

Ime:	
Razred/Letnik:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni in diplomski izpit

Poklicno izobraževalna višja šola
(BHS)

20. september 2016

Uporabna matematika

del A + del B (sveženj 8)



Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred vami, vsebuje 5 nalog v delu A in 4 naloge v delu B z vsakič različnim številom delnih nalog. Delne naloge lahko obdelujete neodvisno druga od druge. Na voljo imate skupno 270 minut čistega delovnega časa za del A in del B.

Pri reševanju uporabljajte pisalo v modri ali črni barvi, ki ga ni moč odstraniti z radirko. Pri konstrukcijskih nalogah lahko uporabite tudi svinčnik.

Za reševanje uporabljajte izključno zvezek z nalogami in liste za odgovore, ki so vam dani na razpolago. Vpišite svoje ime v za to predvideno polje na prvi strani zvezka z nalogami in na vsak list z odgovori. Pri odgovarjanju vsake delne naloge navedite oznako le-te (npr. 3c).

V vrednotenju bo vključeno vse, kar ni prečrtano. Zabeležke prečrtajte.

Uporaba s strani »Schulbuchaktion« potrjenega zvezka formul in elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računalna ali druge ustrezne tehnologije) je dovoljena, v kolikor ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnega omrežja itd.) in v elektronski pripomoček niso implementirani lastni podatki. Priročniki za uporabo elektronskih pripomočkov so dopustni v originalni tiskani obliki ali v elektronski pripomoček integrirani obliki.

Oddati je potrebno zvezek z nalogami in vse liste z odgovori, ki jih boste uporabljali.

Smernice za reševanje SRDP iz uporabne matematike

- Vsak izračun je potrebno izvesti z razumljivim računskim nastavkom in razumljivo dokumentacijo uporabe tehnologije (navedeni morajo biti uporabljeni izhodiščni parametri in uporabljene funkcije tehnologije).
- Spremenljivke, ki jih izberete sami, je potrebno pojasniti in po potrebi navesti enote.
- Rezultate je potrebno nedvoumno poudariti.
- Rezultate je potrebno navesti z ustreznimi enotami.
- Če so kot rešitve izdelani diagrami ali skice, je potrebno osi opisati ter označiti in navesti enote.
- Če so izdelane geometrijske skice, je potrebno dele, ki so pomembni za rešitev, označiti.
- Izogibajte se prezgodnjega zaokroževanja.
- Priložite morebitne računalniške izpise rešitve, opremljene z vašim imenom.
- Če je naloga izračunana večkrat, je potrebno vse poti reševanja razen ene, prečrtati.

Za vrednotenje velja naslednji ključ:

45–50 točk	»Sehr gut« / prav dobro
39–44 točk	»Gut« / dobro
32–38 točk	»Befriedigend« / povoljno
23–31 točk	»Genügend« / zadostno
0–22 točk	»Nicht genügend« / nezadostno

Razlaga formatov odgovorov

Delne naloge imajo *odprte formate odgovorov*, *polodprte formate odgovorov* ali *konstrukcijske formate*.

Odprti format odgovora: pri tem lahko poteka reševanje naloge na različne načine, npr. z izračunom, na grafični način (z izdelavo sheme), itd.

Polodprti format odgovora: del odgovora je podan, odgovor je potrebno dopolniti z manjkajočim delom (formulo, funkcijo itd.).

Primer:

Dan je pravokotnik s stranicama a in b .

– Nastavite formulo za izračun ploščine A tega pravokotnika.

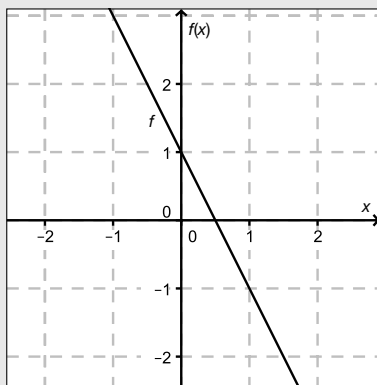
$$A = \underline{a \cdot b}$$

Konstrukcijski format: Dan je diagram ali shema. Zastavitev naloge zahteva dopolnitev s točkami in/ali premicami in/ali krivuljami in/ali vpisovanjem vrednosti oz. označevanjem koordinatnih osi na diagramu oz. na shemi.

