Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

junij 2024

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

Železniške proge

a) Mreža železniških prog *Österreichischen Bundesbahnen* sestoji na dolžini okrog 3686 km iz enotirnih prog. Ta dolžina ustreza 65,37 % skupne dolžine vseh prog Österreichischen Bundesbahnen.

1) Izračunaj skupno dolžini vseh prog Österreichischen Bundesbahnen.

b) Proga *Mittenwaldbahn* ima na svojem najbolj strmem mestu vzpon 3,8 %.

1) Pokažite, da pomeni podvojitev vzpona 3,8 % tudi približno podvojitev naklonskega kota.

c) Neka skupina 9 oseb kupi vozovnice za izlet z železnico.
Skupina sestoji iz 3 odraslih, 2 upokojencev in 4 otrok in plača skupno g evrov.
Cena 1 vozovnice za odraslega je dvakrat tako visoka kot je cena 1 otroške vozovnice.
Cena 1 upokojenske vozovnice je za 25 % nižja kot je cena 1 vozovnice za odraslega.

e ... cena 1 vozovnice za odraslega v evrih
s ... cena 1 upokojenske vozovnice v evrih
k ... cena 1 otroške vozovnice v evrih

1) S pomočjo g nastavite sistem enačb za izračun e, s in k.

Rešitev naloge 1

Železniške proge

a1) $\frac{3\,686}{0,6537} = 5\,638,6...$

Skupna dolžina vseh prog Österreichischen Bundesbahnen znaša okrog 5 639 km.

b1) Naklonski kot pri vzponu 3,8 %:

$\alpha = \arctan(0,038) = 2,17...°$

Naklonski kot pri podvojenem vzponu 7,6 %:

$\beta = \arctan(0,076) = 4,34...°$

Velja torej: $\beta \approx 2 \cdot \alpha$

c1) $3 \cdot e + 2 \cdot s + 4 \cdot k = g$
$e = 2 \cdot k$
$s = 0,75 \cdot e$

Naloga 2

Redka živalska vrsta

Na določenem območju v nekem določenem času opazujejo živali neke redke živalske vrste.

V naslednji preglednici je podano število živali za leti 2010 in 2020.

leto	število živali
2010	600
2020	300

a) Privzema se, da število živali v časovnem obdobju od 2010 do 2020 eksponentno upada. Eksponentna funkcija f modelno opisuje število živali v odvisnosti od časa.

t ... čas v letih, pri $t = 0$ za leto 2010
$f(t)$ ... število živali v časovnem trenutku t

1) Nastavite enačbo eksponentne funkcije f.

b) 1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat naslednjega izračuna:

$$\frac{300 - 600}{2020 - 2010} = -30$$

c) V nekem drugem modelu število živali v časovnem obdobju od 2010 do 2020 opišemo s funkcijo g.

$g(t) = \frac{c}{t}$ pri $10 \leq t \leq 20$
t ... čas v letih, pri $t = 0$ za leto 2000
$g(t)$ ... število živali v časovnem trenutku t
c ... pozitivni parameter

1) S pomočjo tega modela izračunajte število živali za leto 2015.

Rešitev naloge 2

Redka živalska vrsta

a1) $f(t) = a \cdot b^t$
$f(0) = 600$
$f(10) = 300$

$a = 600$
$b = \sqrt[10]{\frac{300}{600}} = 0{,}9330...$

$f(t) = 600 \cdot 0{,}933^t$

ali:

$f(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$
$f(0) = 600$
$f(10) = 300$

$a = 600$
$\lambda = \ln(0{,}9330...) = -0{,}0693...$

$f(t) = 600 \cdot e^{-0{,}0693... \cdot t}$

b1) Število živali je v časovnem obdobju od 2010 do 2020 upadlo za povprečno 30 živali na leto.

c1) $g(10) = 600$

$c = 10 \cdot 600 = 6\,000$

$g(15) = \frac{6\,000}{15} = 400$

Po tem modelu je v letu 2015 število živali znašalo 400.

Naloga 3

Vinska klet

a) V neki vinski kleti redno merijo temperaturo zraka (glej naslednjo preglednico).

čas v dnevih	0	60	100
temperatura zraka v °C	8	13	17

1) Računsko pokažite, da trije pari vrednosti, navedeni v gornji preglednici, niso točke na eni premici.

b) Časovni potek temperature v neki drugi kleti je moč modelno opisati s funkcijo T.

$T(t) = 0{,}0005 \cdot t^3 - 0{,}02 \cdot t^2 + 0{,}23 \cdot t + 8 \quad \text{pri} \quad 0 \leq t \leq 24$

t ... čas v h, pri $t = 0$ za začetek merjenja
$T(t)$ ... temperatura v časovnem trenutku t v °C

Povprečno temperaturo v časovnem intervalu $[t_1; t_2]$ je moč izračunati z naslednjim izrazom.

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} T(t)\,\mathrm{d}t$$

1) Izračunajte povprečno temperaturo v tej kleti v časovnem intervalu [0; 24].

c) V neki vinski kleti stoji razvlažilec zraka, ki vodo iz zraka v prostoru zbira kot kondenzno vodo.

Pri zračni temperaturi 10 °C znaša prostornina dnevno zbrane kondenzne vode 5 L. Pri zračni temperaturi 20 °C znaša prostornina dnevno zbrane kondenzne vode 7 L.
Pri zračni temperaturi 11,25 °C je prostornina dnevno zbrane kondenzne vode najmanjša.
Prostornina dnevno zbrane kondenzne vode, v odvisnosti od zračne temperature, naj bo modelirana s kvadratno funkcijo V.

$V(T) = a \cdot T^2 + b \cdot T + c$

T ... zračna temperatura v °C
$V(T)$ ... prostornina dnevno zbrane kondenzne vode pri zračni temperaturi T v L.

1) Nastavite sistem linearnih enačb za izračun koeficientov a, b in c.

Rešitev naloge 3

Vinska klet

a1) $\frac{13-8}{60-0} = 0{,}083...$

$\frac{17-13}{100-60} = 0{,}1$

$\frac{17-8}{100-0} = 0{,}09$

Ker diferenčni količniki niso enaki, tri točke ne ležijo na eni premici.

Za dodelitev točk ni potrebno izračunati vseh 3 navedenih diferenčnih količnikov. Dokaz z obratnimi vrednostmi navedenih diferenčnih količnikov je prav tako vrednotiti kot pravilen.

b1) $\frac{1}{24-0} \cdot \int_0^{24} T(t)\,\mathrm{d}t = 8{,}648$

Povprečna temperatura v tej kleti v časovnem intervalu [0; 24], znaša okrog 8,65 °C.

c1) $V'(T) = 2 \cdot a \cdot T + b$

I: $V(10) = 5$
II: $V(20) = 7$
III: $V'(11{,}25) = 0$

ali:

I: $100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 5$
II: $400 \cdot a + 20 \cdot b + c = 7$
III: $22{,}5 \cdot a + b = 0$

Naloga 4

Kino

7 prijateljev si v nekem kinu skupaj ogleda neki film.

a) V tem kinu veljajo za člane bonus-kluba in za učence/-ke znižane cene vstopnic.

V naslednji preglednici so navedene vse cene.

	cena vstopnice v €
redna cena	15
član bonus-kluba	13,50
učenec/-ka	12

7 prijateljev kupi 2 vstopnici po redni ceni, 1 vstopnico kot član bonus-kluba, in 4 vstopnice po ceni za učence/-ke.

1) Interpretirajte rezultat naslednjega izračuna v dani vsebinski povezavi.

$$\frac{2 \cdot 15 + 13{,}50 + 4 \cdot 12}{7} \approx 13{,}07...$$

b) V tem kinu žrebajo kupone. Vsaka oseba dobi natanko eno srečko. Verjetnost, da dobi kupon, je za vsako srečko enako velika.

Binomsko porazdeljena slučajna spremenljivka X opisuje, koliko od 7 prijateljev zadene vsakič natanko en tak kupon.

Velja: $P(X = 0) = 0{,}3206$

1) Izračunajte verjetnost, da najmanj 3 izmed 7 prijateljev zadenejo vsakič natanko en tak kupon.

c) Število a navaja, kolikim izmed 7 prijateljev je bil film všeč.
Po obisku kina sta naključno izbrana 2 izmed 7 prijateljev za anketo obiskovalcev.
Z E označimo dogodek, da je bil tema dvema prijateljema film všeč.

1) S pomočjo a nastavite formulo za izračun verjetnosti $P(E)$.

$P(E) =$ ____

Rešitev naloge 4

Kino

a1) 7 prijateljev je porabilo povprečno okrog 13,07 evrov za eno vstopnico.

ali:

Aritmetična sredina cen vstopnic 7 prijateljev znaša okrog 13,07 evrov.

b1) $\binom{7}{0} \cdot p^0 \cdot (1 - p)^7 = (1 - p)^7 = 0{,}3206$

$p = 1 - \sqrt[7]{0{,}3206}$

$p = 0{,}1499...$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$P(X \geq 3) = 0{,}0737...$

Verjetnost, da najmanj 3 izmed 7 prijateljev zadenejo vsakič natanko en tak kupon, znaša okrog 7,4 %.

c1) $P(E) = \frac{a}{7} \cdot \frac{a - 1}{6}$

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

maj / junij 2023

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

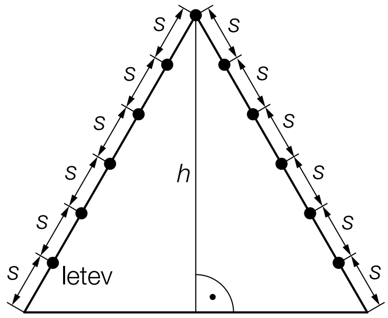
Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

Plezalno ogrodje

a) Na naslednji sliki je predstavljeno neko plezalno ogrodje. V pogledu od strani gre pri tem za enakostranični trikotnik. Letve so predstavljene kot točke.

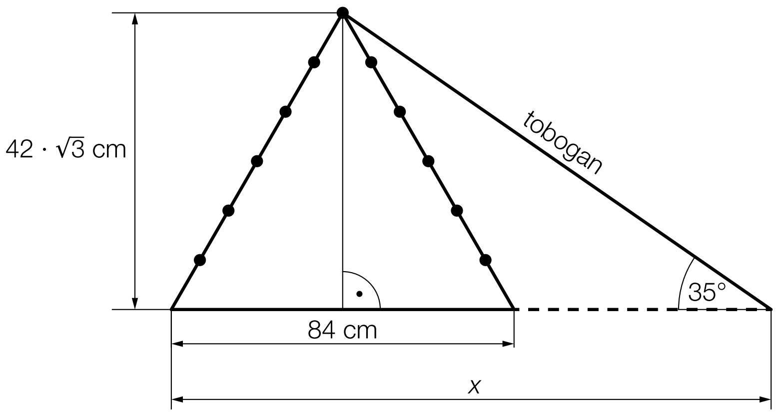


Vir: BMBWF

1) S pomočjo razmika med letvami *s* nastavite formulo za izračun višine *h* plezalnega ogrodja.

$h =$ ____________________________________

V neki trgovini z igračami se neko plezalno ogrodje ponuja tudi skupaj z ravnim toboganom (glejte naslednjo sliko, ki ni v pravem merilnem sorazmerju).



2) Izračunajte *x*.

b) Neka trgovina z igračami proda v nekem določenem mesecu *x* plezalnih ogrodij brez tobogana, ter *y* plezalnih ogrodij s toboganom. S prodajo plezalnih ogrodij z in brez tobogana, ima trgovina v tem mesecu skupaj 5.760 € prihodka.

To dejansko stanje je moč opisati z naslednjim sistemom linearnih enačb.

I: $100 \cdot x + 120 \cdot y = 5760$
II: $x + y = 50$

1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte vrednosti 100, 120 in 50.

Rešitev naloge 1

Plezalno ogrodje

a1) $h = \sqrt{(6 \cdot s)^2 - (3 \cdot s)^2} = \sqrt{27 \cdot s^2} = \sqrt{27} \cdot s$ *ali* $h = \frac{6 \cdot s}{2} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot s \cdot \sqrt{3}$

a2) $\tan(35°) = \frac{42 \cdot \sqrt{3}}{x - 42}$

$x = 145{,}89...$ cm

b1) Cena za plezalno ogrodje brez tobogana znaša 100 €.
Cena za plezalno ogrodje s toboganom znaša 120 €.
Skupno je bilo v tej trgovini z igračami v tem mesecu prodanih 50 plezalnih ogrodij.

Naloga 2

Igrala

Neko podjetje proizvaja in prodaja igrala.
Da bi lahko gospodarno načrtovali, analizirajo stroške, izkupiček in dobiček.

a) Stroške je moč približno modelirati s kvadratno funkcijo K.

$K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... proizvedena igrala v KE
$K(x)$ ... stroški pri x proizvedenih igralih v DE

Velja:

Fiksni stroški znašajo 22 DE.
Pri 20 KE znašajo stroški 40 DE.
Pri 20 KE znaša lokalna hitrost spreminjanja stroškov 1,5 DE/KE.

1) Nastavite sistem enačb za izračun koeficientov funkcije K.

b) Dobiček je moč približno opisati s funkcijo G.

$G(x) = -\frac{11}{300} \cdot (x^2 - 70 \cdot x + 600)$

x ... prodana igrala v KE
$G(x)$ ... dobiček pri x prodanih igralih v DE

1) Izračunajte ničle funkcije G.

c) Za neki določeni x_0 velja:

$E'(x_0) = 0$
$E''(x_0) < 0$

x ... prodana igrala v KE
$E(x)$ ... izkupiček pri x prodanih igralih v DE

1) Interpretirajte pomen x_0 v dani vsebinski povezavi.

Rešitev naloge 2

Igrala

a1) $K'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $K(0) = 22$
II: $K(20) = 40$
III: $K'(20) = 1{,}5$

ali:

I: $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 22$
II: $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 40$
III: $2 \cdot a \cdot 20 + b = 1{,}5$

b1) $G(x) = 0$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$x_1 = 10$, $x_2 = 60$

c1) Pri x_0 (v KE) igralih je dosežen maksimalni izkupiček.

Naloga 3

Spletni portal

a) Funkcija N modelno opisuje število oseb, ki uporabljajo neki spletni portal, v odvisnosti od časa t.

$N(t) = 3000 \cdot 1{,}22^t$

t ... čas v letih od začetka opazovanja
$N(t)$ ... število oseb, ki ta spletni portal uporabljajo v časovnem trenutku t

1) Izračunajte podvojitveni čas za število oseb, ki uporabljajo ta spletni portal.
2) Nastavite funkcijsko enačbo funkcije N v obliki $N(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$.

Z naslednjim izrazom naj bo izračunana povprečna hitrost spreminjanja števila oseb, ki uporabljajo ta spletni portal v teku prvih 6 let.

$$\frac{3000 \cdot 1{,}22^{\boxed{}} - \boxed{}}{\boxed{} - 0}$$

3) Vnesite manjkajoča števila v za to predvidene okvirčke.

Rešitev naloge 3

Spletni portal

a1) $6\,000 = 3\,000 \cdot 1{,}22^{t}$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$t = 3{,}48\ldots$

Podvojitveni čas znaša okoli 3,5 let.

a2) $\ln(1{,}22) = 0{,}1988\ldots$

$N(t) = 3\,000 \cdot e^{0{,}199 \cdot t}$ *(koeficient zaokrožen)*

a3) $\dfrac{3\,000 \cdot 1{,}22^{\boxed{6}} - \boxed{3\,000}}{\boxed{6} - 0}$

Naloga 4

Krvne skupine

V naslednji preglednici je podana porazdelitev krvnih skupin (v Avstriji).

krvna skupina	0	A	B	AB
frekvenca	36 %	44 %	14 %	6 %

a) V okviru neke študije je bilo slučajno izbranih n oseb iz Avstrije in določena je bila njihova krvna skupna.

1) Izpopolnite naslednjo formulo za izračun verjetnosti, da ima natanko 5 oseb krvno skupino AB.

$$P(\text{»natanko 5 oseb ima krvno skupino AB«}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{}^{5} \cdot \boxed{}^{\boxed{}}$$

b) V okviru neke druge študije je bilo slučajno izbranih 85 oseb iz Avstrije in določena je bila njihova krvna skupna.

1) Izračunajte verjetnost, da znaša pri tem število oseb s krvno skupino A najmanj 25 in največ 30.

c) Pri neki nadaljnji študiji sta slučajno izbrani 2 osebi iz Avstrije.

1) V dani vsebinski povezavi opišite možni dogodek E, čigar verjetnost se izračuna z naslednjim izrazom.

$P(E) = 2 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}14 \approx 0{,}10$

Rešitev naloge 4

Krvne skupine

a1) P(»natanko 5 oseb ima krvno skupino AB«) $= \binom{n}{5} \cdot \boxed{0{,}06}^{5} \cdot \boxed{0{,}94}^{\boxed{n-5}}$

b1) X ... število oseb s krvno skupino A

Binomska porazdelitev pri $n = 85$ in $p = 0{,}44$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$P(25 \leq X \leq 30) = 0{,}0627...$

Verjetnost znaša okoli 6,3 %.

c1) E ... izmed teh 2 oseb ima natanko ena oseba krvno skupino 0 in 1 oseba krvno skupino B

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

oktober 2023

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

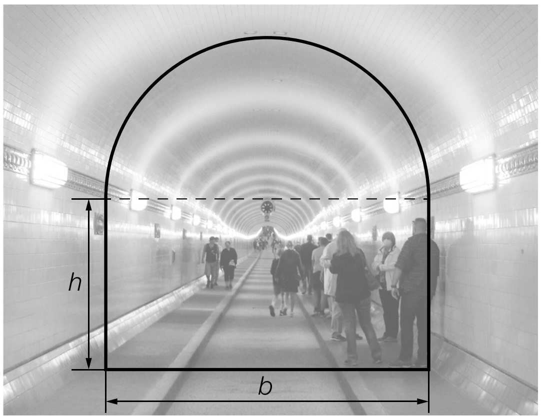
Stari predor pod Elbo

Stari predor pod Elbo v Hamburgu omogoča prečkanje Elbe.

a) Prečni presek predora približno ustreza pravokotniku z nadčrtanim polkrogom (glejte naslednjo sliko).

b ... širina v m
h ... višina v m

Daniel želi izračunati prostornino zraka V v 426,5 dolgem Starem predoru pod Elbo.

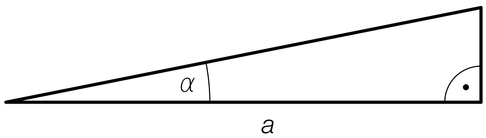


Vir: BMBWF

1) S pomočjo b in h nastavite formulo za izračun V.

V = ____

b) Na naslednji sliki je modelno predstavljen vzpon nekega dela kolesarske poti v predoru.



a ... vodoravna dolžina dela poti v m
α ... kot vzpona dela poti

Neka kolesarka se po tem delu poti pelje s hitrostjo v v m/s.

