Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Februar 2023

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung BS 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Gold

a) In einem Zeitungsartikel ist zu lesen:

Bis zum Jahr 2019 wurden weltweit rund $1{,}98 \cdot 10^5$ Tonnen Gold gefördert.
Die Weltbevölkerung im Jahr 2019 betrug rund 7,7 Milliarden Menschen.

Annabel behauptet: „Hätte man im Jahr 2019 die gesamte Menge des geförderten Goldes auf die gesamte Weltbevölkerung aufgeteilt, so hätte jeder Mensch mehr als 25 g Gold erhalten.“

1) Zeigen Sie, dass Annabels Behauptung stimmt.

b) *Gelbgold* besteht aus reinem Gold, Silber und Kupfer.
Der Gewichtsanteil an reinem Gold wird in Karat angegeben.
Reines Gold hat 24 Karat. Ein bestimmter Ring aus Gelbgold hat 14 Karat.

1) Berechnen Sie für diesen Ring den Prozentsatz reinen Goldes.

c) Eine zylinderförmige Münze aus reinem Gold hat den Radius r und die Dicke d_1.
Diese Münze wird geschmolzen und in eine zylindrische Form mit dem Radius $2 \cdot r$ gegossen. Die so entstandene Münze hat die Dicke d_2.

1) Ergänzen Sie die fehlende Zahl zur Berechnung der Dicke d_2.

$d_2 =$ __________ $\cdot\, d_1$

Lösung zur Aufgabe 1

Gold

a1) Menge pro Mensch in Gramm:
$1{,}98 \cdot 10^5 \cdot 10^6 : (7{,}7 \cdot 10^9) = 25{,}7...$

Die Behauptung stimmt, da jeder Mensch mehr als 25 g Gold erhalten hätte.

b1) $\frac{14}{24} = 0{,}583...$
Der Ring besteht zu rund 58,3 % aus reinem Gold.

c1) $d_2 = \frac{1}{4} \cdot d_1$

Aufgabe 2

Gletscheroberfläche der Alpen

Die Gletscheroberfläche der Alpen nimmt im Laufe der Zeit immer weiter ab.

a) Im Jahr 1850 betrug die Gletscheroberfläche der Alpen 4500 km².
In den ersten Jahren nach 1850 nahm die Gletscheroberfläche der Alpen durchschnittlich um 13 km² pro Jahr ab.
Die Gletscheroberfläche der Alpen soll in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion f modelliert werden.

t ... Zeit ab 1850 in Jahren
$f(t)$ ... Gletscheroberfläche der Alpen zum Zeitpunkt t in km²

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1850.

b) Im Jahr 1970 betrug die Gletscheroberfläche der Alpen 2900 km².
Im Jahr 2003 betrug die Gletscheroberfläche der Alpen 2000 km².

1) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Gletscheroberfläche der Alpen im Zeitraum von 1970 bis 2003.

Die Funktion g beschreibt die zeitliche Entwicklung der Gletscheroberfläche der Alpen ab dem Jahr 2003.

$g(t) = a - 28{,}57 \cdot t$

t ... Zeit in Jahren, mit $t = 0$ für das Jahr 2003
$g(t)$ ... Gletscheroberfläche der Alpen zum Zeitpunkt t in km²

2) Geben Sie den Wert von a an.

Lösung zur Aufgabe 2

Gletscheroberfläche der Alpen

a1) $f(t) = 4\,500 - 13 \cdot t$

b1) $\frac{2\,000 - 2\,900}{2003 - 1970} = -27{,}27...$
Die mittlere Änderungsrate der Gletscheroberfläche der Alpen betrug im Zeitraum von 1970 bis 2003 rund –27,3 km² pro Jahr.

b2) $a = 2\,000$

Aufgabe 3

Schwerkraft

a) Ein Körper fällt aus einer bestimmten Höhe zu Boden. Der zurückgelegte Weg des Körpers kann in Abhängigkeit von der Zeit unter Vernachlässigung des Luftwiderstands durch die Funktion s beschrieben werden.