Primer:

Dana je linearna funkcija f pri $f(x) = k \cdot x + d$.

– V naslednji koordinatni sistem narišite graf linearne funkcije pri $k = -2$ in $d > 0$.



Veliko uspeha!

Naloga 1

Žgalna peč

Pri nekem izdelovalcu keramike izdelujejo vrče. Takoj ko se vrč vzame iz žgalne peči, se začne ohlajati. Temperaturni potek je moč opisati s funkcijo T :

$$T(t) = 20 + 780 \cdot e^{-k \cdot t}$$

t ... čas od odvzema iz žgalne peči v urah (h)

$T(t)$... temperatura vrča ob času t v stopinjah Celzija ($^{\circ}\text{C}$)

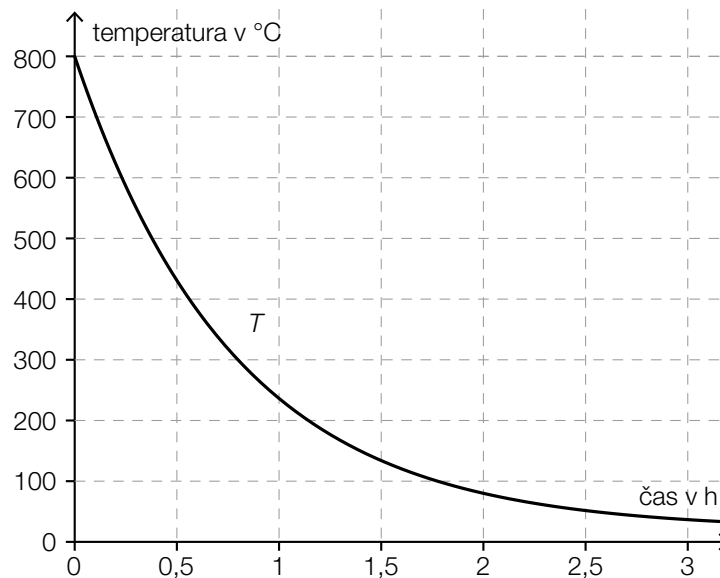
k ... konstanta

a) Nek vrč ima 2 uri po odvzemu iz žgalne peči temperaturo 80°C .

– Izračunajte temperaturo vrča 5 ur po odvzemu iz žgalne peči.

[1 točka]

b) Na naslednji sliki je predstavljen graf funkcije T :



– Na gornji sliki skicirajte tisto tangento na funkcijski graf, katere ordinatni odsek (odsek na navpični osi) znaša 600.

[1 točka]

– Opišite, kaj se v dani vsebinski povezavi izračuna z naslednjim izrazom:

$$\frac{T(3) - T(1)}{2}$$

[1 točka]

c) Predložen vam je naslednji napačni izračun funkcije odvoda T' :