Velja: $\frac{\frac{a}{\cos(\alpha)}}{v} = 12{,}5$

1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte vrednost 12,5. Pri tem navedite pripadajočo enoto.

c) V prvem letu po otvoritvi je Stari predor pod Elbo uporabilo 20 milijonov ljudi. Število oseb letno, ki uporabljajo Stari predor pod Elbo, je do leta 1985 za 97,5 % upadlo in nato zopet naraslo. V letu 2008 je Stari predor pod Elbo uporabilo za 40 % več oseb, kakor v letu 1985.

1) Izračunajte število oseb, ki je v letu 2008 uporabilo Stari predor pod Elbo.

Rešitev naloge 1

Stari predor pod Elbo

a1) $V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi\right)$

ali:

$V = 426{,}5 \cdot \left(b \cdot h + \frac{b^2}{8} \cdot \pi\right)$

b1) Kolesarka potrebuje za ta del poti 12,5 s.

c1) $20\,000\,000 \cdot 0{,}025 \cdot 1{,}4 = 700\,000$

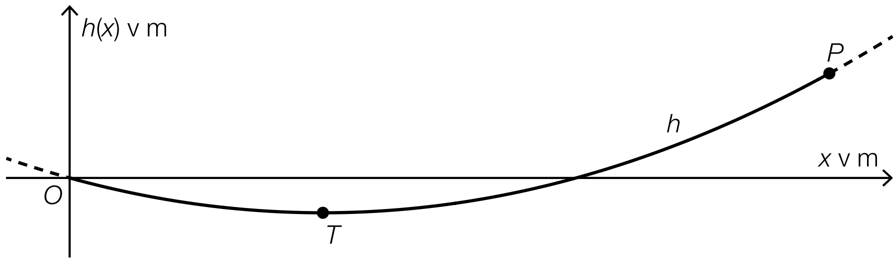
V letu 2008 je Stari predor pod Elbo uporabilo 700 000 oseb.

Naloga 2

Viseči most

Potek nekega določenega visečega mostu za pešce je moč modelno opisati s kvadratno funkcijo.

a) V nekem modelu je potek visečega mostu opisan s funkcijo h, pri $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ (glejte naslednjo sliko v pogledu od strani).



Graf funkcije h poteka skozi točko $P = (120|6)$. Na mestu $x = 40$ se nahaja najnižja točka mostu T.

Za izračun koeficientov a in b je, s pomočjo informacij o točkah P in T, nastavljen naslednji sistem enačb.

1) Vnesite manjkajoča števila v za to predvidene okvirčke.

I: $a \cdot \boxed{}^2 + b \cdot \boxed{} = \boxed{}$

II: $a \cdot \boxed{} + b = \boxed{}$

Za funkcijo h velja: $h(x) = 0{,}00125 \cdot x^2 - 0{,}1 \cdot x$

2) Izračunajte naklonski kot tangente na graf funkcije h v točki P.

V nekem drugem koordinatnem sistemu je moč potek visečega mostu opisati s funkcijo f, pri $f(x) = a \cdot x^2$.

3) V zgornjo sliko vrišite koordinatni osi za graf funkcije f.

Rešitev naloge 2

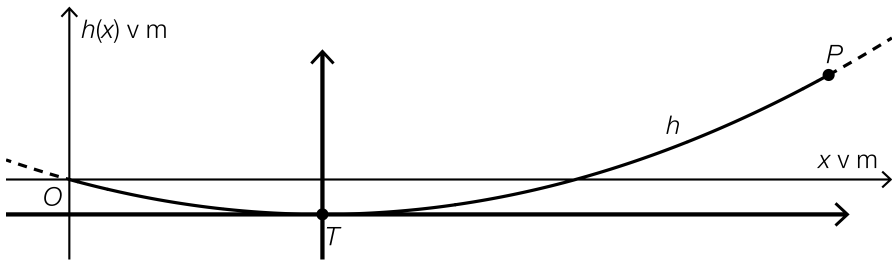
Viseči most

a1) I: $a \cdot \boxed{120}^2 + b \cdot \boxed{120} = \boxed{6}$

II: $a \cdot \boxed{80} + b = \boxed{0}$

a2) $\alpha = \arctan(h'(120)) = \arctan(0{,}2)$
$\alpha = 11{,}30...°$

a3)



Naloga 3

Športni artikli

a) Za neki športni artikel je dana funkcije odvoda K' funkcije stroškov K.

$K'(x) = 3 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 20$

x ... število proizvedenih KE
$K'(x)$ ... 1. odvod funkcije stroškov K pri x KE, v DE/KE

Fiksni stroški znašajo 4200 DE.

1) Nastavite funkcijsko enačbo funkcije stroškov K.

b) Za neki drugi športni artikel sta podani funkcije stroškov K_1 in funkcija izkupička E_1.

$K_1(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 10 \cdot x + 200$
$E_1(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 50 \cdot x$

x ... število proizvedenih in prodanih KE
$K_1(x)$ ... skupni stroški pri x KE v DE
$E_1(x)$ ... izkupiček pri x KE v DE

1) Izračunajte dobiček pri $x = 70$ KE.

c) V neki študiji so proučevali koliko količinskih enot nekega določenega športnega artikla je moč dolgoročno prodati.
Število prodanih količinskih enot je moč v odvisnosti od čas modelirati s funkcijo A.

$A(t) = a - 30 \cdot b^t$ pri $0 < b < 1$

t ... čas v mesecih pri $t = 0$ za začetek prodaje
$A(t)$ ... število ob času t prodanih količinskih enot
a, b ... parametra

1) Na podlagi funkcijske enačbe za A utemeljite, zakaj glede na ta model nikoli ne more biti prodanih več kot a količinskih enot.

Rešitev naloge 3

Športni artikli

a1) $K(x) = \int K'(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 8 \cdot \frac{x^2}{2} + 20 \cdot x + C = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + C$
$K(0) = 4\,200$
$C = 4\,200$

$K(x) = x^3 - 4 \cdot x^2 + 20 \cdot x + 4\,200$

b1) $G_1(x) = E_1(x) - K_1(x) = -0{,}26 \cdot x^2 + 40 \cdot x - 200$
$G_1(70) = 1\,326$

Dobiček pri 70 KE znaša 1 326 DE.

c1) Izraz $30 \cdot b^t$ je za vse t pozitiven in zato izraz $a - 30 \cdot b^t$ nikoli ne more zavzeti večje vrednosti kot a.

Naloga 4

Metanje kocke

Pri neki določeni igri se mečejo poštene igralne kocke s po šestimi ploskvami. Stranske ploskve teh kock so vsakič označene s številkami 1, 2, 3, ..., 6.

a) Andrea večkrat vrže eno kocko.

1) Nastavite formulo za izračun naslednje verjetnosti P.

P(»Andrea pri a metih kocke ne vrže niti ene šestice«) = ____________________

b) Ferdinand enkrat vrže 2 kocki.

On zatrjuje: »Verjetnost, da je vsota števil na vrženih kockah 5, je večja, kot je verjetnost, da je vsota števil na vrženih kockah 4.«

1) Računsko dokažite, da je Ferdinandova trditev pravilna.

c) Sabrina vrže enkrat 5 kock.

1) Izračunajte verjetnost, da pri tem natanko 4 izmed 5 kock kažejo enako številko.

Rešitev naloge 4

Metanje kocke

a1) $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^a$

b1) Vsota števil 5: 1 + 4 *ali* 2 + 3 *ali* 3 + 2 *ali* 4 + 1
Vsota števil 4: 1 + 3 *ali* 2 + 2 *ali* 3 + 1
S tem velja:
$P(X = 5) = \frac{4}{36}$
$P(X = 4) = \frac{3}{36}$
$\frac{4}{36} > \frac{3}{36}$

c1) $6 \cdot \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = 0{,}0192...$
Verjetnost znaša okoli 1,9 %.

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

januar 2024

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

Nafta

a) Na neki določeni dan je znašala svetovna poraba nafte 15,1 milijarde litrov.

Merska enota za prostornino nafte je tudi Barrel (sodček).

1 Barrel pri tem ustreza prostornini soda valjaste oblike s premerom 50 cm in 81 cm višine.

1) 15,1 milijarde litrov navedite v enoti Barrel.

b) Leta 2018 je bilo v Avstriji prodanih 8,4 milijarde litrov dizla in 2,2 milijardi litrov bencina.

Povprečna cena za 1 liter dizla je znašala x evrov, povprečna cena za 1 liter bencina je znašala y evrov.
Prihodki iz prodaje dizla in bencina so znašali skupno 13,02 milijard evrov.
Prihodki iz prodaje dizla so bili za 7,476 milijard evrov višji kot prihodki iz prodaje bencina.

1) Nastavite sistem enačb za izračun x in y.

c) Dan je sistem enačb s spremenljivkama x in y ter s parametrom c.

I: $c \cdot x + 4 \cdot y = 40$
II: $4 \cdot x + 2 \cdot y = 26$

1) Navedite c tako, da sistem enačb ne bo imel rešitve.

c = ____________________

Rešitev naloge 1

Nafta

a1) Prostornina enega Barrela v litrih:

$V = 2{,}5^2 \cdot \pi \cdot 8{,}1 = 159{,}0...$

$\frac{15{,}1 \cdot 10^9}{159{,}0...} = 94{,}9... \cdot 10^6$

15,1 milijard litrov ustreza okoli 95 milijonom Barrelov.

b1) I: $8{,}4 \cdot x + 2{,}2 \cdot y = 13{,}02$

II: $8{,}4 \cdot x = 7{,}476 + 2{,}2 \cdot y$

c1) $c = 8$

Naloga 2

Razsvetljava

a) Na neki določeni cesti neke občine se pri 174 cestnih svetilkah vgrajujejo nove luči. Občina je pridobila naslednji predlog stroškov:
Ena nova luč stane 7,90 € in v vsako cestno svetilko se vgradi natanko 1 luč. Stroški za delovanje vseh 174 cestnih svetilk znašajo 2,86 € na uro.

Skupni stroški za razsvetljavo te ceste naj bi bili, v odvisnosti od časa trajanja obratovanja t, opisani s funkcijo K.

t ... čas trajanja obratovanja v h
$K(t)$ ... stroški za trajanje obratovanja t v evrih

1) Nastavite enačbo funkcije K. Pri tem izberite $t = 0$ za časovni trenutek začetka obratovanja novih luči.

b) Za razsvetljavo neke druge ceste sta na izbiro dve vrsti luči A in B.
Stroške razsvetljave pri uporabi luči vrste A je moč opisati s funkcijo K_A.
Stroške razsvetljave pri uporabi luči vrste B je moč opisati s funkcijo K_B.

$K_A(t) = 600 + 429 \cdot t$
$K_B(t) = 1\,050 + 285 \cdot t$

t ... čas v letih
$K_A(t)$, $K_B(t)$ ... stroški razsvetljave po skupno t letih v evrih

1) Izračunajte po koliko letih so stroški razsvetljave pri obeh vrstah luči enaki.
2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat naslednjega izračuna.
$K_A(10) - K_B(10) = 990$

Rešitev naloge 2

Razsvetljava

a1) $K(t) = 174 \cdot 7{,}9 + 2{,}86 \cdot t$

ali:

$K(t) = 1\,374{,}6 + 2{,}86 \cdot t$

b1) $1\,050 + 285 \cdot t = 600 + 429 \cdot t$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$t = 3{,}125$

Po 3,125 letih so stroški razsvetljave pri obeh lučeh enaki.

b2) Po skupno 10 letih so stroški razsvetljave pri uporabi luči vrste *A* za 990 evrov višji kot so stroški razsvetljave pri uporabi luči vrste *B*.

Naloga 3

Neurja

Junija 2012 so bila v Avstriji huda neurja.

a) Pri nekem neurju v Grazu so bili ugotovljeni naslednji podatki:
Ob začetku neurja je znašala trenutna količina padavin na kvadratni meter 150 ml na min.
Maksimum trenutne količine padavin na kvadratni meter je bil dosežen 50 min po začetku neurja in je znašal 400 ml na minuto.

Časovni potek trenutne količine padavin na kvadratni meter je moč približno opisati s kvadratno funkcijo f pri $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$.

t ... čas od začetka neurja v min
$f(t)$ ... trenutna količina padavin na kvadratni meter v časovnem trenutku t, v ml na min

1) Nastavite sistem enačb za izračun koeficientov a, b in c.

b) V Mürzzuschlag je neko neurje trajalo 2,5 h. Za to neurje je moč trenutno količino padavin na kvadratni meter približno opisati naslednjo funkcijo N.

$N(t) = -\frac{44}{3} \cdot t^3 + 44 \cdot t^2 - \frac{103}{3} \cdot t + 40 \quad \text{pri} \quad 0 \leq t \leq 2{,}5$
t ... čas od začetka neurja v h
$N(t)$ ... trenutna količina padavin na kvadratni meter v časovnem trenutku t v L na h

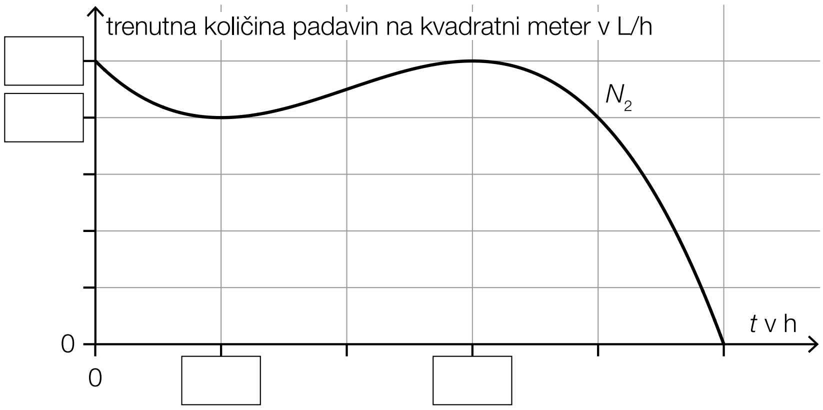
Skupno količino padavin na kvadratni meter v časovnem intervalu $[t_1; t_2]$ je moč izračunati z naslednjim izrazom.
$\int_{t_1}^{t_2} N(t)\,\mathrm{d}t$

1) Izračunajte skupno količino padavin na kvadratni meter, ki so padle v teh 2,5 urah.
Navedite rezultat s pripadajočo enoto.

c) Tudi v eni sosednji občini je bila merjena trenutna količina padavin na kvadratni meter. S pomočjo izmerjenih vrednosti je bil sestavljen graf polinomske funkcije 3. stopnje N_2.

- $t_w = 1$ je mesto obračaja funkcije N_2.
- Na mestu minimuma t_m funkcije N_2 velja: $f(t_m) = 32$ in $f'(t_m) = 0$

1) Na naslednji sliki vnesite manjkajoča števila v za to predvidene okvirčke.



Rešitev naloge 3

Neurja

a1) $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
$f'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

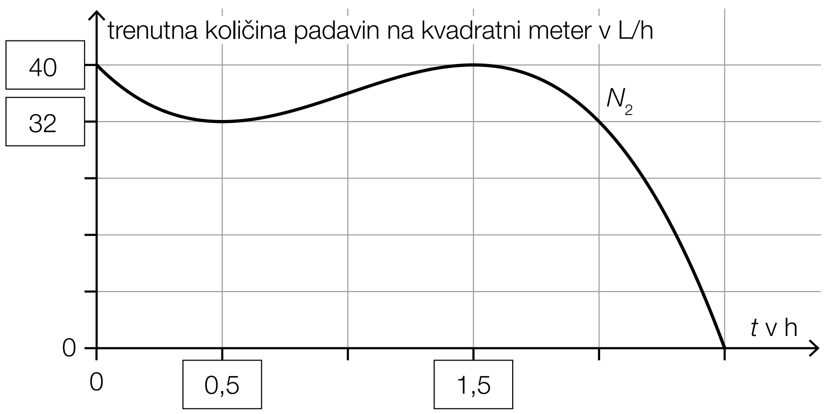
$f(0) = 150$
$f'(50) = 0$
$f(50) = 400$

ali:

$c = 150$
$100 \cdot a + b = 0$
$2\,500 \cdot a + 50 \cdot b + c = 400$

b1) $\int_0^{2,5} N(t)\,\mathrm{d}t = 78{,}645...$
Skupna količina padavin na kvadratni meter je znašala okoli 78,6 L.

c1)



Naloga 4

Steklenice z limonado

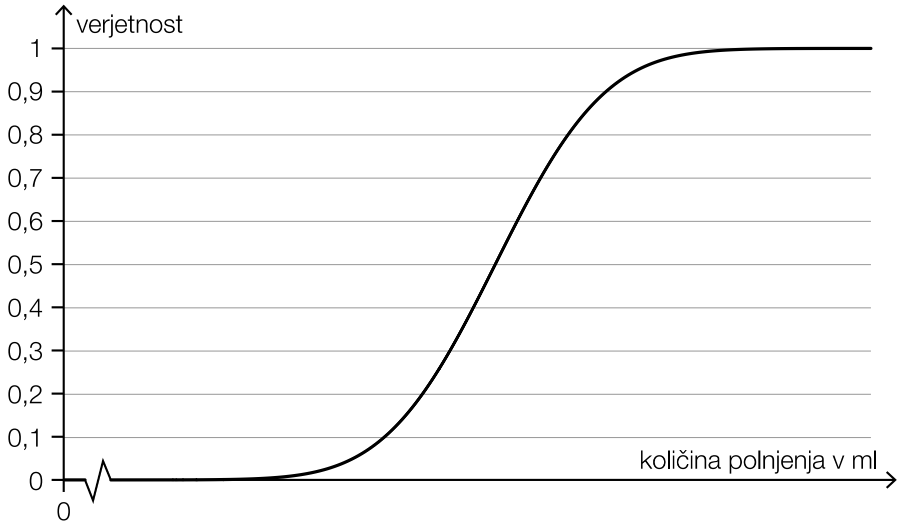
a) a neki polnilni napravi je količina polnjenja steklenic z limonado približno normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo $\mu = 504$ ml in standardnim odklonom $\sigma = 5{,}5$ ml.

1) Izračunajte verjetnost, da količina polnjenja neke slučajno izbrane steklenice z limonado odstopa od pričakovane vrednosti za več kot 4 ml.

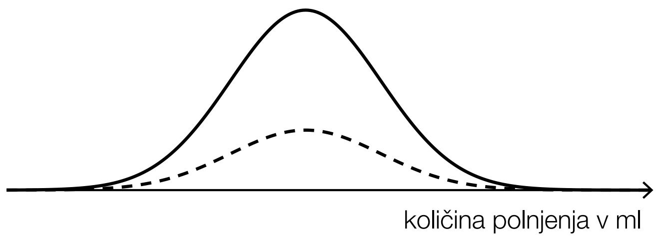
b) Na neki drugi polnilni napravi je količina polnjenja steklenic z limonado tudi približno normalno porazdeljena.

Iz izkušnje vemo da ima 10 % steklenic z limonado količino polnjenja več kot 505 ml.