$s(t) = -\frac{a}{2} \cdot t^2 + h$
t ... Zeit nach dem Fallenlassen des Körpers in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zum Zeitpunkt t in m
a, h ... Parameter

1) Stellen Sie mithilfe von a und t_1 eine Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit v des Körpers zum Zeitpunkt t_1 auf.

$v(t_1) =$ ____

b) Die Erdbeschleunigung g, die ein bestimmter Körper erfährt, ist abhängig vom Abstand r des Körpers zum Erdmittelpunkt. Die nachstehende Gleichung beschreibt näherungsweise diesen Zusammenhang.

$g(r) = \frac{4 \cdot 10^8}{r^2}$ mit $r > 0$
r ... Abstand zum Erdmittelpunkt in km
$g(r)$ ... Erdbeschleunigung beim Abstand r in m/s²

Der Abstand r zum Erdmittelpunkt beträgt am Nordpol rund 6357 km, am Äquator rund 6378 km.

1) Berechnen Sie die Differenz zwischen der Erdbeschleunigung am Nordpol und der Erdbeschleunigung am Äquator.

2) Begründen Sie mathematisch, warum die Erdbeschleunigung mit größer werdendem Abstand zum Erdmittelpunkt immer kleiner wird.

Lösung zur Aufgabe 3

Schwerkraft

a1) $v(t_1) = s'(t_1) = -a \cdot t_1$

b1) $g(6\,357) - g(6\,378) = 0{,}0650...$

Die Differenz zwischen den beiden Erdbeschleunigungen beträgt rund 0,065 m/s^2.

b2) Mit größer werdendem Abstand zum Erdmittelpunkt wird auch r^2 im Nenner immer größer und damit $g(r)$ immer kleiner. Daher ist g für $r > 0$ (streng) monoton fallend und die Erdbeschleunigung wird mit größer werdendem Abstand zum Erdmittelpunkt immer kleiner.

oder:

$g'(r) = -\frac{8 \cdot 10^8}{r^3}$

Für $r > 0$ ist $g'(r) < 0$, daher ist g (streng) monoton fallend und die Erdbeschleunigung wird mit größer werdendem Abstand zum Erdmittelpunkt immer kleiner.

Aufgabe 4

Perlen

In bestimmten Muscheln wachsen Perlen.

a) Der Durchmesser einer bestimmten Perlenart ist normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 7,25 mm und der Standardabweichung σ = 0,1 mm.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchmesser einer zufällig ausgewählten Perle dieser Perlenart mindestens 7,3 mm beträgt.

Die Durchmesser von zwei verschiedenen Perlenarten sind jeweils normalverteilt mit verschiedenen Standardabweichungen.
Perlenart 1 hat die Standardabweichung σ_1, Perlenart 2 hat die Standardabweichung σ_2.
Es gilt: $\sigma_1 < \sigma_2$

2) Begründen Sie, warum das Maximum der Dichtefunktion der Perlenart 1 größer als das Maximum der Dichtefunktion der Perlenart 2 ist.

b) In einem Stoffbeutel befinden sich *r* rote und *b* blaue Perlen, die außer durch ihre Farbe nicht unterscheidbar sind.
Thomas zieht hintereinander und ohne Zurücklegen zufällig 2 Perlen aus diesem Stoffbeutel.

1) Stellen Sie mithilfe von *r* und *b* eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

P(„die 2 gezogenen Perlen sind rot“) = ____

Lösung zur Aufgabe 4

Perlen

a1) X ... Durchmesser in mm

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 7{,}3) = 0{,}30853...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 30,85 %.

a2) Die Standardabweichung der Perlenart 1 ist kleiner als jene der Perlenart 2. Daher ist der Graph der Dichtefunktion der Perlenart 1 schmäler als jener der Perlenart 2. Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum der Dichtefunktion der Perlenart 1 größer sein als jenes der Perlenart 2.

b1) $P(\text{„die 2 gezogenen Perlen sind rot“}) = \frac{r}{r+b} \cdot \frac{r-1}{r+b-1}$