$$T'(t) = 780 \cdot e^{-k \cdot t}$$

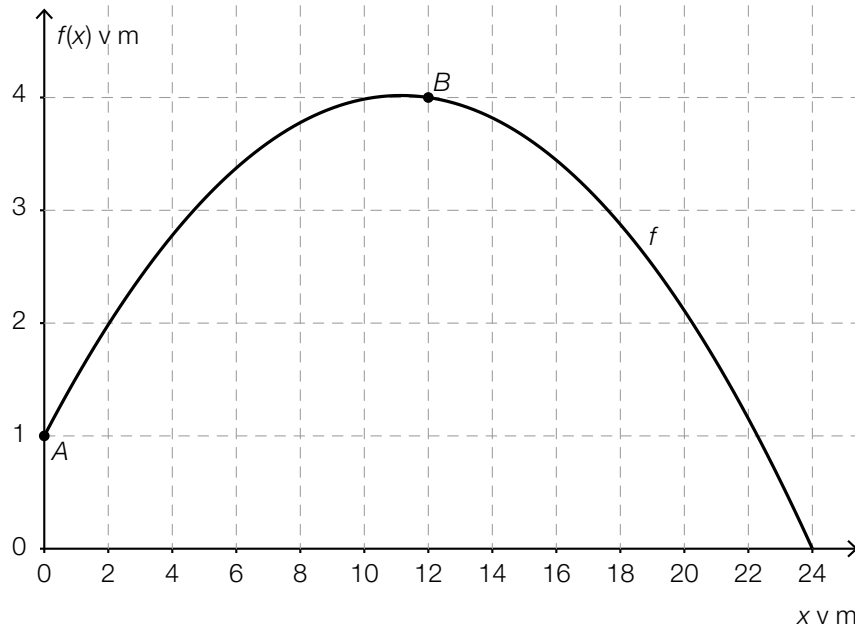
– Navedite, katero pravilo za odvajanje je bilo tukaj domnevno kršeno.

[1 točka]

Naloga 2

Baseball (bejzbol)

- a) Pot, po kateri leti baseball-žogica je lahko približno opisana z grafom neke funkcije f (glej naslednjo sliko):



- Določite naklonski kot premice skozi točki A in B .

[1 točka]

Določeno naj bo mesto x_0 , na katerem je naklon tangente na graf funkcije f enak naklonu premice skozi točki A in B .

- Na gornji sliki ponazorite, kako lahko x_0 približno določimo grafično.

[1 točka]

- b) Nek baseball-klub razmišlja, da bi na spletni platformi prodajal majice za navijače. Stroški za izdelavo ene majice znašajo 6,40 €. Za vzdrževanje in najem strežnika spletne platforme je mesečno potrebno plačati 570 €.

- Sestavite pripadajočo linearno funkcijo stroškov K .

[1 točka]

x ... število majic

$K(x)$... mesečni stroški pri x majicah v evrih (€)

Računajo s tem, da bo mesečno izdelano in tudi prodano 75 majic.

- Določite tisto prodajno ceno na komad, od katere se lahko majice prodajajo brez izgube.

[1 točka]

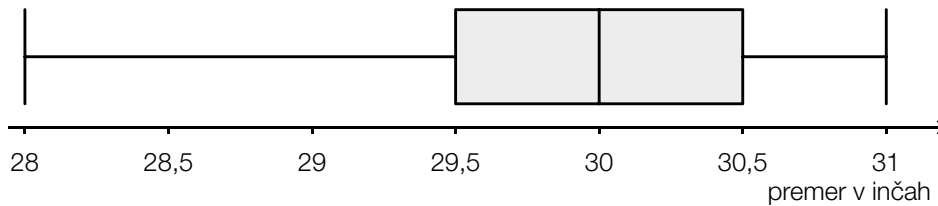
Naloga 3

Pica velikanka

V ZDA se navaja velikost pice z njenim premerom (v inčih).

V nadaljevanju se povsod privzema, da so pice v obliki kroga.

- a) Pri »30-inčnih picah« različnih dobaviteljev so ugotavljali dejanski premer. Rezultati merjenja so povzeti v naslednjem Boxplot-diagramu (škatla z brki):



– Odčitajte variacijski razmik (*Spannweite*).

[1 točka]

Pomotoma je bil pri zajemu izmerjenih vrednosti pri eni pici namesto premera 28,5 inčev zapisan premer 29 inčev.

– Pojasnite, zakaj ta napaka ne vpliva na Boxplot.