1) Na naslednji sliki ponazorite količino polnjenja 505 ml in zgoraj opisano verjetnost 10 %.



c) 1) Pojasnite, zakaj <u>ne</u> moreta biti oba grafa na naslednji sliki graf funkcije gostote porazdelitve neke normalno porazdeljene slučajne spremenljivke.



Rešitev naloge 4

Steklenice z limonado

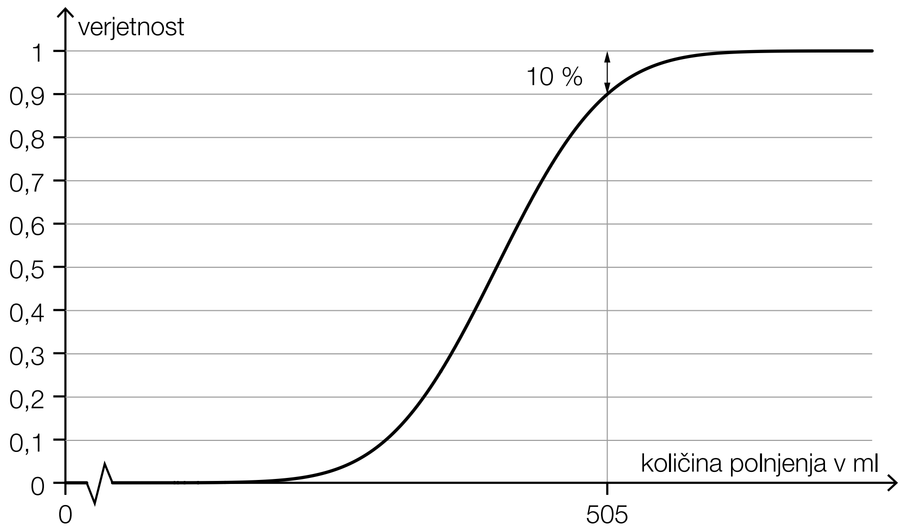
a1) *X* ... količina polnjenja v ml

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$P(X < 500) + P(X > 508) = 0{,}4670...$

Verjetnost znaša okoli 46,7 %.

b1)



c1) Ploščina med grafom funkcije gostote verjetnosti in vodoravno osjo vedno znaša 1. Iz slike je razvidno, da sta obe ploščini različno veliki. S tem vsaj 1 graf ne more biti graf funkcije gostote verjetnosti.

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

junij 2022

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 5
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/prav dobro
10–11	»Gut«/dobro
8–9	»Befriedigend«/povoljno
6–7	»Genügend«/zadostno
0–5	»Nicht genügend«/nezadostno

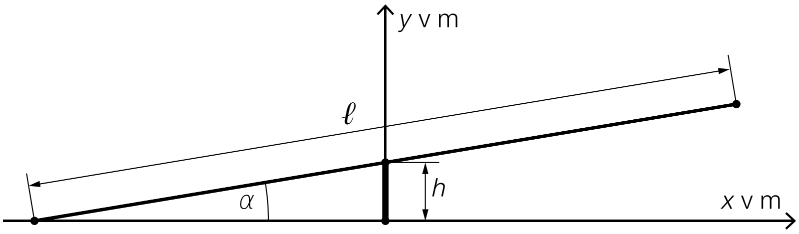
Naloga 1

Igrišče

Na nekem igrišču so na voljo različna igrala.

a) Na sliki 1 je prikazana gugalnica. Na sliki 2 je ta gugalnica modelno predstavljena v pogledu s strani.

slika 1



slika 2

Vir slik: Chabe01 – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aire_Jeux_Rives_Menthon_St_Cyr_Menthon_16.jpg [23.12.2021] (prirejeno).

Prečka ima dolžino ℓ in njeno središče se nahaja na višini h.

1) S pomočjo h in ℓ nastavite formulo za izračun kota α:

α = ____

b) Okrogla odskočna ploskev na nekem trampolinu ima ploščino 5 m^2.

1) Izračunajte premer odskočne ploskve tega trampolina.

c) Nek stari peskovnik s kvadratno osnovno ploskvijo s stranico a in višino h, bo nadomeščen z novim peskovnikom.

Ta novi peskovnik s kvadratno osnovno ploskvijo naj ima enako višino, toda za 50 % večje dolžine stranic kot stari peskovnik.

1) Pokažite da prostornina novega peskovnika <u>ne bo</u> dvakrat tako velika kot je prostornina starega peskovnika.

Rešitev naloge 1

Igrišče

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{\frac{\ell}{2}}\right)$

ali:

$\alpha = \arcsin\left(\frac{2 \cdot h}{\ell}\right)$

b1) $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 2{,}52...$

Odskočna deska ima premer okoli 2,5 m.

c1) $V_{\text{stari}} = a^2 \cdot h$

$V_{\text{novi}} = (1{,}5 \cdot a)^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot a^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot V_{\text{stari}}$

Prostornina novega peskovnika torej ni dvakrat tako velika kot prostornina starega peskovnika.

Tudi dokaz s konkretnimi števili je vrednotiti kot pravilen.

Naloga 2

Pivska pena

Ko natočimo pivo v kozarec, nastala pivska pena počasi zopet pade sama vase.

a) Thomas v nekem določenem kozarcu meri višino pivske pene po natočenju.
V naslednji preglednici so podani njegovi rezultati merjenja.

čas po natočenju v s	0	20	60
višina pivske pene v cm	4	2,5	2

1) Ugotovite povprečno hitrost spreminjanja višine pivske pene za prvih 60 sekund po natočenju. Rezultat navedite s pripadajočo enoto.

Višina pivske pene naj bo opisana z eksponentno funkcijo h v obliki $h(t) = a \cdot b^t$.

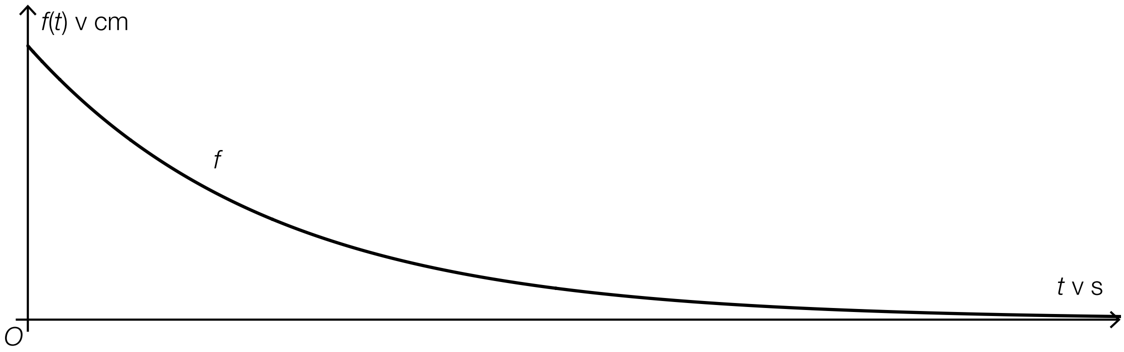
t ... čas po natočenju v s
$h(t)$ ... višina pivske pene ob času t v cm

2) Pokažite, da ni nobene eksponentne funkcije h v tej obliki, na katere grafu ležijo vsi trije rezultati merjenja.

b) Martin opisuje višino pivske pene po natočenju v neki drugi kozarec s funkcijo f (glej spodnje slike).

1) Na spodnji sliki (slika 2) skicirajte graf funkcije f'.

Slika 1



Slika 2

Rešitev naloge 2

Pivska pena

a1) $\frac{2-4}{60-0} = -0{,}0\dot{3}$

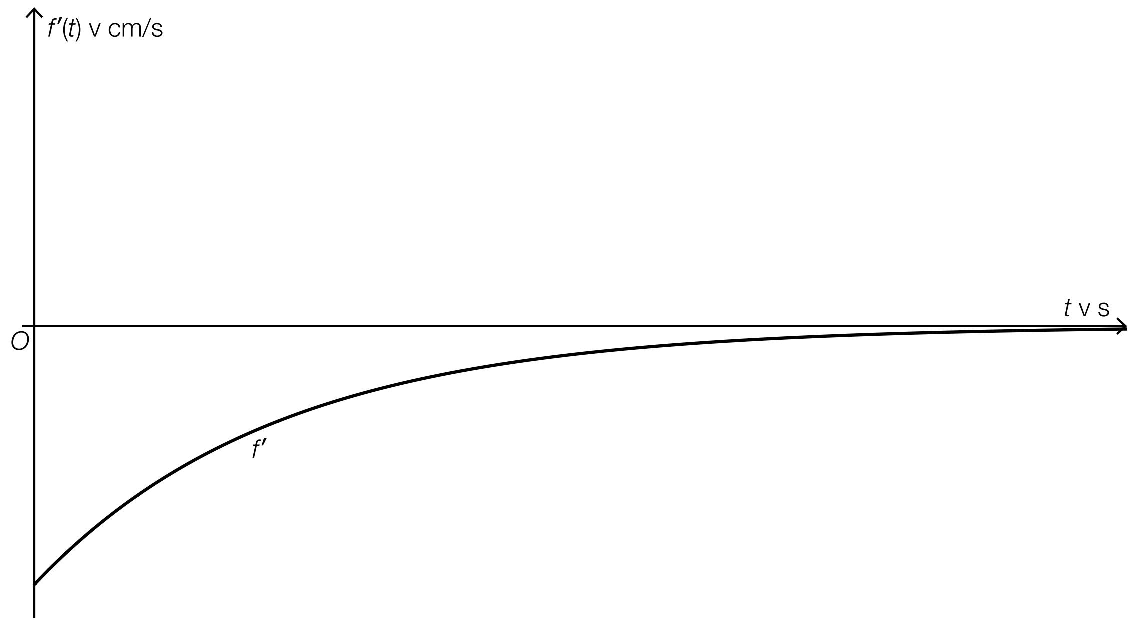
Povprečna hitrost spreminjanja znaša okoli –0,03 cm/s.

a2) $4 \cdot b^{20} = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[20]{\frac{2{,}5}{4}} = 0{,}976\ldots$

$4 \cdot b^{60} = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[60]{\frac{2}{4}} = 0{,}988\ldots$

Ker faktorji spreminjanja niso enaki, ni eksponentne funkcije v tej obliki, na katere grafu bi ležali vsi 3 rezultati merjenja.

b1)



Graf mora biti monotono naraščajoč in negativno ukrivljen ter se asimptotsko približevati vodoravni osi.

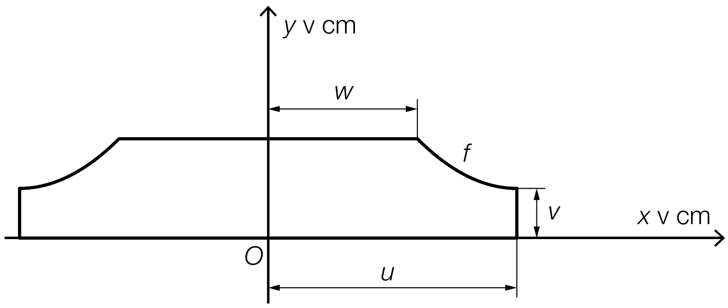
Naloga 3

Pokrov za cevi

a) Na sliki ob strani je predstavljena slika nekega pokrova za cevi za dve cevi za ogrevanje.

Vir slike: BMBWF

Na naslednji sliki je modelno predstavljena ploskev prečnega preseka tega pokrova za cevi, v pogledu od strani.



Del mejne črte prečnega preseka je moč modelirati z grafom kvadratne funkcije f pri $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

Teme funkcije f ima koordinate $(u|v)$.
Kot vzpona na mestu w znaša –45°.

1) Sestavite sistem enačb za izračun koeficientov a, b in c.
Pri tem uporabite u, v in w.

2) Na gornji sliki označite tisto ploskev, katere ploščino je moč izračunati z naslednjim izrazom.
$\int_w^u f(x)\,\mathrm{d}x$

Za neki določeni pokrov za cevi pri $u = 5$ velja:

$f(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - 2{,}5 \cdot x + 8{,}75$ pri $w \leq x \leq u$

3) Za ta pokrov za cevi izračunajte dolžino v.

Rešitev naloge 3

Pokrov za cevi

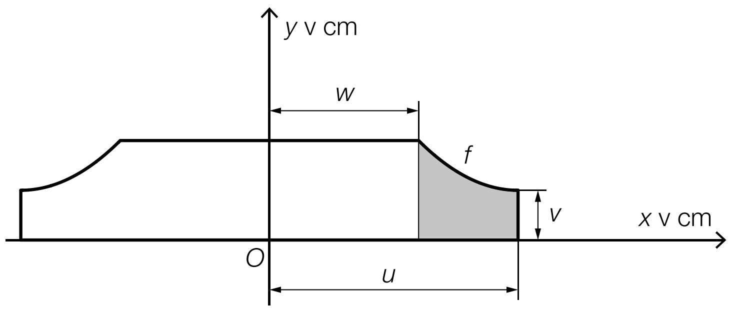
a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(u) = v$
II: $f'(u) = 0$
III: $f'(w) = -1$

ali:

I: $a \cdot u^2 + b \cdot u + c = v$
II: $2 \cdot a \cdot u + b = 0$
III: $2 \cdot a \cdot w + b = -1$

a2)



a3) $f(5) = 2{,}5$

Dolžina v znaša 2,5 cm.

Naloga 4

Paketne službe

Zaradi velikega povečanja spletnega trgovanja vedno več ljudi uporablja paketno službo.

a) Za sporočanje težav s paketno službo so posebna mesta za pritožbe.
Na osnovi daljših opazovanj je znano, da se na enem takem mestu za pritožbe 11 % vseh pritožb zgodi zaradi predolgih časov dostave.

Na neki določeni dan je prispelo, neodvisno med seboj, skupaj 42 pritožb.

1) Izračunajte verjetnost, da se je natanko 8 od teh 42 pritožb zgodilo zaradi predolgih časov dostave.

b) Za vsako paketno službo je *kvota prve dostave* pomembna količina.
Kvota prve dostave ustreza verjetnosti, da je lahko neki slučajno izbrani paket dostavljen pri prvem poskusu. Pri neki določeni paketni službi znaša kvota prve dostave 90 %.

Neka dostavljalka paketov mora dostaviti n paketov.

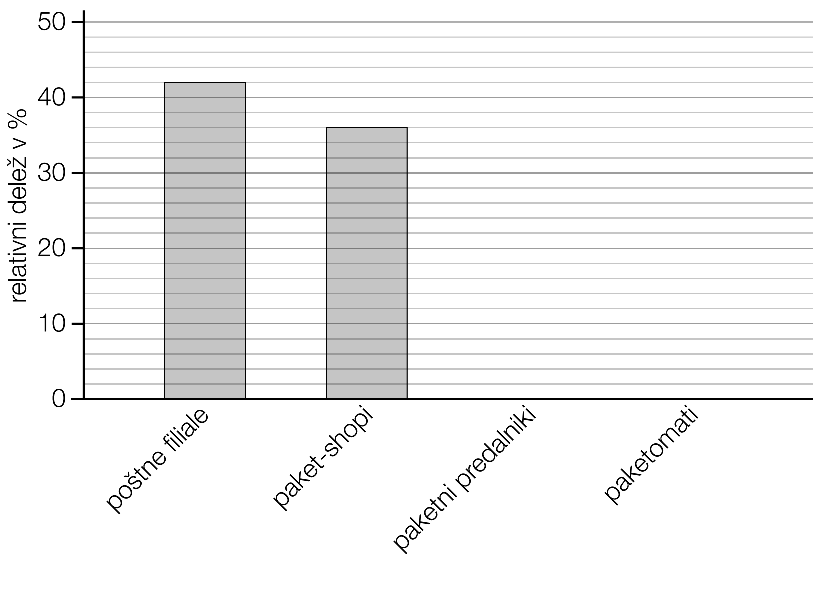
1) V dani vsebinski povezavi opišite dogodek E, katerega verjetnost se izračuna z naslednjim izrazom.

$P(E) = 1 - 0{,}9^n$

c) Z neko določeno paketno službo je bilo moč v letu 2020 odposlati pakete iz skupaj 31 200 oddajnih mest.

Teh 31 200 oddajnih mest sestoji iz 13 104 poštnih filial, 11 232 paket-shopov, 624 paketnih predalnikov in določenega števila paketomatov.

1) Dopolnite dva manjkajoča stolpca v naslednjem stolpčnem diagramu.



Rešitev naloge 4

Paketne službe

a1) X ... število pritožb zaradi predolgih časov dostave

Binomska porazdelitev pri $n = 42$, $p = 0{,}11$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

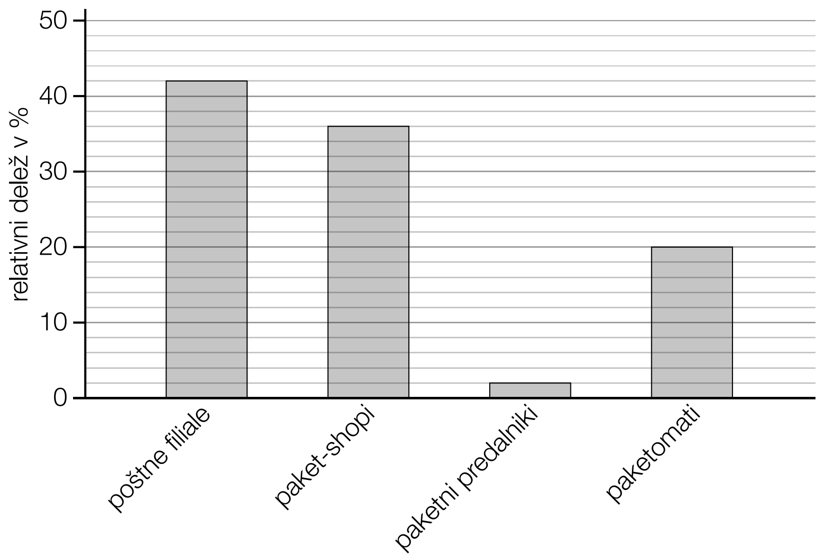
$P(X = 8) = 0{,}0481...$

Verjetnost znaša okoli 4,8 %.

b1) E ... »Dostavljalka paketov izmed teh n paketov najmanj 1 paketa ne more dostaviti v prvem poskusu«

c1) $\frac{624}{31\,200} = 0{,}02$

$\frac{31\,200 - 13\,104 - 11\,232 - 624}{31\,200} = 0{,}2$



Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

oktober 2022

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

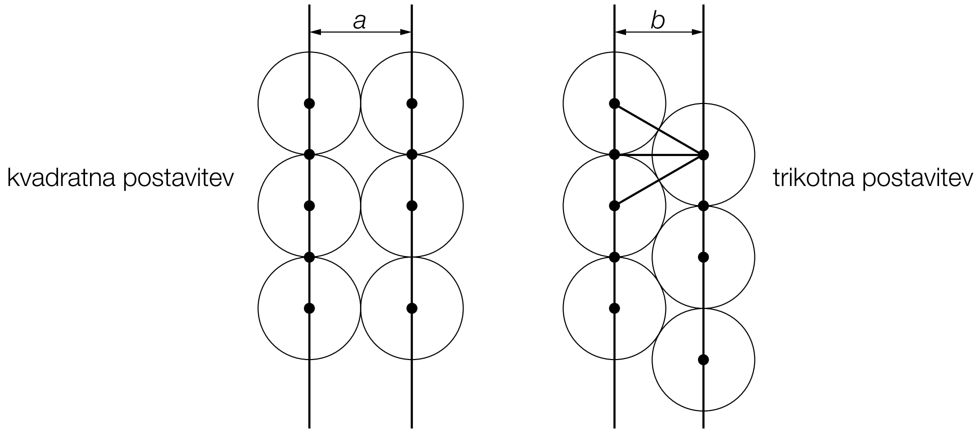
Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
10–11	»Gut« / dobro
8–9	»Befriedigend« / povoljno
6–7	»Genügend« / zadostno
0–5	»Nicht genügend« / nezadostno

Naloga 1

Cvetlični lončki

Cvetlične lončke valjaste oblike je moč razporediti v tako imenovano *kvadratno postavitev* ali v tako imenovano *trikotno postavitev* (glej naslednji modelni sliki v pogledu od zgoraj).



a) Razdalja b pri trikotni postavitvi je pri tem manjša, kot je razdalja a pri kvadratni postavitvi.

