checkbox"/>
$W \cdot q_{12}^3 = \frac{R}{q_{12}} + \frac{R}{q_{12}^2} + \frac{R}{q_{12}^3}$	<input type="checkbox"/>
$W \cdot q_{12}^3 = R \cdot q_{12}^3 + R \cdot q_{12}^2 + R \cdot q_{12}$	<input type="checkbox"/>

c) Petra lahko opremo za jedilnico financira tudi s kreditom z odplačevanjem 5 let.

Za to je izračunana nespremenljiva anuiteta in sestavljen odplačilni načrt.

Vendar pa po 5 letih dolg še ni v celoti odplačan, ker je prišlo med časom odplačevanja do enkratne spremembe obrestne mere.

leto	obrestni delež	razdolžnina	anuiteta	ostanek dolga
0	---	---	---	4.000,00 €
1	100,00 €	760,99 €	860,99 €	3.239,01 €
2	80,98 €	780,01 €	860,99 €	2.459,00 €
3	98,36 €	762,63 €	860,99 €	1.696,37 €
4	67,85 €	793,13 €	860,99 €	903,24 €
5	36,13 €	824,86 €	860,99 €	78,38 €

1) Pojasnite, po čem lahko razpoznamo, da je prišlo med časom odplačevanja do spremembe obrestne mere.

[0/1 t.]

2) Izračunajte obrestno mero v letu 5.

[0/1 t.]

Kredit naj bo ob koncu leta 5 popolnoma odplačan.

S tem se spremeni zadnja vrstica gornjega odplačilnega načrta.

3) Vnesite v naslednjo preglednico obe manjkajoči števili.

[0/1 t.]

leto	obrestni delež	razdolžnina	anuiteta	ostanek dolga
5	36,13 €			0,00 €