[1 točka]

- b) – V splošnem pokažite, da se ploščina pice, ki ima obliko kroga, poveča štirikrat, če se njen premer podvoji. [1 točka]

- c) Za neko določeno vrsto pice je cena na enoto ploščine, v odvisnosti od premera, modelno opisana z naslednjo kvadratno funkcijo P :

$$P(d) = 0,0003 \cdot d^2 - 0,015 \cdot d + 0,2619 \quad \text{mit } 8 \leq d \leq 30$$

d ... premer pice v inčih

$P(d)$... cena na enoto ploščine pice s polmerom d , v US-dolarjih

– Določite, za kateri premer je cena na enoto ploščine najnižja.

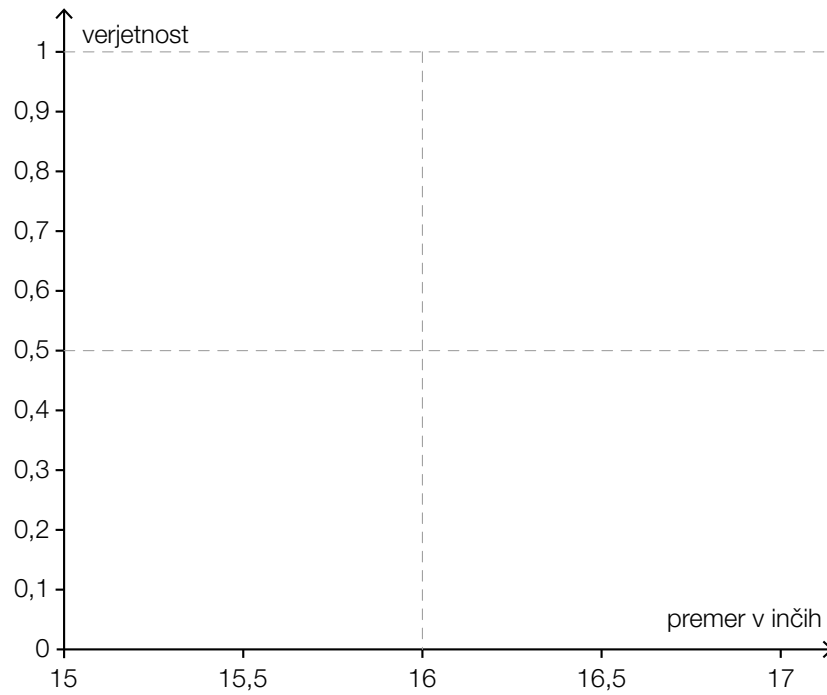
[1 točka]

– Izračunajte, koliko stane ta pica.

[1 točka]

d) Premeri »16-inčnih pic« nekega določenega dobavitelja so približno normalno porazdeljeni s pričakovano vrednostjo $\mu = 16$ inčev in standardnim odklonom $\sigma = 0,3$ inčev.

- Izračunajte verjetnost, da ima slučajno izbrana pica premer vsaj 16,2 inča. [1 točka]
- Na naslednjo sliko skicirajte graf porazdelitvene funkcije te normalne porazdelitve. [1 točka]



Naloga 4

Pospeševalnik delcev

Na raziskovalnem inštitutu CERN se s pomočjo modernih pospeševalnikov delcev izvajajo temeljne raziskave v fiziki. V pospeševalniku delcev se električno nabiti delci pospešujejo do visokih hitrosti.

- a) Delci se gibljejo obročastem tunelu z malodane svetlobno hitrostjo. Pri tem v eni sekundi naredijo a obhodov in v tem času pustijo za seboj okroglo $3 \cdot 10^8$ m.

– Sestavite formulo za izračun dolžine u enega obhoda v kilometrih.

$$u = \underline{\hspace{10cm}} \quad [1 \text{ točka}]$$

- b) Kadar delci v pospeševalniku trčijo, lahko nastanejo novi delci.

Verjetnost, da pri nekem trku nastane delec določenega tipa, znaša 3,4 %.

Verjetnost za dogodek E se izračuna s $P(E) = \binom{500}{2} \cdot 0,034^2 \cdot (1 - 0,034)^{498}$.