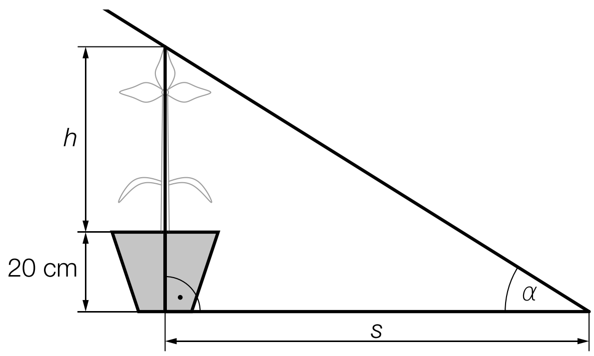
1) Izračunajte razliko $a - b$ za primer, ko znaša premer cvetličnih lončkov 40 cm.

b) Dva cvetlična lončka valjaste oblike z osnovno ploskvijo v obliki kroga, med seboj primerjamo.

Cvetlični lonček A ima polmer r in višino h.
Prostornina tega cvetličnega lončka znaša V_A.
Cvetlični lonček B ima pri enaki višini h za 10 % večji polmer kot cvetlični lonček A.

1) Pokažite, da je prostornina V_B cvetličnega lončka B za 21 % večja kot je V_A.

c) V nekem cvetličnem lončku z višino 20 cm se nahaja rastlina z višino h (v cm). Vpadajoči sončni žarki tvorijo s horizontalo kot α. (Glej sliko ob strani.)



1) S pomočjo h in α nastavite formulo za izračun dolžine sence s (v cm).

$s =$ ______________________________

Rešitev naloge 1

Cvetlični lončki

a1) $a = 40$

b je višina enakostraničnega trikotnika s stranico 40.

$b = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = 34{,}64...$

ali:

$b = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}64...$

$a - b = 40 - 34{,}64...$
$a - b = 5{,}35...$ cm

b1) $V_A = r^2 \cdot \pi \cdot h$
$V_B = (1{,}1 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h = 1{,}21 \cdot V_A$

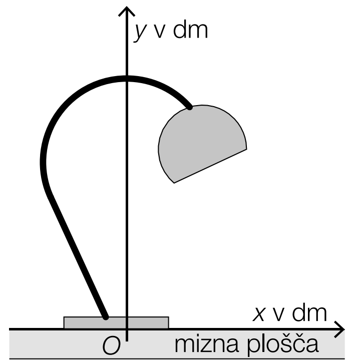
c1) $s = \frac{h + 20}{\tan(\alpha)}$

Naloga 2

Luči za pisalno mizo

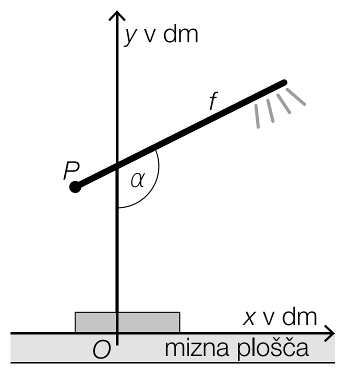
V ponudbi so različni modeli luči za pisalno mizo. Del stojala, na katerem je obešeno svetilo, ima pri tem, glede na model, vsakič neko drugo obliko, ki je na spodnjih slikah vsakič modelno predstavljena z debelo črno črto.

a) Na sliki ob strani je predstavljen tak del stojala modela *A*.



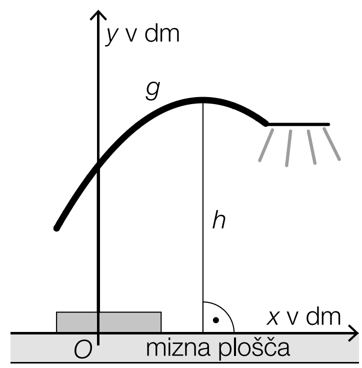
1) Utemeljite, zakaj oblika tega dela stojala ne more biti opisana z grafom ene same funkcije (y v odvisnosti od x).

b) Del stojala, na katerem je obešeno svetilo pri modelu *B*, je moč opisati z grafom linearne funkcije f (glej sliko ob strani).



1) S pomočjo $P = (-1\,|\,3{,}5)$ in $\alpha = 116{,}56°$ nastavite enačbo funkcije f.

c) Del stojala, na katerem je obešeno svetilo pri modelu *C* je moč opisati z grafom kvadratne funkcije g (glej sliko ob strani).



Velja: $g(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 1{,}25 \cdot x + 4$

1) Izračunajte maksimalno višino h tega dela stojala nad mizno ploščo.

Rešitev naloge 2

Luči za pisalno mizo

a1) Funkcija vsaki vrednosti x priredi natanko eno vrednost y. Ker obstoja območje v katerem ležita 2 točki na delu stojala ena nad drugo, ne more biti ta del stojala opisan z grafom ene same funkcije.

b1) $f(x) = k \cdot x + d$

$k = \tan(116{,}56° - 90°) = 0{,}499...$
$-1 \cdot 0{,}499... + d = 3{,}5$
$d = 3{,}99...$

$f(x) = 0{,}5 \cdot x + 4$ *(koeficienti zaokroženi)*

c1) $g'(x) = 0$ *ali* $-0{,}5 \cdot x + 1{,}25 = 0$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

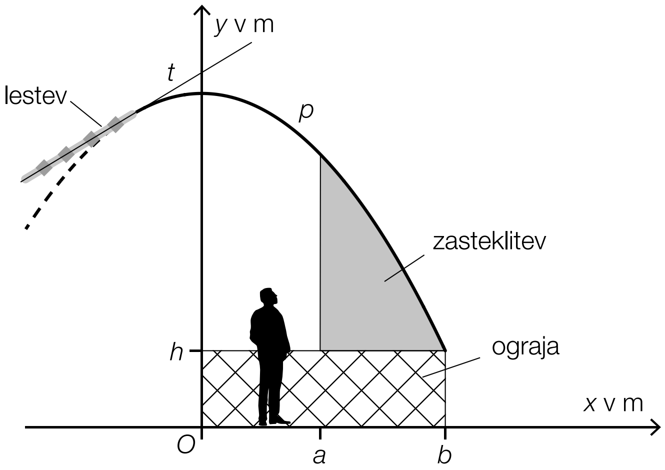
$x = 2{,}5$
$g(2{,}5) = 5{,}56...$

Maksimalna višina h tega dela stojala nad mizno ploščo znaša okoli 5,6 dm.

Naloga 3

Razgledna ploščad

Na naslednji sliki je predstavljena pokrita razgledna ploščad v pogledu od strani.



a) Streha je modelirana z grafom kvadratne funkcije p.

$p(x) = -0{,}302 \cdot x^2 + 4{,}8$

x, $p(x)$ ... koordinate v m

Za namene čiščenja je na streho nameščena lestev. Lestev poteka vzdolž tangente t na graf funkcije p na mestu $x = -1$.

1) Izračunajte naklonski kot tangente t.

b) Ploščad naj bi ob straneh zasteklili. Zasteklitev naj bi segala od zgornjega roba ograje do nadstreška (glej gornjo sliko).

1) Nastavite formulo za izračun ploščine A sivo označene ploskve.

$A =$ ____

c) Iz varnostnih razlogov naj bi se za streho namestila opora z dolžino $\ell = p(a) - h$.

1) Na gornji sliki označite ℓ.

Rešitev naloge 3

Razgledna ploščad

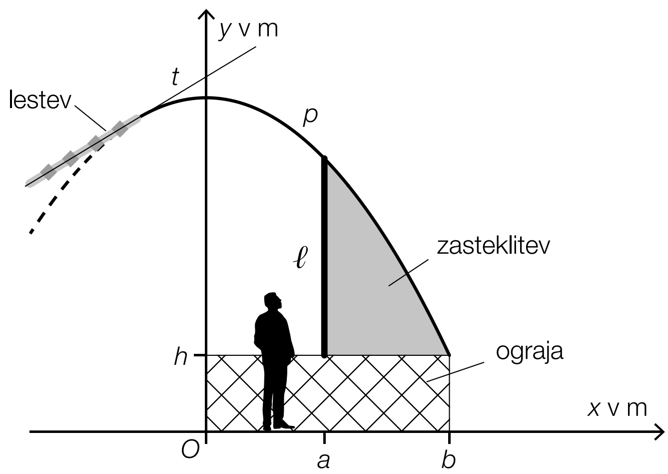
a1) $p'(x) = -0{,}604 \cdot x$

$p'(-1) = 0{,}604$
$\alpha = \arctan(0{,}604) = 31{,}13...°$

Naklonski kot tangente *t* znaša okoli 31,1°.

b1) $A = \int_a^b (p(x) - h)\,\mathrm{d}x$ *ali* $A = \int_a^b p(x)\,\mathrm{d}x - (b - a) \cdot h$

c1)



Naloga 4

Cigarete

Številne sestavine cigaretnega dima so zdravju škodljive.

a) Pri 100 kadilkah so preiskovali količino sestavin dima njihovih cigaret. Le-to so razvrstili v 3 razrede (glej naslednjo preglednico).

razred	količina sestavin dima na cigareto v mg	sredina razreda	absolutna frekvenca
1	[0; 10[	5	55
2	[10; 30[	20	40
3	[30; 50[	40	5

Izračunati je treba aritmetično sredino količine sestavin dima. Zato je približno ugotovljena vsakokratna sredina razreda.

1) Izračunajte aritmetično sredino količine sestavin dima.
2) Pojasnite, zakaj leži mediana količine sestavin dima v razredu 1.

b) Verjetnost, da slučajno izbrana kadilka na dan pokadi več kot eno cigareto, znaša *p*.

Izračunati je treba verjetnost, da natanko 5 od 100 kadilk pokadi na dan po več kot eno cigareto.

1) Nastavite formulo za izračun te verjetnosti.

Rešitev naloge 4

Cigarete

a1) $\frac{5 \cdot 55 + 20 \cdot 40 + 40 \cdot 5}{100} = 12{,}75$

Aritmetična sredina količine sestavin dima znaša 12,75 mg.

a2) Mediana urejenega nabora leži vedno na sredini vseh vrednosti. Pri danih 100 vrednostih leži 55 vrednosti, torej več kot polovica, v razredu 1. Zato mora tudi mediana ležati v tem razredu.

b1) X ... število kadilk, ki pokadijo po več kot eno cigareto na dan

Binomska porazdelitev pri $n = 100$ in p

$P(X = 5) = \binom{100}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)^{95}$

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

glavni rok 2021

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 5
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih podatkov v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/zelo dobro
11	»Gut«/dobro
9–10	»Befriedigend«/zadovoljivo
7–8	»Genügend«/zadostno
0–6	»Nicht genügend«/nezadostno

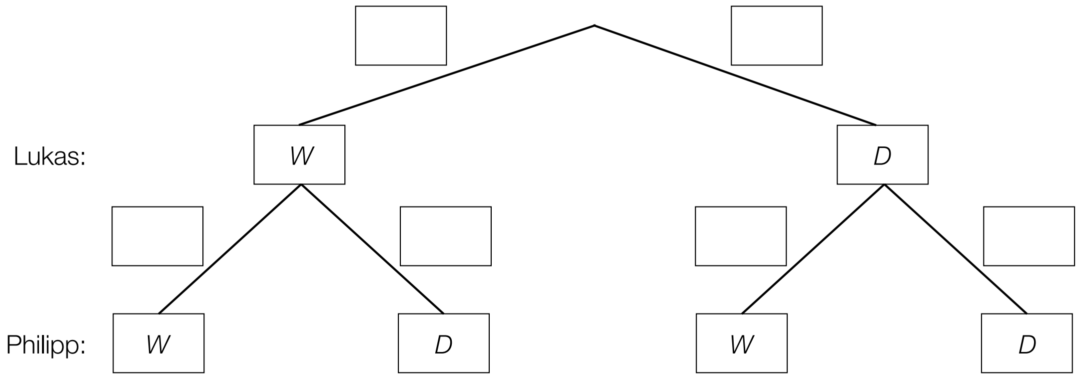
Naloga 1

Volkodlaki

Lukas in Philipp igrata skupaj s prijatelji igro *Volkodlaki*.

a) V enem določenem krogu igre se igra s skupno 2 kartama volkodlakov (W) in 9 kartami vaščanov (D).
Izmed teh kart se ob začetku igre naključno in brez vračanja vlečejo karte.
Lukas potegne kot prvi eno karto, Philipp potegne kot drugi eno karto.

1) Dopolnite naslednji drevesni diagram, s tem da vstavite ustrezne verjetnosti tako, da bo prikazoval opisano vsebinsko povezavo.



b) V nekem drugem krogu igre se igra 8 iger.
Pri vsaki od teh iger velja: Verjetnost, da Lukas potegne karto volkodlaka, znaša $\frac{1}{4}$.

1) Izračunajte verjetnost, da Lukas pri vsaj 2 igrah potegne karto volkodlaka.

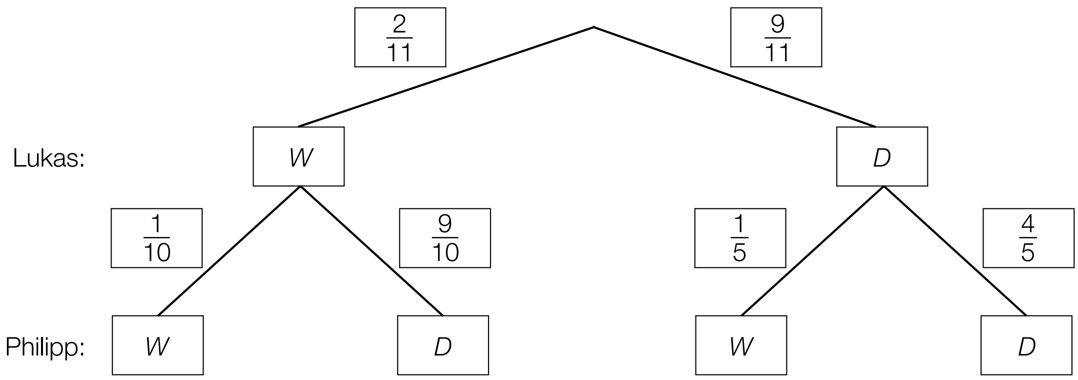
c) V nekem nadaljnjem krogu igre se igra 10 iger.
Pri vsaki od teh iger velja: Verjetnost, da Philipp potegne karto volkodlaka, znaša $\frac{1}{5}$.

1) V dani vsebinski povezavi opišite dogodek E, katerega verjetnost je moč izračunati z naslednjim izrazom.
$P(E) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7$

Rešitev naloge 1

Volkodlaki

a1)



b1) X ... število iger, pri katerih potegne Lukas karto volkodlaka.

Binomska porazdelitev pri $n = 8$ in $p = \frac{1}{4}$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$P(X \geq 2) = 0{,}6329...$

Verjetnost znaša okoli 63,3 %.

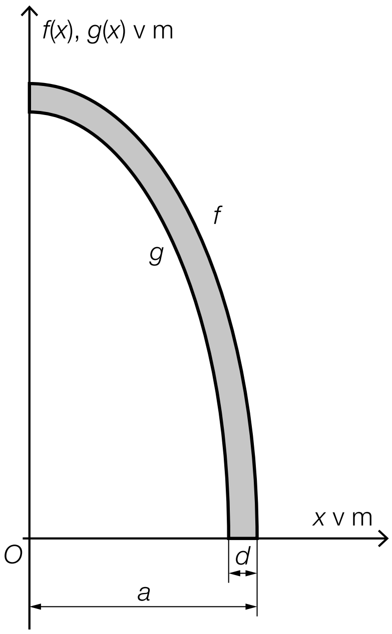
c1) E ... »Philipp potegne pri natanko 3 od 10 iger karto volkodlaka«

Naloga 2

Protihrupna stena

Na sliki ob tekstu je v koordinatnem sistemu modelno predstavljen prečni presek neke protihrupne stene.

Grafa funkcij g in f tvorita levo in desno mejno črto prečnega preseka.



a) Ugotoviti je potrebno ploščino A sivo označene ploskve prečnega preseka

1) Vnesite manjkajoče izraze v za to predvidene okvirčke.

$$A = \int_{\square}^{\square} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{\square}^{\square} g(x)\,\mathrm{d}x$$

b) Za funkcijo g velja:

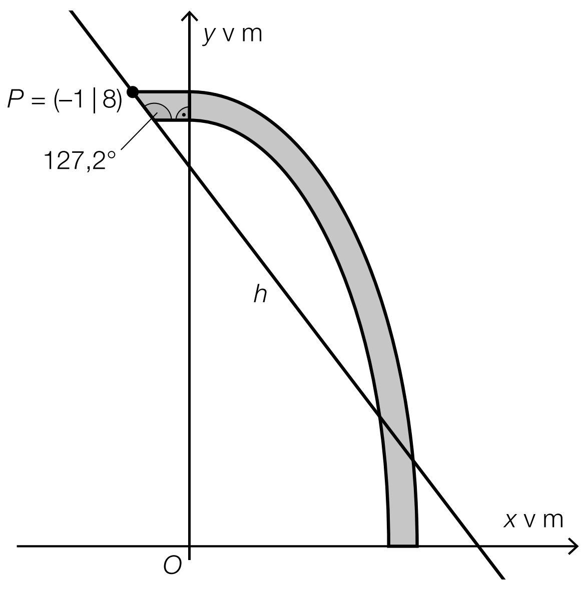
$g(x) = \frac{15}{7} \cdot \sqrt{12{,}25 - x^2}$
x ... koordinata v m
$g(x)$ ... višina nad tlemi na mestu x v m

1) Ugotovite tisto mesto x, na katerem znaša višina nad tlemi natanko 4 m.

c) Da bi steno naredili bolj odporno na vreme, je prečni presek povečan za en trapez. Na sliki ob tekstu je predstavljen tako spremenjeni prečni presek.

Poševna mejna črta trapeza poteka skozi točko P in leži na premici h.

1) Nastavite enačbo premice h.



Rešitev naloge 2

Protihrupna stena

a1) $A = \int_{\boxed{0}}^{\boxed{a}} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{\boxed{0}}^{\boxed{a-d}} g(x)\,\mathrm{d}x$

b1) $g(x) = 4$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$x = 2{,}960...$

c1) $h(x) = k \cdot x + d$
$k = \tan(127{,}2°)$
$k = -1{,}317...$
$h(-1) = 8$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$d = 6{,}682...$

$h(x) = -1{,}32 \cdot x + 6{,}68$ *(koeficienti zaokroženi)*

x, $h(x)$ ... koordinate v m

Naloga 3

Rentgensko sevanje

Pred rentgenskimi žarki se lahko zaščitimo z različnimi materiali. Intenziteta sevanja rentgenskih žarkov pri tem eksponentno pojema v odvisnosti od debeline plasti vsakokratnega zaščitnega materiala.

a) Pri prehodu rentgenskih žarkov skozi jeklo intenziteta sevanja pojema za 25 % na milimeter debeline plasti.

Intenziteta sevanja naj bo v odvisnosti od debeline plasti jekla *x* v milimetrih, opisana s funkcijo I.

1) Nastavite enačbo funkcije I. Pri tem izberite $I(0) = I_0$.
2) Interpretirajte naslednji izraz v dani vsebinski povezavi.
$\frac{I(5) - I_0}{I_0}$

b) Pod tako imenovano *razpolovno debelino* razumemo tisto debelino plasti neke zaščite, po kateri znaša intenziteta sevanja samo še 50 % izhodiščne intenzitete sevanja.

1) Ugotovite, po koliko razpolovnih debelinah intenziteta sevanja pade na 1 % izhodiščne intenzitete.

Rešitev naloge 3

Rentgensko sevanje

a1) $I(x) = I_0 \cdot 0{,}75^x$

a2) S tem izrazom se izračuna relativna sprememba intenzitete sevanja skozi 5 mm debelo plast jekla.

b1) $0{,}5^n = 0{,}01$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$n = 6{,}64...$

Po približno 6,6 razpolovnih dolžinah intenziteta sevanja pade na 1 % izhodiščne intenzitete.

Naloga 4

Poper

a) V neki določeni posodi se najprej nahaja r gramov rdečega popra in s gramov črnega popra.

1) Naslednji izraz interpretirajte v dani vsebinski povezavi.

$$\frac{r}{r+s}$$

V tej posodi je najprej 80 g popra. Sedaj se dodatno dosuje še 50 g črnega popra. S tem je v posodi sedaj 3-krat toliko črnega popra kot rdečega popra.

2) Sestavite sistem enačb za izračun r in s.

b) Eno zrno popra ima maso 25 mg.
Izračunati je potrebno število zrn popra n, ki imajo skupaj maso 1 t.

1) Izračunajte n in predstavite rezultat v predstavitvi drseče vejice v obliki $a \cdot 10^k$ pri $1 \leq a < 10$ in $k \in \mathbb{Z}$.

Rešitev naloge 4

Poper

a1) Izraz je relativni delež rdečega popra glede na skupno količino popra.

a2) $s + 50 = 3 \cdot r$
$s + r = 80$

b1) $\frac{1\,000 \cdot 10^3\ \mathrm{g}}{25 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{g}} = 4 \cdot 10^7$

Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

glavni rok 2021

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 7
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih podatkov v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/zelo dobro
11	»Gut«/dobro
9–10	»Befriedigend«/zadovoljivo
7–8	»Genügend«/zadostno
0–6	»Nicht genügend«/nezadostno

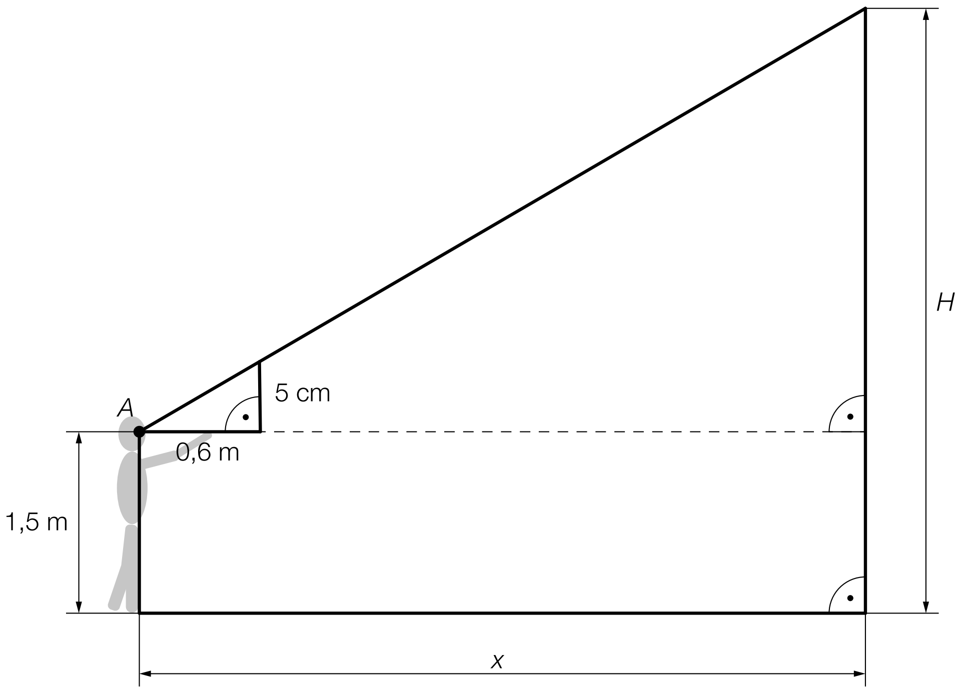
Naloga 1

Ugankarski reli

Na nekem ugankarskem reliju mora Melisa rešiti nekaj nalog.

a) Pri prvi nalogi je treba, s pomočjo vžigalice, iz neke dane točke oceniti višino H (v m) oddajnika za mobilno telefonijo.

Melisa stoji na oddaljenosti x (v m) do oddajnika. 5 cm dolgo vžigalico drži na oddaljenosti dolžine roke (0,6 m) pred svojimi očmi (glej naslednjo shematsko sliko).



1) Dopolnite naslednjo enačbo.

$0{,}6 : 0{,}05 = x :$ ____

2) Izračunajte višinski kot, pod katerim vidi Melisa vrh oddajnika za mobilno telefonijo.

b) Pri drugi nalogi mora Melisa primerjati prostornino dveh žog.

Premer rokometne žoge je 3-krat tako velik kot premer tenis-žogice.

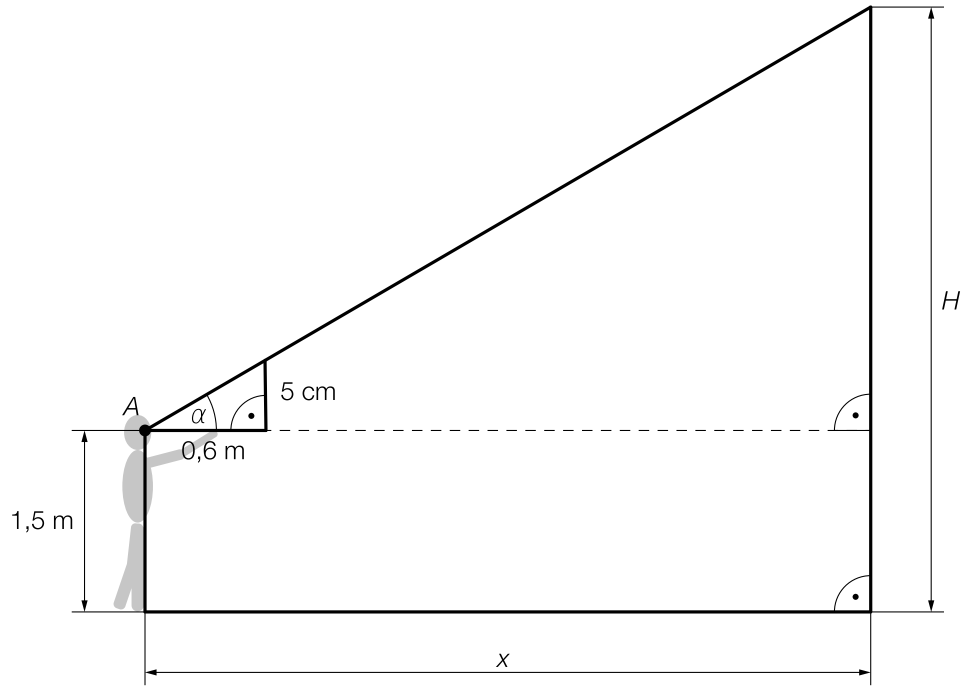
1) Dokazljivo preverite, če je prostornina rokometne žoge 9-krat tako velika kot prostornina tenis-žogice.

Rešitev naloge 1

Ugankarski reli

a1) $0{,}6 : 0{,}05 = x : (H - 1{,}5)$

a2)



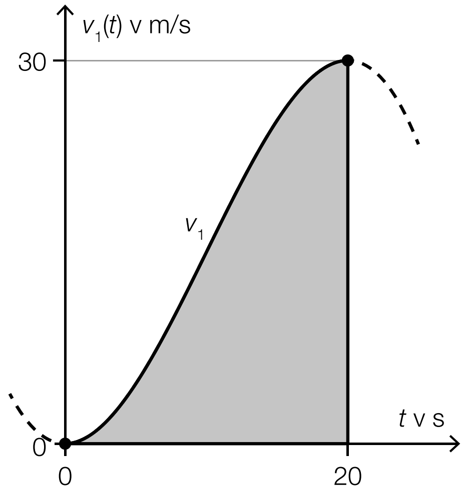
$\tan(\alpha) = \frac{0{,}05}{0{,}6}$
$\alpha = 4{,}76...°$

b1) $V_{\text{tenis-žogice}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
$V_{\text{rokometne žoge}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3 \cdot r)^3 = 27 \cdot V_{\text{tenis-žogice}}$
Prostornina rokometne žoge torej ni 9-krat, ampak 27-krat tako velika kot je prostornina tenis-žogice.

Naloga 2

Vožnja z avtomobilom

a) Na naslednji sliki je predstavljen diagram hitrosti v odvisnosti od časa za prvih 20 sekund neke določne vožnje z avtomobilom.



t ... čas vožnje avtomobila v s
$v_1(t)$ ... hitrost avtomobila ob času t v m/s

1) Interpretirajte ploščino sivo označene ploskve v dani vsebinski povezavi. Pri tem navedite ustrezno enoto.

Za funkcijo v_1 velja:
$v_1(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$ pri $0 \leq t \leq 20$

Na mestih $t = 0$ in $t = 20$ ima graf funkcije v_1 vsakič vodoravno tangento.

2) Sestavite sistem enačb za izračun koeficientov funkcije v_1.

b) Za časovni interval [45; 60] je moč hitrost avtomobila opisati z naslednjo funkcijo v_2.

$v_2(t) = -\frac{2}{675} \cdot t^3 + \frac{7}{15} \cdot t^2 - 24 \cdot t + 435$
t ... čas vožnje avtomobila v s
$v_2(t)$ ... hitrost avtomobila ob času t v m/s

1) Izračunajte povprečni pospešek v časovnem intervalu [45; 60].

Rešitev naloge 2

Vožnja z avtomobilom

a1) Ploščina sivo označene ploskve ustreza prevoženi poti avtomobila v metrih v prvih 20 sekundah te vožnje z avtomobilom.

a2) $v_1'(t) = 3 \cdot a \cdot t^2 + 2 \cdot b \cdot t + c$

I: $v_1(0) = 0$
II: $v_1(20) = 30$
III: $v_1'(0) = 0$
IV: $v_1'(20) = 0$

ali:

I: $a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$
II: $a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 30$
III: $3 \cdot a \cdot 0^2 + 2 \cdot b \cdot 0 + c = 0$
IV: $3 \cdot a \cdot 20^2 + 2 \cdot b \cdot 20 + c = 0$

b1) $\frac{v_2(60) - v_2(45)}{60 - 45} = 0{,}333...$

Povprečni pospešek znaša okoli 0,33 m/s^2.

Naloga 3

Matura

Leta 2018 je znašalo število maturantk in maturantov v Avstriji 42 000.

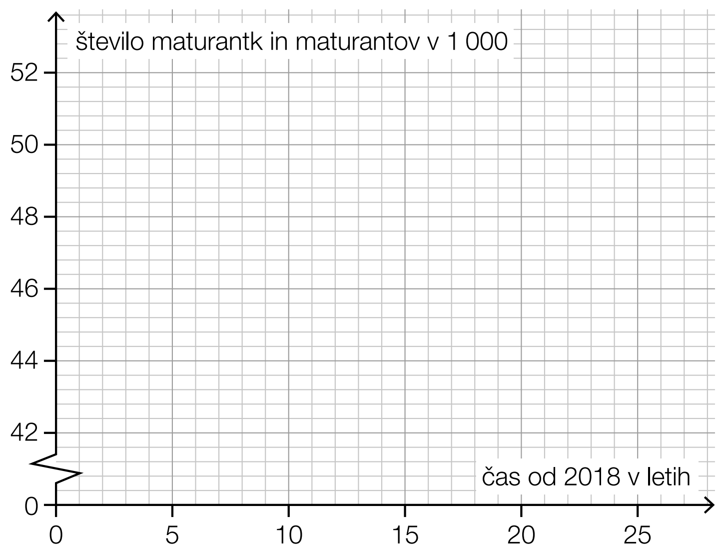
a) Glede na neko napoved se bo število maturantk in maturantov v Avstriji do leta 2035 povzpelo na 48 000.

1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat naslednjega izračuna.

$$\frac{48\,000 - 42\,000}{42\,000} = 0{,}14...$$

Časovni razvoj števila maturantk in maturantov naj bo opisan z linearno funkcijo.

2) V naslednji koordinatni sistem narišite graf te linearne funkcije. Pri tem uporabite vrednost za leto 2018 in napoved za leto 2035.



b) V nekem drugem modelu za naslednja leta se privzema, da število maturantk in maturantov narašča za 7,8 promilov letno.

Število maturantk in maturantov opišimo v odvisnosti od časa t.

1) Nastavite enačbo pripadajoče eksponentne funkcije. Izberite $t = 0$ za leto 2018.

Rešitev naloge 3

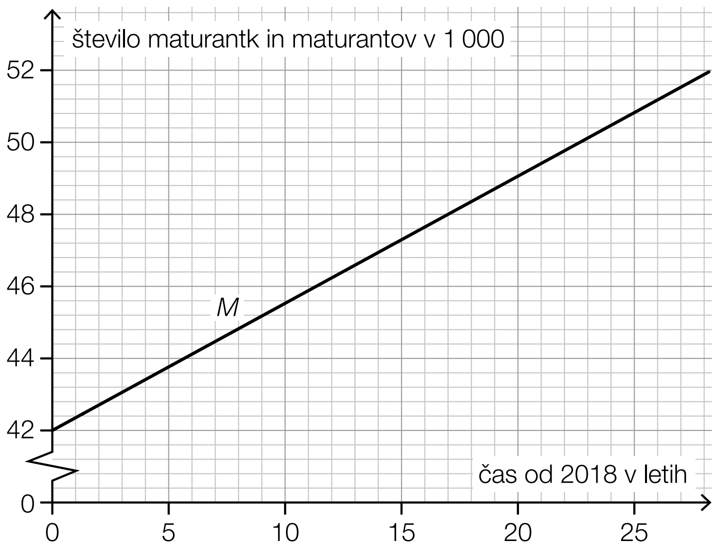
Matura

a1) Po tem modelu bo število maturantk in maturantov v letu 2035 za okoli 14 % večje kot število maturantk in maturantov v letu 2018.

ali:

Relativna sprememba števila maturantk in maturantov v časovnem obdobju od 2018 do 2035 znaša 14 %.

a2)



b1) $N(t) = 42\,000 \cdot 1{,}0078^t$

t ... čas od 2018 v letih
$N(t)$ ... število maturantk in maturantov ob času t

Naloga 4

Ure

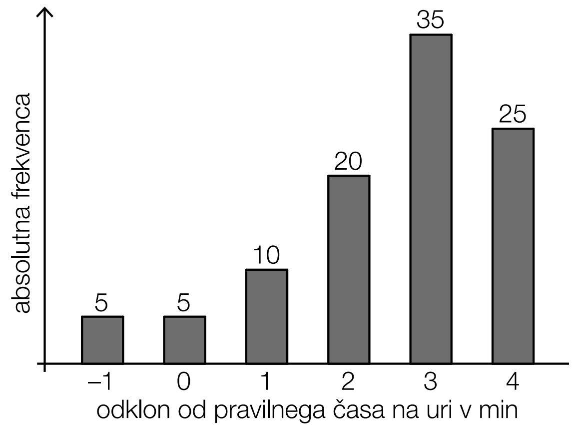
a) V okviru neke racije je bilo zaseženih 40 ur nekega registriranega ilegalnega cestnega prodajalca.
Iz izkušnje je znano, da deluje le 35 % ur tega cestnega prodajalca.

1) Izračunajte pričakovano vrednost za število zaseženih ur, ki ne delujejo.

2) Opišite v dani vsebinski povezavi dogodek E, čigar verjetnost se izračuna z naslednjim izrazom.

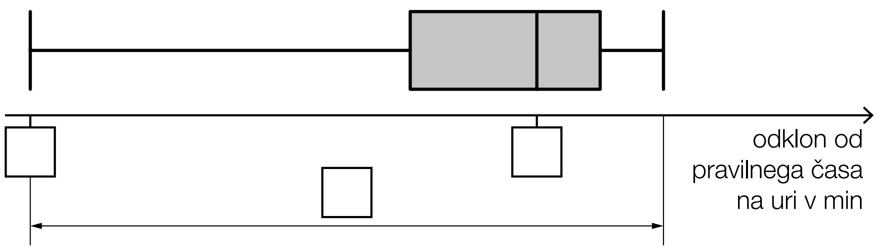
$P(E) = 1 - 0{,}35^{40}$

b) V okviru neke druge racije je bilo zaseženih 100 ur. Te ure so preverili glede na vsakič prikazani čas. V naslednjem stolpčnem diagramu je predstavljena absolutna frekvenca za odklon prikazanih časov na uri glede na pravilen čas na uri.



Podatki iz stolpčnega diagram so na naslednji sliki predstavljeni v obliki Box-Plot-diagrama.

1) Vnesite manjkajoča števila v za to predvidene okvirčke.