– V dani vsebinski povezavi opišite dogodek, čigar verjetnost se tako izračuna. [1 točka]

– Izračunajte, koliko teh delcev v povprečju nastane, če se zgodi 1 000 trkov. [1 točka]

- c) V središču atoma se nahaja atomsko jedro. Poenostavljeno je moč tako za atomsko jedro, kot tudi za celoten atom privzeti, da imata obliko krogle.

V neki brošuri je opisano, kako majhno je atomsko jedro v primerjavi s celotnim atomom: »Če bi imelo atomsko jedro premer 1 cm, bi bil premer celotnega atoma 100 m.«

– Izračunajte premer atoma, če znaša premer atomskega jedra 10^{-14} m. [1 točka]

Nekdo bere brošuro in trdi: »Prostornina atomskega jedra znaša potemtako 0,01 % celotne prostornine atoma.«

– Utemeljite, zakaj je ta trditev napačna. [1 točka]

Naloga 5

Maraton

Dolžina proge za maratona znaša 42,195 km.

- a) V tekaškem športu se za mero tempa pogosto uporablja pace. Pri tem se čas, potreben za en kilometer, navaja v obliki zapisa »minute:sekunde«. Pace 5:25 na primer pomeni, da se proga z dolžino 1 kilometer preteče v 5 minutah in 25 sekundah.

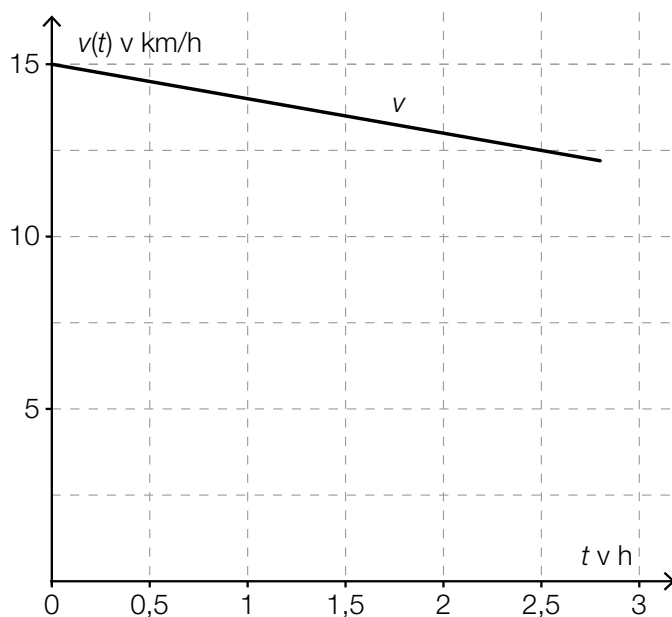
Svetovna rekorderka Paula Radcliffe je svoj najhitrejši maraton pretekla v 2 urah, 15 minutah in 25 sekundah.

– V opisanem načinu zapisa izračunajte njen povprečni pace na tej progi. [1 točka]

- b) Max in Franz istočasno štartata. Max teče po progi za maraton s povprečno hitrostjo 14 km/h, Franz pa z 12 km/h. Max torej prvi od obeh preteče ciljno črto.

– Izračunajte, kako dolgo mora Max v cilju čakati na Franza. [2 točki]

- c) Potek hitrosti neke tekačice maratona je moč približno opisati z linearno funkcijo v . Graf te funkcije je predstavljen na naslednji sliki.



– Iz gornje slike določite naklon te linearne funkcije. [1 točka]

– V dani vsebinski povezavi interpretirajte b v naslednji enačbi, z navedbo ustrezne enote.

$$\int_0^b v(t) dt = 42,195 \text{ km} \quad [1 \text{ točka}]$$

Naloga 6 (Teil B)

Varčevalni načrti

Za financiranje večjih nakupov je pogosto potrebno privarčevati nek denarni znesek. V nadaljevanju davek na kapitalski donos ni upoštevan.

a) Andrea želi privarčevati denarni znesek E .