Rešitev naloge 4

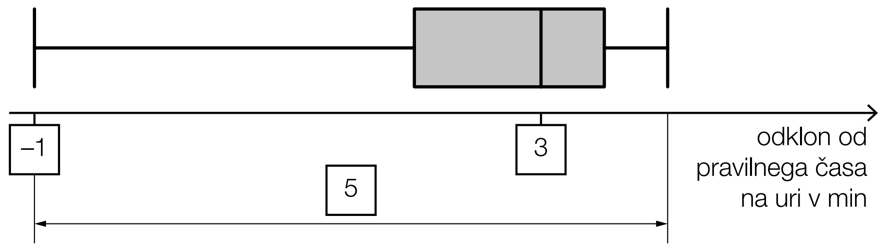
Ure

a1) $40 \cdot 0{,}65 = 26$

Pričakovana vrednost za zasežene ure, ki ne delujejo, znaša 26.

a2) *E* ... »vsaj ena od zaseženih ur ne deluje«

b1)



Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

oktober 2021

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedba za **izpraševalce/ke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih podatkov v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit

Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

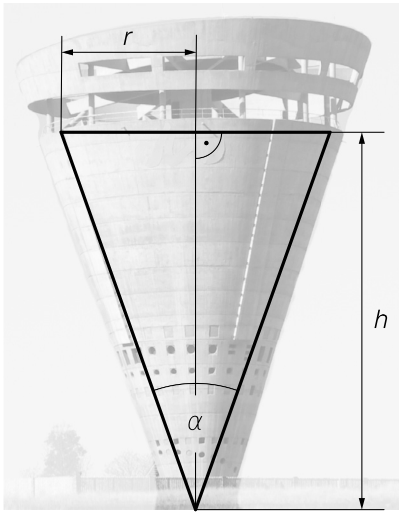
Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut«/zelo dobro
11	»Gut«/dobro
9–10	»Befriedigend«/zadovoljivo
7–8	»Genügend«/zadostno
0–6	»Nicht genügend«/nezadostno

Naloga 1

Vodni zbiralnik

Grand Central Water Tower (Južna Afrika) je zbiralnik za oskrbo z vodo. Ima približno obliko na vrhu stoječega stožca s polmerom r, višino h in kotom α pri vrhu (glejte naslednjo sliko).



Vir slike: NJR ZA – lastno delo, CC BY-SA 3.0, https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bb/Johhanesburg_Water-Midrand_Tower-001.jpg [11.01.2021] (prirejeno).

a) 1) S pomočjo gornje slike sestavite formulo za izračun kota α s pomočjo r in h.

α = ____

b) Prostornina vodnega zbiralnika znaša 6 500 m^3.

Karin bi rada navedla prostornino v hektolitrih (hl) in izvede naslednji napačni izračun.

$6\,500 \text{ m}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ L} = 6\,500 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \text{ hl}$
$= 6\,500 \cdot 10^5 \text{ hl} = 650\,000\,000 \text{ hl}$

1) Navedite na katerem računskem koraku se je zgodila napaka, in naredite pravilni izračun.

c) *Grand Central Water Tower* naj bi nadomestili z novim vodnim zbiralnikom v obliki stožca. Polmer tega novega vodnega zbiralnika naj bo pri tem dvakrat tako velik kot je le-ta pri *Grand Central Water Tower*. Višina naj bo enako velika kot je pri *Grand Central Water Tower*.

1) Pokažite, da prostornina novega vodnega zbiralnika <u>ni</u> dvakrat tako velika kot je prostornina *Grand Central Water Tower*.

Rešitev naloge 1

Vodni zbiralnik

a1) $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{h}$

$\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{r}{h}\right)$

b1) Pri preračunu L v hl mora biti deljeno z 10^2.
Pravilno je:
$6\,500 \text{ m}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ dm}^3 = 6\,500 \cdot 10^3 \text{ L} = 6\,500 \cdot \frac{10^3}{10^2} \text{ hl} = 6\,500 \cdot 10 \text{ hl} = 65\,000 \text{ hl}$

c1) $V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

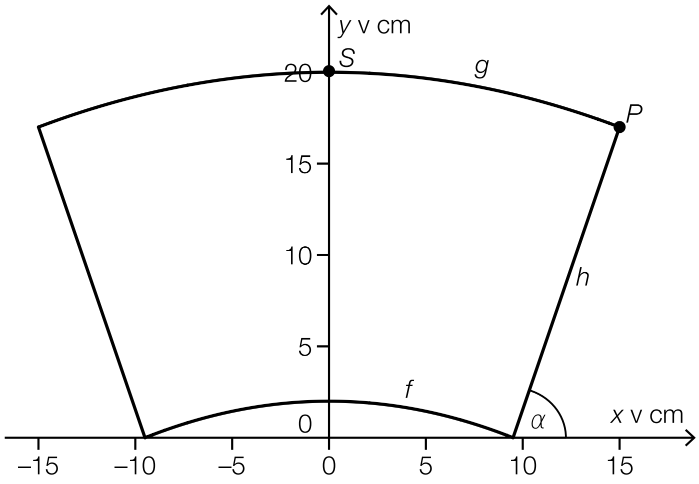
novi vodni zbiralnik:
$V_1 = \frac{(2 \cdot r)^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = \frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h}{3} = 4 \cdot V$
Prostornina novega vodnega zbiralnika torej ni dvakrat tako velika.

Tudi dokaz s konkretnimi števili je vrednotiti kot pravilen.

Naloga 2

Otroška pručka

Naslednja modelna slika prikazuje, glede na *y*-os simetrično, sedežno ploskev neke otroške pručke, v pogledu od zgoraj.



Desna mejna črta sedežne ploskve je opisana z linearno funkcijo *h*. Poteka skozi točko $P = (15|17)$ in ima pri $x = 9{,}5$ ničlo.

a) 1) Izračunajte kot α, ki je vrisan v gornjo sliko.

b) Zgornja mejna črta sedežne ploskve je opisana z grafom kvadratne funkcije *g*. Graf funkcije *g* poteka skozi teme $S = (0|20)$ in točko *P*.

1) S pomočjo informacij o *S* in *P* nastavite enačbo funkcije *g*.

c) Clemens bi rad izračunal ploščino sedežne ploskve.

1) S križcem označite ustrezni izraz za ta izračun. *[1 izmed 5]*

$2 \cdot \int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5\right)$	☐
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}\right)$	☐
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x - 17 \cdot 5{,}5$	☐
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5{,}5}{2}$	☐

Rešitev naloge 2

Otroška pručka

a1) $\alpha = \arctan\left(\frac{17 - 0}{15 - 9,5}\right) = 72,0...°$
Kot znaša okoli 72°.

b1) $g(x) = a \cdot x^2 + c$

$g(0) = 20$
$g(15) = 17$

ali:

$c = 20$

$a \cdot 15^2 + c = 17$

$a = -\frac{1}{75}$
$g(x) = -\frac{1}{75} \cdot x^2 + 20$

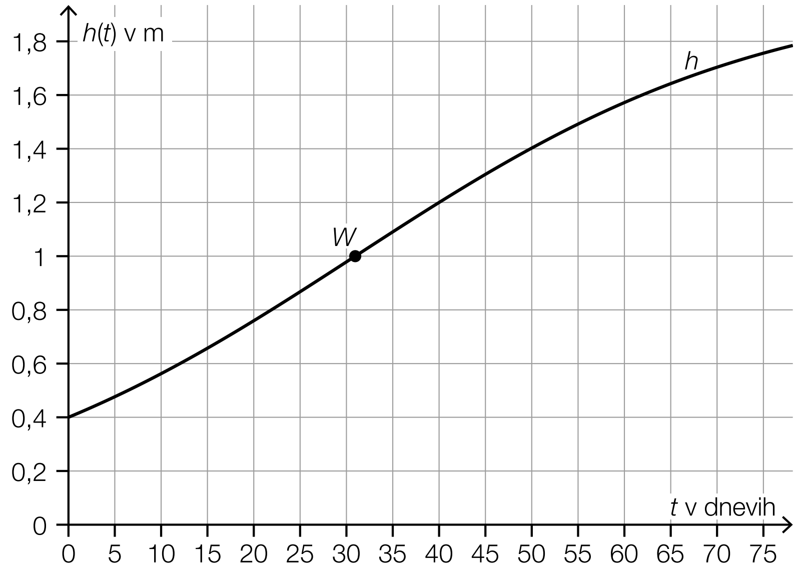
c1)

$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{9,5} f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{17 \cdot 5,5}{2}\right)$	☒

Naloga 3

Rast rastlin

a) Na naslednji sliki je višina neke določene rastline, v odvisnosti od časa t, modelno prikazana z grafom funkcije h.



Funkcija h ima prevoj $W = (31\,|\,1)$.

1) S pomočjo gornje slike ugotovite vzpon (smerni koeficient) tangente v točki prevoja.

2) V dani vsebinski povezavi interpretirajte vzpon (smerni koeficient) tangente v točki prevoja.

b) Za neko drugo rastlino velja:
Ob začetku opazovanja naša *rast višine* 0,03 metra na dan.
Rast višine dnevno za 4 % upade, glede na vsakokratni predhodni dan.

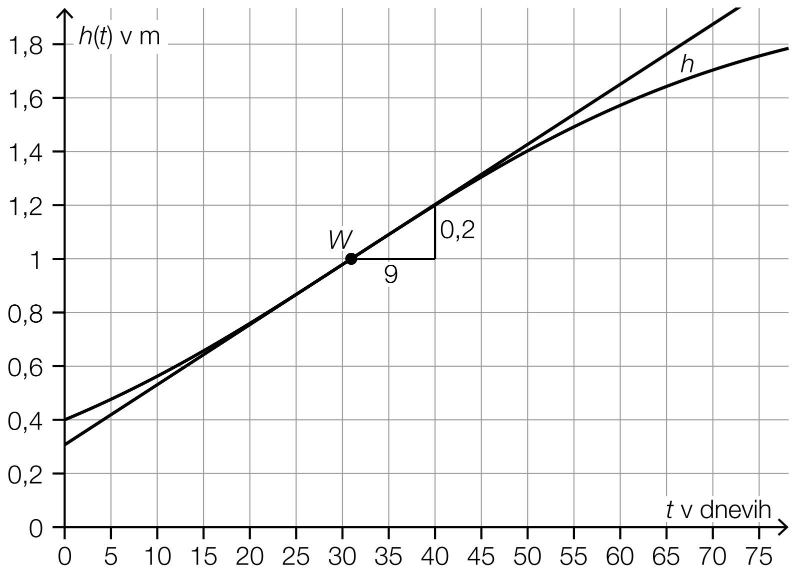
Rast višine naj bo, v odvisnosti od časa t v dnevih, opisna s funkcijo v.

1) Nastavite enačbo funkcije v. Izberite $t = 0$ za začetek opazovanja.

Rešitev naloge 3

Rast rastlin

a1)



vzpon (smerni koeficient): $\frac{0,2}{9} = 0,022... \approx 0,02$

tolerančni interval: [0,019; 0,025]

a2) Vzpon (smerni koeficient) ustreza maksimalni trenutni hitrosti spreminjanja višine

ali:

Vzpon (smerni koeficient) ustreza trenutni hitrosti spreminjanja višine po 31 dneh.

b1) $v(t) = 0,03 \cdot 0,96^t$

Naloga 4

Gojenje rib

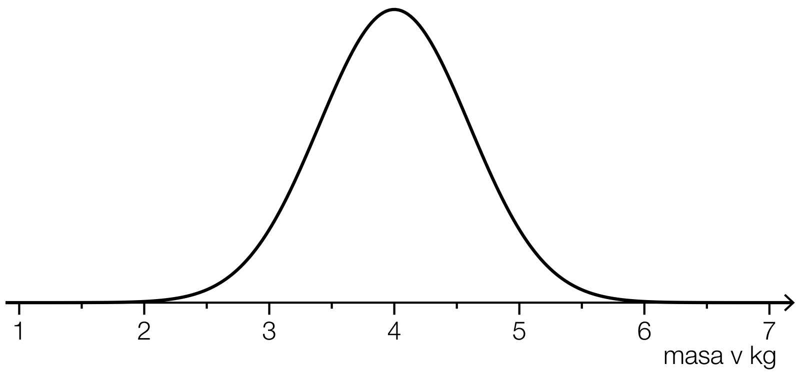
a) V nekem ribniku je k krapov in h ščuk, sicer pa v ribniku ni drugih rib.

Pri nekem ulovu naključno odvzamemo 2 ribi.

1) S pomočjo k in h nastavite formulo za izračun naslednje verjetnosti.

P(»obe odvzeti ribi sta krapa«) = ____________________

b) Masa lososov v nekem določenem ribogojstvu je približno normalno porazdeljena.
Na naslednji sliki je predstavljen graf pripadajoče funkcije gostote verjetnosti.



1) Na gornji sliki označite verjetnost, da znaša masa nekega slučajno izbranega lososa najmanj 5 kg.

Pričakovana vrednost mase lososov znaša $\mu = 4$ kg in standardni odklon $\sigma = 0{,}6$ kg.

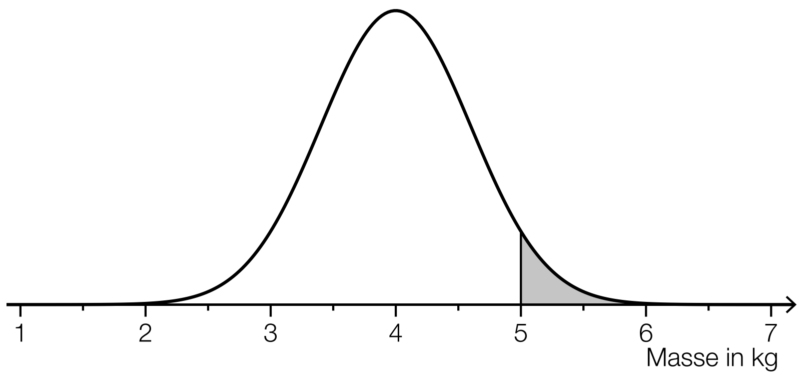
2) Izračunajte verjetnost, da masa nekega slučajno izbranega lososa za več kot ±1 kg odstopa od pričakovane vrednosti.

Rešitev naloge 4

Gojenje rib

a1) $P(\text{»obe odvzeti ribi sta krapa«}) = \frac{k}{k+h} \cdot \frac{k-1}{k+h-1}$

b1)



b2) X ... masa v kg

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$P(X < 3) + P(X > 5) = 0{,}0955...$

Verjetnost znaša približno 9,6 %.

Izvod za izpraševalce/-lke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

maj 2020

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 5
Navedbe za **izpraševalce/izpraševalke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo

Vsa navodila za izvedbo, ki zadevajo posamezne predmete, se s strani zveznega ministrstva za izobraževanje, znanost in raziskovanje (BMBWF) objavljajo ločeno. Naslednja navodila naj pripomorejo k standardiziranemu postopku pri izvedbi.

- Predvideni čas za izpraševanje znaša največ 25 minut, čas za pripravo pa najmanj 30 minut.
- V primeru, da se dela z računalnikom, je pred tiskanjem potrebno vsak list označiti tako, da ga je moč enolično prirediti kandidatki/kandidatu.
- Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne matematike, ki je potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih podatkov v elektronskem pripomočku.
- Začetek in konec časa priprave vpišite v zapisnik o izpitu.
- Po izpitu je potrebno zbrati vse izpitne dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) ne smejo postati javni.

Pojasnila za ocenjevanje

Zastavitev nalog vedno zajema 12 dejavnostnih kompetenc, ki jih je potrebno izkazati, ter so označene z velikimi tiskanimi črkami A (modeliranje & transfer), B (izvajanje operacij & uporaba tehnologije) ali R (interpretiranje & dokumentiranje in argumentiranje & komuniciranje).

Pri vrednotenju je relevantna samo postavljena zastavitev naloge.

Za vrednotenje kompenzacijskega izpita je treba vsako dejavnostno kompetenco, ki jo je potrebno izkazati, obravnavati kot enakovredno.

Skupno število dejavnostnih kompetenc, ki so v celoti izkazane s strani kandidatke/kandidata, daje, v skladu z naslednjim ključem vrednotenja, oceno ustnega kompenzacijskega izpita.

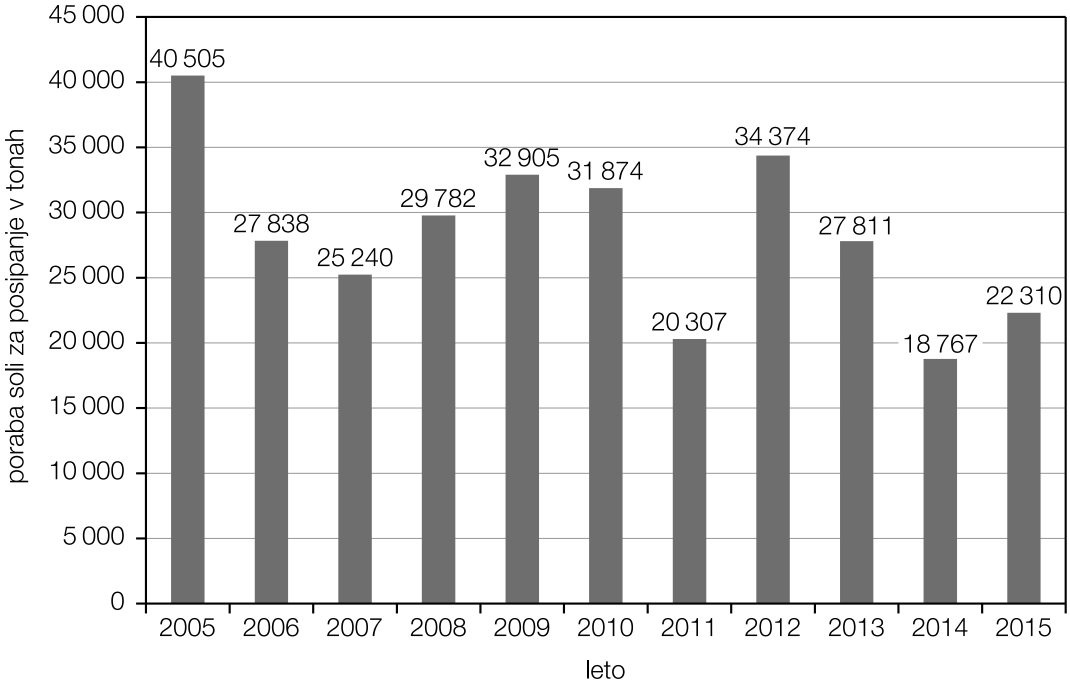
Ključ vrednotenja:

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ovrednotenje ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
11	»Gut« / dobro
10 9	»Befriedigend« / povoljno / zadovoljivo
8 7	»Genügend« / zadostno
6 5 4 3 2 1 0	»Nicht genügend« / nezadostno

Skupna ocena:

Ker se za skupno oceno upoštevata tako uspeh, ki ga je kandidatka/kandidat dosegla/dosegel v okviru kompenzacijskega izpita, kakor tudi rezultat pisnega izpita, se skupna ocena ne more glasiti boljše kot »Befriedigend«.

1) Na naslednji sliki je predstavljena poraba soli za posipanje na tirolskih deželnih cestah za 11 let od 2005 do 2015.