Zato naloži denarni znesek B , ki se obrestuje po letni obrestni meri i , za n let na varčevalni račun.

– Sestavite formulo za izračun E , če so B , n in i znani.

$$E = \underline{\hspace{15em}} \quad [1 \text{ točka}]$$

– Preoblikujte to formulo po obrestni meri i . [1 točka]

b) Bernhard želi imeti na računu v 4 letih privarčevanih 4.000 €. Zato hoče na račun takoj položiti 1.000 €, po 1 letu 1.500 € in po 3 letih potreben preostali znesek R . Obrestna mera znaša 3 % p. a.

– Ponazorite ta tok vplačil na časovni osi. [1 točka]

– Z besedami (brez računa) pojasnite, zakaj mora biti preostali znesek R manjši kot 1.500 €.

[1 točka]

– Izračunajte preostali znesek R . [1 točka]

c) Cornelia naredi za svoj varčevalni načrt naslednji izračun:

$$5\,000 \cdot 1,035^5 + 1\,000 \cdot 1,035^2 \approx 7\,009,66$$

– Z besedami opišite ta varčevalni načrt glede na vplačila, obrestno mero, trajanje obrestovanja in prihranjeni denarni znesek.

[1 točka]

d) Daniel želi imeti v 2 letih privarčevanih skupno 10.000 €. Njegovi prihranki trenutno znašajo 4.000 €. Preostanek želi privarčevati tako, da vsakič ob koncu vsakega meseca na račun položi enak znesek.

– Določite višino tega konstantnega zneska, če zneski ne bodo obrestovani. [1 točka]

– Določite višino tega konstantnega zneska, če bodo vsi zneski obrestovani z obrestno mero 0,25 % p. m. [1 točka]

Naloga 7 (Teil B)

Kreativna delavnica

- a) V naslednjih poletnih počitnicah želi kulturno združenje nekega velikega mesta za otroke ponuditi kombinacijo obiska razstav, likovnega tečaja in južine (kosila).

Glede na anketo bi bila ta ponudba, pri ceni 23 € na otroka, prednaročena za 1 050 otrok. Pri ceni 27 € na otroka bi bila ponudba prednaročena za 990 otrok.

– Nastavite funkcijsko enačbo pripadajoče linearne cenovne funkcije povpraševanja. [1 točka]

- b) Postavljena je bila cenovna funkcija povpraševanja p za neko 2-dnevno kreativno delavnico:

$$p(x) = -0,5 \cdot x + 220$$

x ... število sodelujočih oseb

$p(x)$... cena pri x osebah v € na osebo

– Izračunajte tisto ceno po osebi, pri kateri je pričakovati 200 oseb.

[1 točka]

– Navedite najvišjo ceno.

[1 točka]

– Izračunajte količino zasičenosti.

[1 točka]

- c) Pri neki kreativni delavnici ima organizator stroške, ki jih je moč približno opisati z naslednjo funkcijo stroškov K :

$$K(x) = 0,01 \cdot x^2 + 35 \cdot x + 4800$$

x ... število sodelujočih oseb

$K(x)$... skupni stroški pri x osebah v €

Cena za to kreativno delavnico kreativnosti znaša 129 € na osebo.