Vir podatkov: Amt der Tiroler Landesregierung (izd.): *Jahresbericht 2015. Landesstraßen Tirol. Bau, Erhaltung und Straßendienst*, 2016, str. 81. https://www.tirol.gv.at/fileadmin/themen/verkehr/service/downloads/Jahresbericht_Landesstrassen_2015.pdf [16.12.2019].

– Določite mediano letne porabe soli za posipanje za zgoraj predstavljeno časovno obdobje.

(B)

Aritmetična sredina porabe soli za posipanje za 5 let od 2012 do 2016 je $\bar{x}$ (v tonah).

– S pomočjo $\bar{x}$ in podatkov iz gornje slike, sestavite formulo za izračun porabe soli za posipanje x (v tonah) za leto 2016.

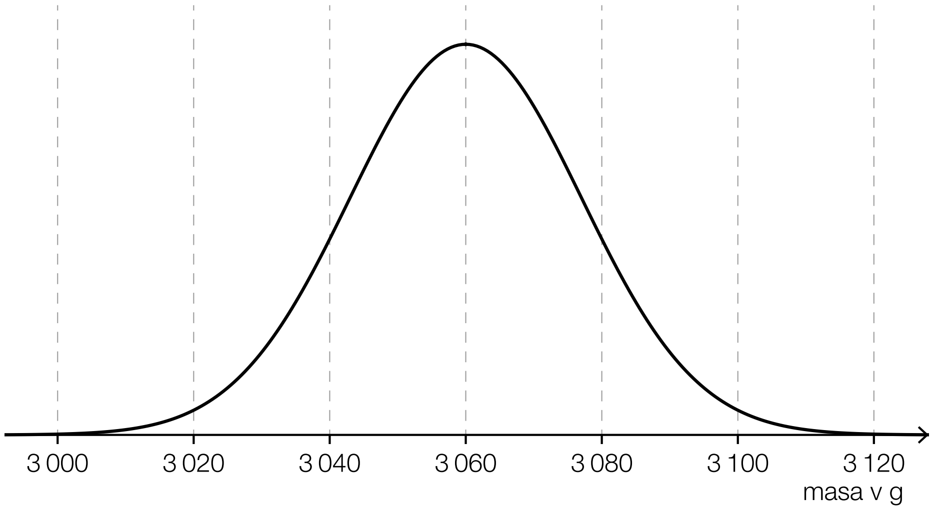
x = ____ (A)

Za zasebno rabo je moč sol za posipanje kupiti v majhnih vrečah.
Masa teh vreč se pri tem privzema kot normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo $\mu = 3060$ g.
38 % teh vreč ima maso med 3 060 g in 3 080 g.

– Utemeljite, zakaj ima 88 % vseh vreč maso največ 3080 g. (R)

Na naslednji sliki je predstavljen graf pripadajoče funkcije gostote verjetnosti.

– Na tej sliki ponazorite verjetnost, da ima neka naključno izbrana vreča maso najmanj 3040 g. (A)



Možna pot reševanja:

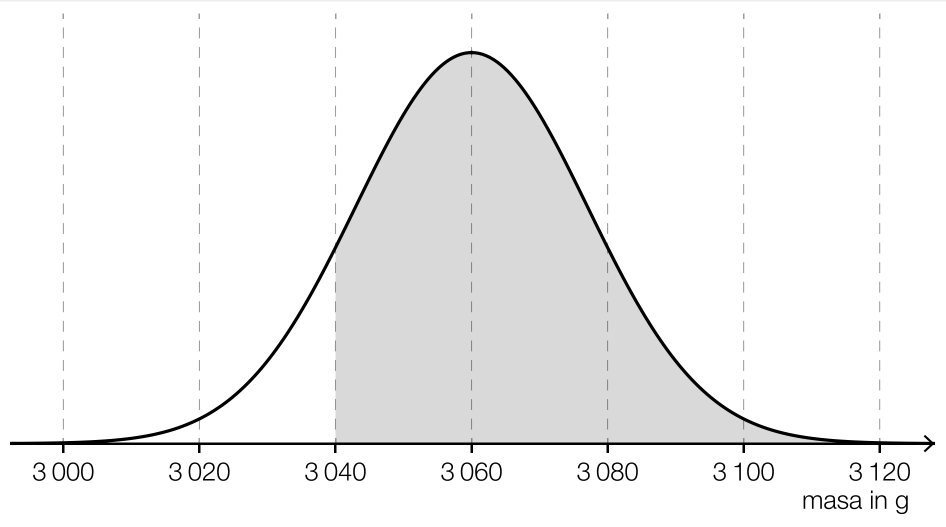
(B): mediana: 27 838 t

(A): $\overline{x} = \dfrac{34\,374 + 27\,811 + 18\,767 + 22\,310 + x}{5}$

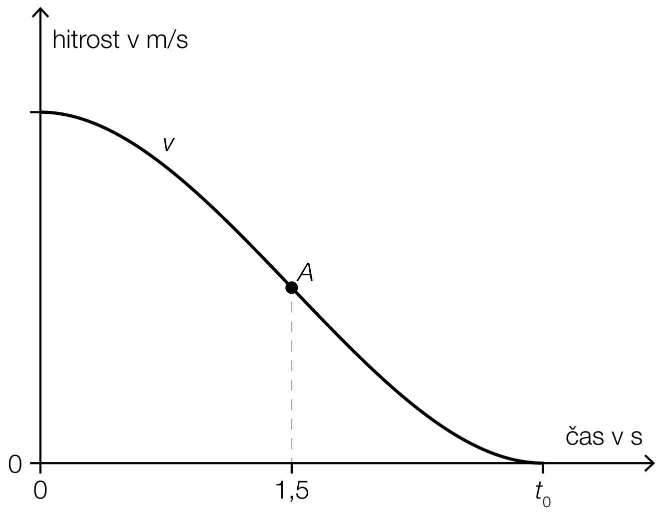
$x = 5 \cdot \overline{x} - 103\,262$

(R): Verjetnost, da ima neka slučajno izbrana vreča maso manj kot 3 060 g (pričakovana vrednost), znaša 50 %.
Verjetnost, da ima neka slučajno izbrana vreča maso med 3 060 g in 3 080 g, znaša 38 %.
Zato ima 88 % = 38 % + 50 % teh vreč maso največ 3 080 g.

(A):



2) Potek hitrosti nekega vozila med procesom zaviranja je moč približno opisati s funkcijo *v*.



$v(t) = a \cdot t^3 - 5 \cdot t^2 + 15$ pri $0 \leq t \leq t_0$

t ... čas od začetka procesa zaviranja v s
$v(t)$ ... hitrost ob času t v m/s
a ... parameter

– Izračunajte hitrost ob začetku procesa zaviranja. Rezultat navedite v enoti km/h. (B)

Točka *A* je obračaj (prevoj) funkcije *v*.

– Določite parameter *a*. (A)

Rudi je napačno določil enačbo funkcije poti v odvisnosti od časa, ki opisuje ta proces zaviranja:

$s(t) = \frac{a}{4} \cdot t^4 - \frac{5}{3} \cdot t^3 + 15$ pri $0 \leq t \leq t_0$

t ... čas od začetka procesa zaviranja v s
$s(t)$ ... pot ob času *t* v m, prevožena od začetka procesa zaviranja

– Navedite, kakšno napako je naredil Rudi. Popravite enačbo za *s*. (R)

Neko drugo vozilo zavira tako, da njegova hitrost linearno upada. Obe vozili imata tako ob času $t = 0$ kakor ob času $t = 1{,}5$ vsakič enako hitrost.

– S tem, ko vrišete graf funkcije hitrosti v odvisnosti od časa za drugo vozilo v zgornjo sliko, preverite, če se tudi ta postopek zaviranja, prav tako kot postopek zaviranja prvega vozila, konča ob času t_0. (A)

Možna pot reševanja:

(B): $v(0) = 15$
$15 \cdot 3{,}6 = 54$

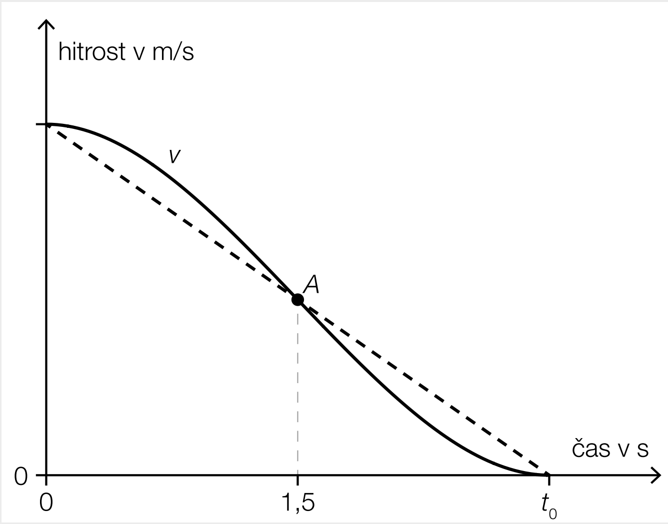
Hitrost ob začetku procesa zaviranja znaša 54 km/h.

(A): $v''(1{,}5) = 0$ *ali* $6 \cdot a \cdot 1{,}5 - 10 = 0$
$a = \frac{10}{9}$

(R): Pri zadnjem seštevancu manka faktor t.

$s(t) = \frac{a}{4} \cdot t^4 - \frac{5}{3} \cdot t^3 + 15 \cdot t$

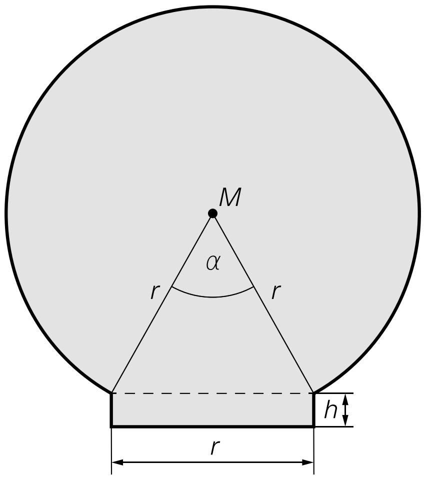
(A):



Vsakokratni proces zaviranja obeh vozil se torej konča ob času t_0.

3) Na zahodni strani dunajskega *Allianz-stadiona* zaznamuje podobo stadiona tako imenovana cev (*Röhre*).

Sprednja stran te cevi je med drugim približno omejena s krožnim lokom (glej naslednji sliki).



Vir slike: Bwag – lastno delo, CC BY-SA 4.0, https://bar.wikipedia.org/wiki/Datei:Hütteldorf_(Wien)_-_Allianz-Stadion,_Rapid-Logo.JPG [17.12.2019].

– Utemeljite, zakaj za kot α velja: $\alpha = 60°$. (R)

Ploščino A sivo markirane ploskve je moč izračunati z naslednjim nastavkom:

$A = A_{\text{krožnega izseka}} + A_{\text{trikotnika}} + A_{\text{pravokotnika}}$

– S pomočjo r in h sestavite formulo za izračun A.

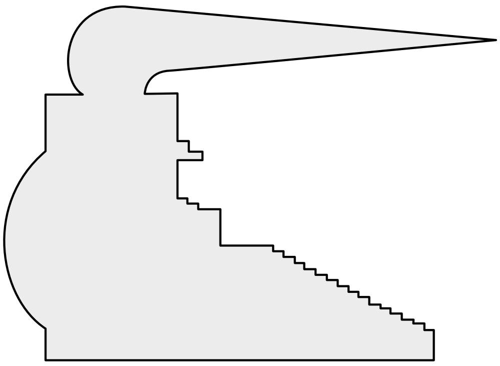
$A =$ ______________________________________ (A)

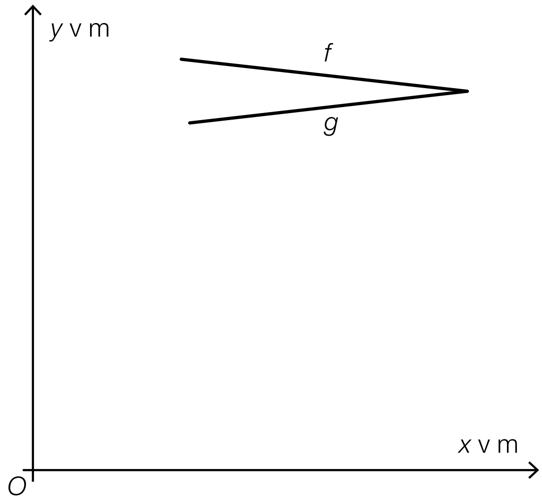
Velja: $A = 324{,}1\text{ m}^2$

Marko uporabi kot oceno za A ploščino celega kroga s polmerom 10 m.

– Izračunajte, za koliko odstotkov se je pri tem uštel. (B)

Na naslednji sliki je v pogledu s strani modelno predstavljena pokrita tribuna. Del strehe je predstavljen v koordinatnem sistemu.





$f(x) = k_1 \cdot x + d_1$
$g(x) = k_2 \cdot x + d_2$

x, $f(x)$, $g(x)$ ... koordinate v m
k_1, k_2, d_1, d_2 ... parametri

y-os s koordinatnim izhodiščem O se premakne vzdolž x-osi.

– Navedite, kateri izmed parametrov k_1, k_2, d_1, d_2 se pri tem spremenijo in kateri ostanejo enaki. (R)

<u>Možna pot reševanja:</u>

(R): Ker je kot α eden izmed notranjih kotov enakostraničnega trikotnika, velja: $\alpha = 60°$.

(A): $A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{300°}{360°} + \frac{r^2}{4} \cdot \sqrt{3} + r \cdot h$

ali:

$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{5}{6} + \frac{r^2}{4} \cdot \sqrt{3} + r \cdot h$

(B): celi krog:

$A_{\text{krog}} = \pi \cdot 10^2 = 314{,}15...$

$\frac{314{,}15...}{324{,}1} = 0{,}9693...$

$1 - 0{,}9693... = 0{,}0306...$

Marko se je uštel za okrog 3,1 %.

(R): Parametra k_1 in k_2 ostaneta enaka, parametra d_1 in d_2 se spremenita.

Izvod za izpraševalce/-lke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

maj 2019

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 5
Navedbe za **izpraševalce/izpraševalke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo

Vsa navodila za izvedbo, ki zadevajo posamezne predmete, se s strani zveznega ministrstva za izobraževanje, znanost in raziskave objavljajo ločeno. Naslednja navodila naj pripomorejo k standardiziranemu postopku pri izvedbi ustnega kompenzacijskega izpita.

- Predvideni čas za izpraševanje znaša največ 25 minut, čas za pripravo pa najmanj 30 minut.
- V primeru, da se dela z računalnikom, je pred tiskanjem potrebno vsak list označiti tako, da ga je moč enolično prirediti kandidatki/kandidatu.
- Uporaba s strani *»Schulbuchaktion«* potrjenih zvezkov formul oz. zbirke formul za »SRDP« iz uporabne matematike in elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije) je dovoljena, če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnega omrežja itd.) in v elektronski pripomoček niso implementirani lastni podatki. Priročniki za uporabo elektronskih pripomočkov so dopustni v originalni tiskani obliki ali v elektronski pripomoček integrirani obliki.
- Začetek in konec časa priprave vpišite v zapisnik o izpitu.
- Po izpitu je potrebno zbrati vse izpitne dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) ne smejo postati javni.

Pojasnila za ocenjevanje

Zastavitev nalog vedno zajema 12 dejavnostnih kompetenc, ki jih je potrebno izkazati in so označene z velikimi tiskanimi črkami A (modeliranje & transfer), B (izvajanje operacij & uporaba tehnologije) ali R (interpretiranje & dokumentiranje in argumentiranje & komuniciranje).

Pri vrednotenju je relevantna samo postavljena zastavitev nalog.

Za vrednotenje kompenzacijskega izpita je treba vsako dejavnostno kompetenco, ki jo je potrebno izkazati, obravnavati kot enakovredno.

Skupno število dejavnostnih kompetenc, ki so v celoti izkazane s strani kandidatke/kandidata, daje, v skladu z naslednjim ključem vrednotenja, oceno ustnega kompenzacijskega izpita.

Ključ vrednotenja:

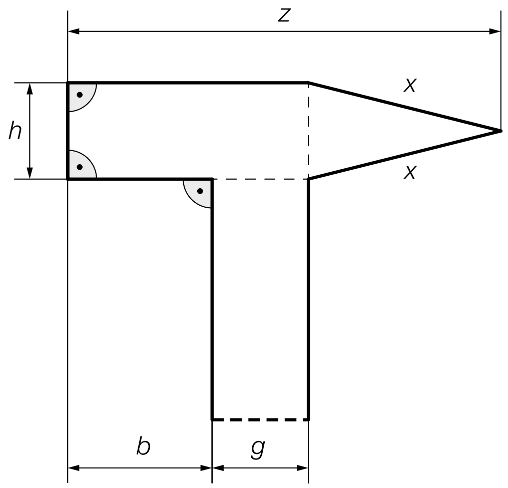
Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ovrednotenje ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
11	»Gut« / dobro
10 9	»Befriedigend« / povoljno / zadovoljivo
8 7	»Genügend« / zadostno
6 5 4 3 2 1 0	»Nicht genügend« / nezadostno

Skupna ocena:

Ker se za skupno oceno upoštevata tako uspeh, ki ga je kandidat/-ka dosegel/-a v okviru kompenzacijskega izpita, kakor tudi rezultat pisnega izpita, se skupna ocena ne more glasiti boljše kot »Befriedigend«.

1) Pri neki spretnostni igri s kladivom zabijamo žeblje v neko deblo.

Na naslednji sliki (ki ni v pravilnem merilu) je predstavljen prečni pesek zgornjega dela kladiva.



– Iz h, z, b in g sestavite formulo za dolžino x. (A)

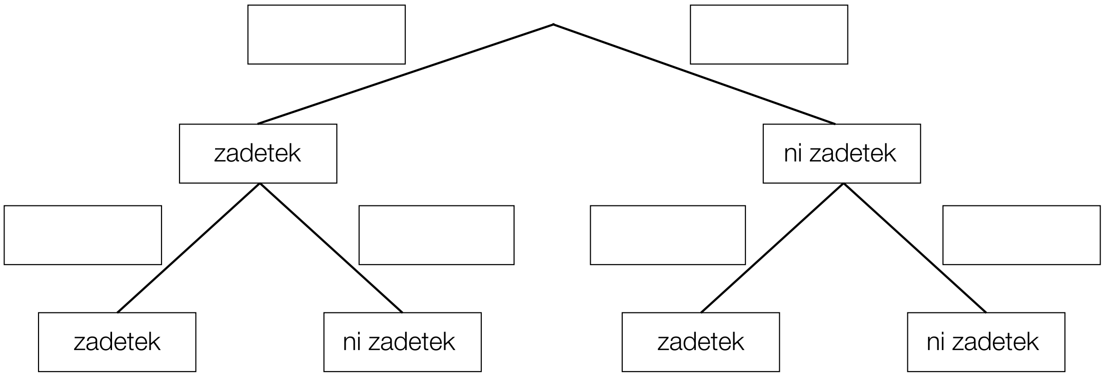
x = ____

Glede na izkušnje Leo pri prvem poskusu zadene svoj žebelj z verjetnostjo 40 %.
Max glede na izkušnje pri prvem poskusu zadene svoj žebelj z verjetnostjo 30 %.
Tim glede na izkušnje pri prvem poskusu zadene svoj žebelj z verjetnostjo 20 %.