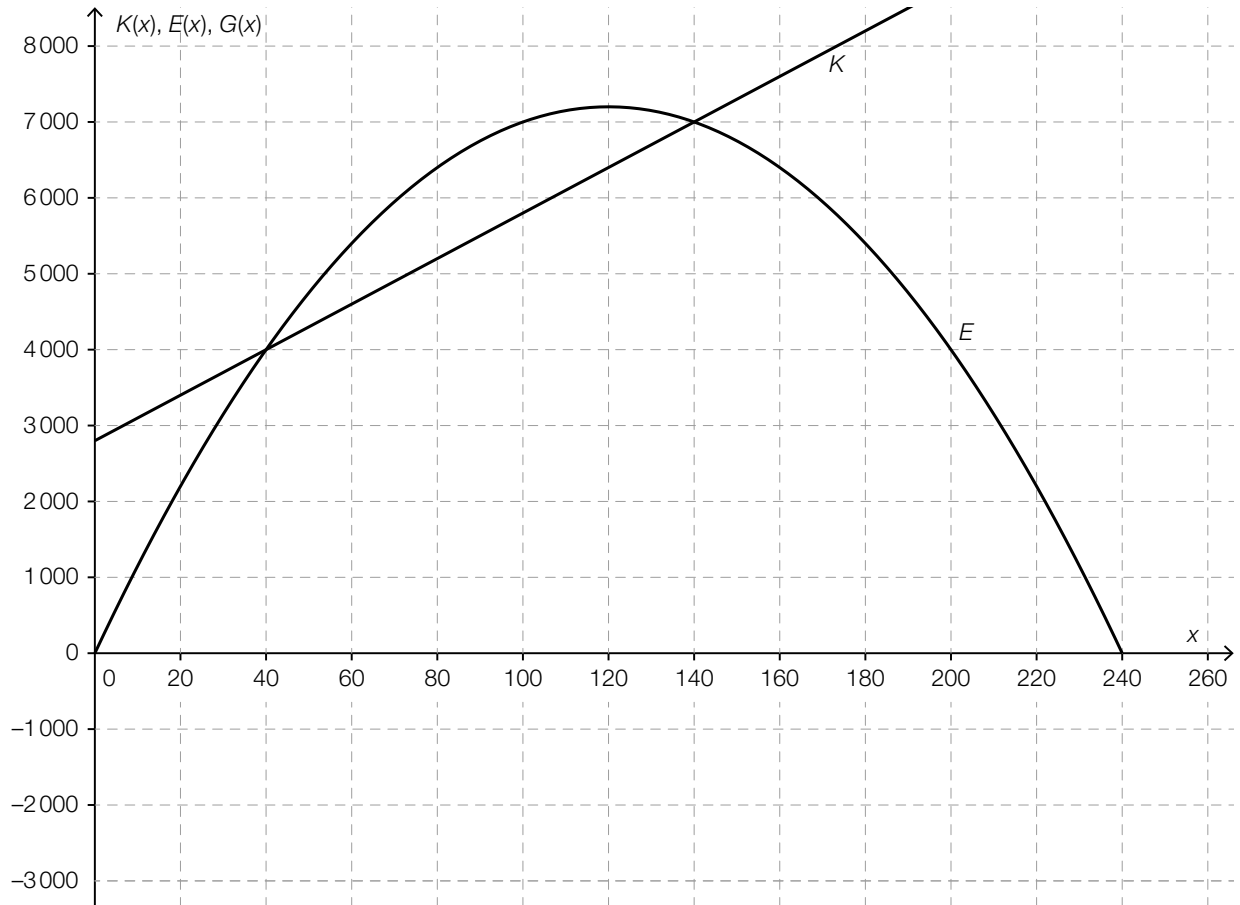
– Sestavite funkcijsko enačbo pripadajoče funkcije dobička G .

[1 točka]

– Izračunajte, pri katerem številu udeleženi oseb je za to delavnico dosežen Break-even-Point.

[1 točka]

d) Naslednja slika prikazuje grafa kvadratne funkcije izkupička E in linearne funkcije stroškov K .



- Matematično pojasnite, zakaj mora pripadajoča funkcija dobička biti kvadratna funkcija. [1 točka]
- Na gornji sliki vrišite graf pripadajoče funkcije dobička G na intervalu od 0 do zgornje meje dobička. [1 točka]
- Opišite kako se obe meji dobička spreminjata, če fiksni stroški naraščajo. [1 točka]

Naloga 8 (Teil B)

Taksi

Neko taksi-podjetje želi svoj vozni park osebnih vozil razširiti za en minibus.

- a) Nabavna vrednost minibusa znaša 90.000 €. V prvih 3 letih prejema taksi-podjetje podporo v višini 10 % nabavne vrednosti letno. Te podpore ni potrebno vrniti.

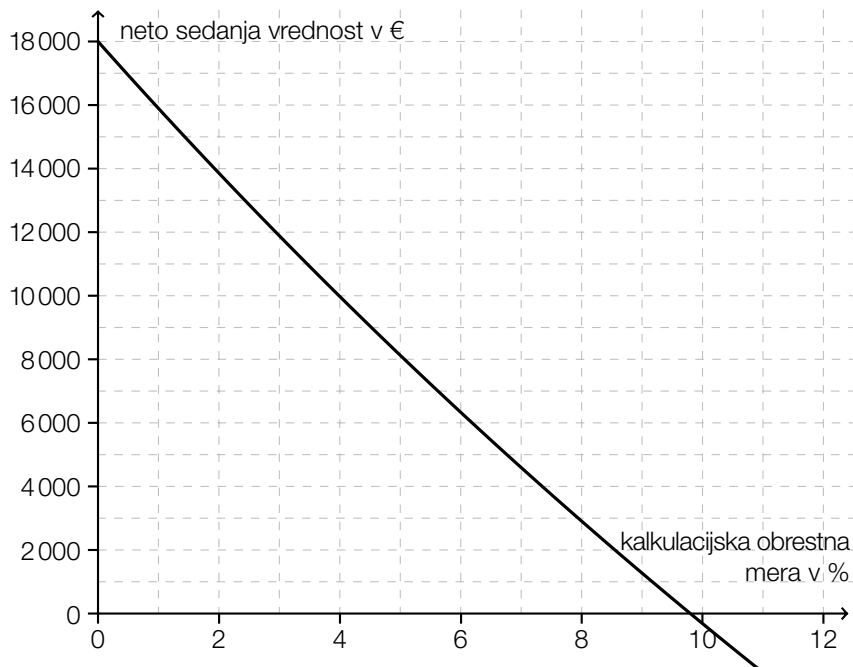
Taksi-podjetje računa z naslednjimi izdatki in dohodki (podpora pri navedbah v preglednici ni upoštevana):

leto	izdatki	dohodki
1	2.000 €	30.000 €
2	5.000 €	32.000 €
3	7.000 €	33.000 €

Taksi-podjetje računa s kalkulacijsko obrestno mero 4 % p. a.

– Izračunajte neto sedanjo vrednost (*Kapitalwert*) investicije ob upoštevanju podpore. [2 točki]

- b) Na naslednji sliki je predstavljena neto sedanja vrednost (*Kapitalwert*) neke investicije v odvisnosti od kalkulacijske obrestne mere.



- Iz gornje slike odčitajte interno obrestno mero. [1 točka]
- Z besedami opišite, kako se spreminja interna obrestna mera, če se nabavna vrednost investicije znižuje. [1 točka]

Naloga 9 (Teil B)

Bančni računi

Izmed strank neke bančne filiale jih ima 80 % tekoči račun za plače in 40 % varčevalni račun. 25 % strank te filiale ima tako tekoči račun za plače, kot tudi varčevalni račun.

G označuje dogodek, da ima stranka tekoči račun.

S označuje dogodek, da ima stranka varčevalni račun za plače.

a) – Prenesite vrednosti podatkov v ustrezna polja spodnje tabele s štirimi polji (*Vierfeldertafel*).

[1 točka]

– Določite vrednosti v preostalih poljih in jih vnesite.

[1 točka]

	ima tekoči račun za plače	nima tekočega računa za plače	vsota
ima varčevalni račun			
nima varčevalnega računa			
vsota			

– Izračunajte verjetnost, da izmed 10 slučajno izbranih strank najmanj 2 stranki nimata niti tekočega računa za plače, niti varčevalnega računa.

[1 točka]

b) – Z dokazom preverite, ali sta dogodka G in S med seboj neodvisna.

[1 točka]