– Izračunajte verjetnost, da pri prvem poskusu svoj žebelj zadene vsaj eden od teh igralcev. (B)

Nejla glede na izkušnje pri prvem poskusu zadene svoj žebelj z verjetnostjo p.
Če je bil prvi poskus zadetek, potem je verjetnost, da je tudi naslednji poskus zadetek, za 0,05 večja od p.
Če prvi poskus ni bil zadetek, potem je verjetnost, da naslednji poskus je zadetek, za 0,05 manjša od p.

– Izpolnite naslednji drevesni diagram tako, da bo prikazoval opisano vsebinsko povezavo. (A)



Na nekem tekmovanju nastopajo ena proti drugi ekipe, sestavljene iz več oseb. Za vsako osebo se zabeleži, po kolikih poskusih je žebelj popolnoma zabila v deblo.
Iz teh absolutnih pogostosti (frekvenc) se za vsako ekipo izračunata aritmetična sredina in standardni odklon.
Zaradi kršenja pravil igre se pri neki določeni ekipi pri vsaki osebi naknadno prišteje en poskus.

– Navedite če, in kako se s tem za ekipo spremeni aritmetična sredina oz. standardni odklon. (R)

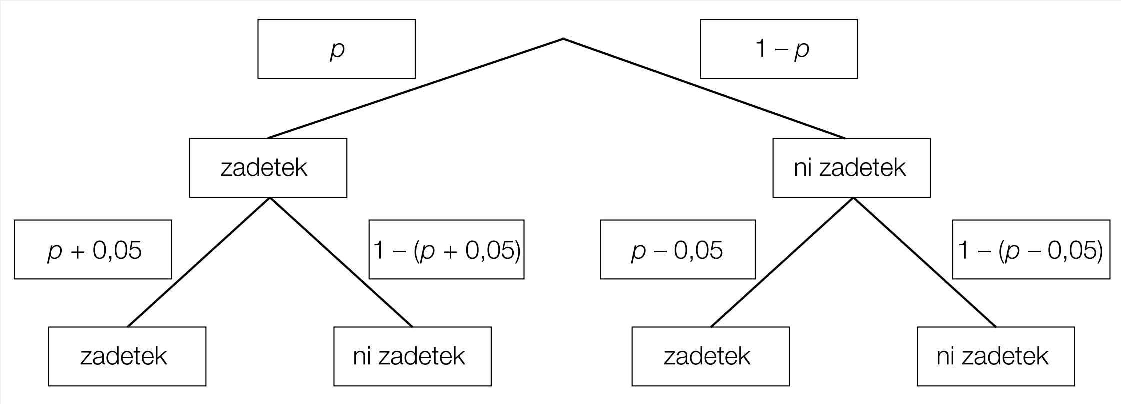
Možna pot reševanja:

(A): $x = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + (z - b - g)^2}$

(B): P(»vsaj en zadetek«) = 1 – P(»brez zadetka«) = 1 – 0,6 · 0,7 · 0,8 = 0,664

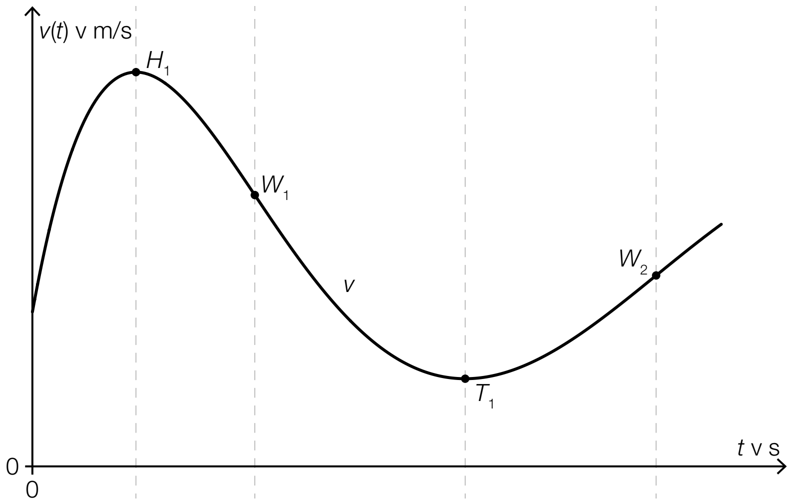
Verjetnost znaša 66,4 %.

(A):



(R): Aritmetična sredina postane za 1 večja. Standardni odklon ostane nespremenjen.

2) Neki dirkalni avtomobil pelje po dirkalni progi.
Na naslednji sliki je za en del te vožnje predstavljen diagram hitrosti v odvisnosti od časa.



H_1, T_1 ... točki ekstremov
W_1, W_2 ... točki prevojev (obračajev)

– Na podlagi gornje slike utemeljite, zakaj funkcija v ne more biti polinomska funkcije 3. stopnje. (R)

– V naslednjem koordinatnem sistemu skicirajte pripadajoči diagram pospeška v odvisnosti od časa za ta del vožnje, pri upoštevanju točk H_1, T_1, W_1 in W_2. (A)

– S pomočjo funkcije v nastavite formulo za prevoženo pot s v časovnem intervalu $[0; T]$. (A)

$s =$ ________________________________

– S križcem označite tisti izraz, ki ustrezno opisuje povprečno hitrost dirkalnega avtomobila v prvih 10 sekundah vožnje. *[1 izmed 5]* (R)

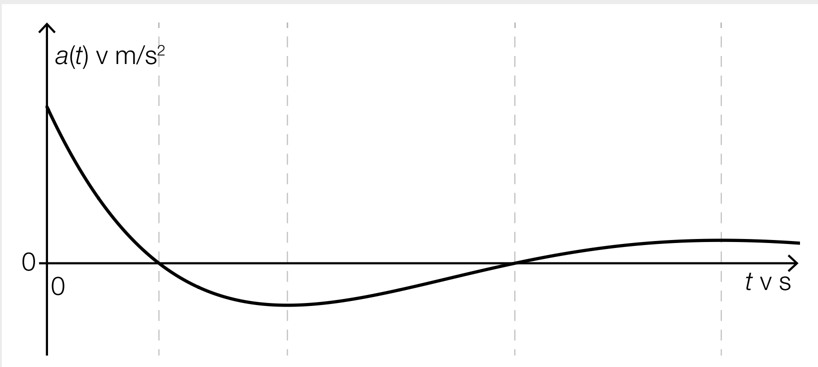
t ... čas v s
$a(t)$ ... pospešek ob času t v m/s^2
$v(t)$ ... hitrost ob času t v m/s
$s(t)$ ... prevožena pot ob času t v m

$\frac{v(10)-v(0)}{10}$	☐
$\frac{a(10)-a(0)}{10}$	☐
$\frac{v'(10)-v'(0)}{10}$	☐
$\frac{s'(10)-s'(0)}{10}$	☐
$\frac{s(10)-s(0)}{10}$	☐

<u>Možna pot reševanja</u>:

(R): Ker ima funkcija v 2 točki prevoja (obračaja) ne more biti polinomska funkcije 3. stopnje.

(A):



(A): $s=\int_0^T v(t)\,\mathrm{d}t$

(R):

$\frac{s(10)-s(0)}{10}$	☒

3) Proučevali so letne prirastke kolektorske ploskve sončnih kolektorjev v Avstriji (glej naslednjo sliko).

leto	prirastek kolektorske ploskve v vsakokratnem letu v m^2
2000	167 682
2001	169 147
2002	163 600
2003	176 820
2004	191 494
2005	243 075
2006	299 604
2007	289 681
2008	362 923
2009	364 887
2010	285 787
2011	249 240
2012	209 630
2013	181 650
2014	155 170
2015	137 740
2016	111 930

Vir podatkov: Lasinger, Dietmar (izd.): *Österreichs Wirtschaft im Überblick 2017/2018.* Dunaj: Österreichisches Gesellschafts- und Wirtschaftsmuseum 2017, str. 34.

Te prirastke je moč od 2009 do 2016 približno modelirati s kvadratno funkcijo f.

$f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

t ... čas v letih, $t = 0$ za leto 2009
$f(t)$ ... prirastek kolektorske ploskve v letu t v m^2

Pri tem sta uporabljeni vrednosti iz leta 2009 in iz leta 2016. Funkcija f naj zavzame na mestu $t = 7$ svoj minimum.

– Nastavite sistem enačb za izračun koeficientov te kvadratne funkcije. (A)

Nekdo zatrjuje: »Prirastek v letu 2008 leži za približno enako odstotkov nad tistim iz leta 2012, kot leži prirastek iz 2012 nad tistim iz 2016.«

– Računsko pokažite, da je ta trditev napačna. (B)

V časovnem obdobju od 2000 do 2016 so bili vgrajeni sončni kolektorji s ploščino skupaj okoli 3,76 km^2.
Običajno nogometno igrišče ima ploščino 7 140 m^2.

– Izračunajte kolikim nogometnim igriščem ustreza ta ploščina sončnih kolektorjev. (B)

Ugotavlja se mediana prirastkov, navedenih v zgornjem stolpčnem diagramu.

– Utemeljite, zakaj mora ta mediana ustrezati natanko eni od vrednosti iz tega stolpčnega diagrama. (R)

Možna pot reševanja:

(A): $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

$f'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

$f(0) = 364\,887$

$f(7) = 111\,930$

$f'(7) = 0$

ali:

$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 364\,887$

$a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c = 111\,930$

$2 \cdot a \cdot 7 + b = 0$

(B): $\frac{362\,923}{209\,630} = 1{,}731...$

$\frac{209\,630}{111\,930} = 1{,}872...$

Odstotne razlike znašajo okoli 73 % oz. 87 %, trditev je torej napačna.

(B): $3{,}76\ \text{km}^2 = 3\,760\,000\ \text{m}^2$

$\frac{3\,760\,000}{7\,140} = 526{,}61...$

Skupna ploskev sončnih kolektorjev ustreza okoli 526,6 nogometnim igriščem.

(R): Ker gre za liho število vrednosti, mora mediana, kot srednja vrednost (središčnica) urejenega seznama teh vrednosti, ustrezati eni od danih vrednosti.

Izvod za izpraševalce/-lke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

maj 2019

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 7
Navedbe za **izpraševalce/izpraševalke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo

Vsa navodila za izvedbo, ki zadevajo posamezne predmete, se s strani zveznega ministrstva za izobraževanje, znanost in raziskave objavljajo ločeno. Naslednja navodila naj pripomorejo k standardiziranemu postopku pri izvedbi ustnega kompenzacijskega izpita.

- Predvideni čas za izpraševanje znaša največ 25 minut, čas za pripravo pa najmanj 30 minut.
- V primeru, da se dela z računalnikom, je pred tiskanjem potrebno vsak list označiti tako, da ga je moč enolično prirediti kandidatki/kandidatu.
- Uporaba s strani *»Schulbuchaktion«* potrjenih zvezkov formul oz. zbirke formul za »SRDP« iz uporabne matematike in elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije) je dovoljena, če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnega omrežja itd.) in v elektronski pripomoček niso implementirani lastni podatki. Priročniki za uporabo elektronskih pripomočkov so dopustni v originalni tiskani obliki ali v elektronski pripomoček integrirani obliki.
- Začetek in konec časa priprave vpišite v zapisnik o izpitu.
- Po izpitu je potrebno zbrati vse izpitne dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) ne smejo postati javni.

Pojasnila za ocenjevanje

Zastavitev nalog vedno zajema 12 dejavnostnih kompetenc, ki jih je potrebno izkazati in so označene z velikimi tiskanimi črkami A (modeliranje & transfer), B (izvajanje operacij & uporaba tehnologije) ali R (interpretiranje & dokumentiranje in argumentiranje & komuniciranje).

Pri vrednotenju je relevantna samo postavljena zastavitev nalog.

Za vrednotenje kompenzacijskega izpita je treba vsako dejavnostno kompetenco, ki jo je potrebno izkazati, obravnavati kot enakovredno.

Skupno število dejavnostnih kompetenc, ki so v celoti izkazane s strani kandidatke/kandidata, daje, v skladu z naslednjim ključem vrednotenja, oceno ustnega kompenzacijskega izpita.

Ključ vrednotenja:

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ovrednotenje ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
11	»Gut« / dobro
10 9	»Befriedigend« / povoljno / zadovoljivo
8 7	»Genügend« / zadostno
6 5 4 3 2 1 0	»Nicht genügend« / nezadostno

Skupna ocena:

Ker se za skupno oceno upoštevata tako uspeh, ki ga je kandidat/-ka dosegel/-a v okviru kompenzacijskega izpita, kakor tudi rezultat pisnega izpita, se skupna ocena ne more glasiti boljše kot »Befriedigend«.

1) V nekem učnem videu je s funkcijo h približno opisana pot leta neke golf žogice nad vodoravnim terenom.

$h(x) = -0{,}00006 \cdot x^3 - 0{,}0003 \cdot x^2 + 0{,}2 \cdot x$ pri $0 \leq x \leq 55{,}28$

x ... vodoravna oddaljenost od točke udarca v m
$h(x)$ ... višina golf žogice pri oddaljenosti x, v m

– S pomočjo h sestavite enačbo, s katero je moč izračunati, na kateri oddaljenosti od točke udarca ima golf žogica višino 80 cm. (A)

– Izračunajte kot vzpona (naklonski kot) poti leta v točki udarca. (B)

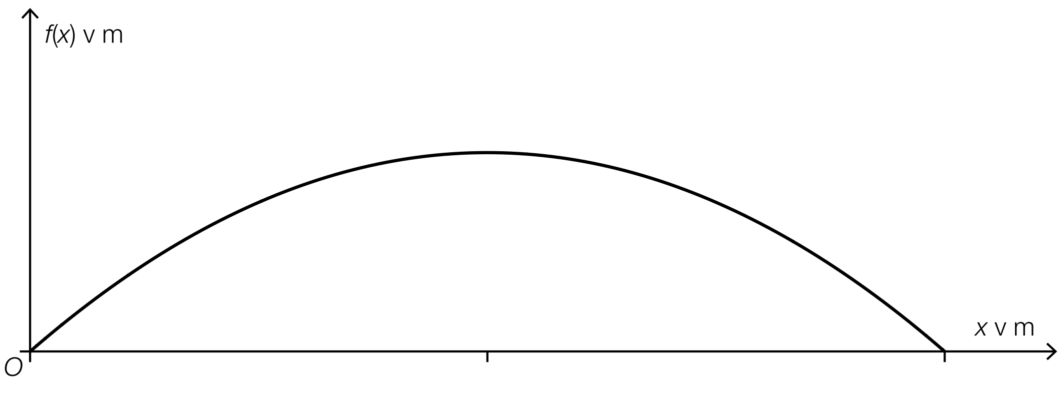
– S križcem označite pravilno izjavo. *[1 izmed 5]* (B)

Funkcija h' je povsod pozitivna.	☐
Funkcija h'' je linearna funkcija.	☐
Funkcija h'' je povsod pozitivna.	☐
Funkcija h'' je monotono naraščajoča.	☐
Funkcija h' je pozitivno ukrivljena.	☐

Martin predlaga, da bi pot leta golf žogice modelirali z grafom kvadratne funkcije f (glej naslednjo sliko):

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... vodoravna oddaljenost od točke udarca v m
$f(x)$ ... višina golf žogice pri oddaljenosti x, v m



Zatrjuje:

za parameter a velja: $a < 0$
za parameter c velja: $c > 0$

– Utemeljite, da je ena od obeh trditev pravilna in ena napačna. (R)

Možna pot reševanja:

(A): $h(x) = \frac{80}{100}$

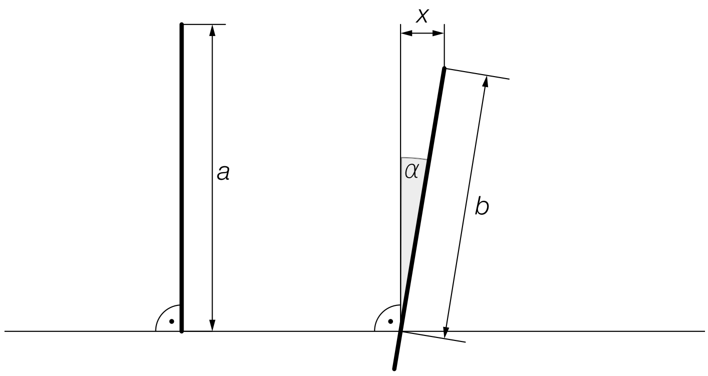
(B): $\arctan(h'(0)) = \arctan(0{,}2) = 11{,}3...°$

(B):

Funkcija h'' je linearna funkcija.	☒

(R): $a < 0$ je pravilno, ker je parabola odprta navzdol.
$c > 0$ je napačno, ker velja $c = f(0) = 0$.

2) *Millennium Tower* v San Franciscu je bil zgrajen leta 2009. Leta 2016 so ugotovili, da se je pogreznil in nagnil na stran (glej naslednjo sliko, ki ni v pravilnem merilu).



– Iz x in b sestavite formulo za izračun kota α. (A)

α = ____

– Na gornji sliki označite kot $\beta = 180° - \arccos\left(\frac{x}{b}\right)$. (R)

Izmerjene so bile naslednje vrednosti:

v letu 2009: a = 196,60 m
v letu 2016: b = 196,20 m, x = 15 cm

– Izračunajte, za koliko odstotkov je b manjši od a. (B)

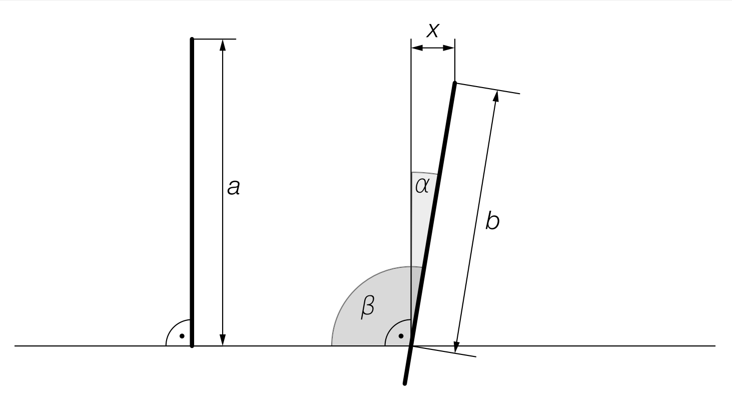
– Dopolnite manjkajočo vrednost za x. (A)

x = __________ $\cdot 10^{-2}$ m

Možna pot reševanja:

(A): $\alpha = \arcsin\left(\frac{x}{b}\right)$

(R):



(B): $\frac{196{,}20 - 196{,}60}{196{,}60} = -0{,}00203...$

b je za okoli 0,2 % manjši od *a*.

(A): $x = 15 \cdot 10^{-2}$ m

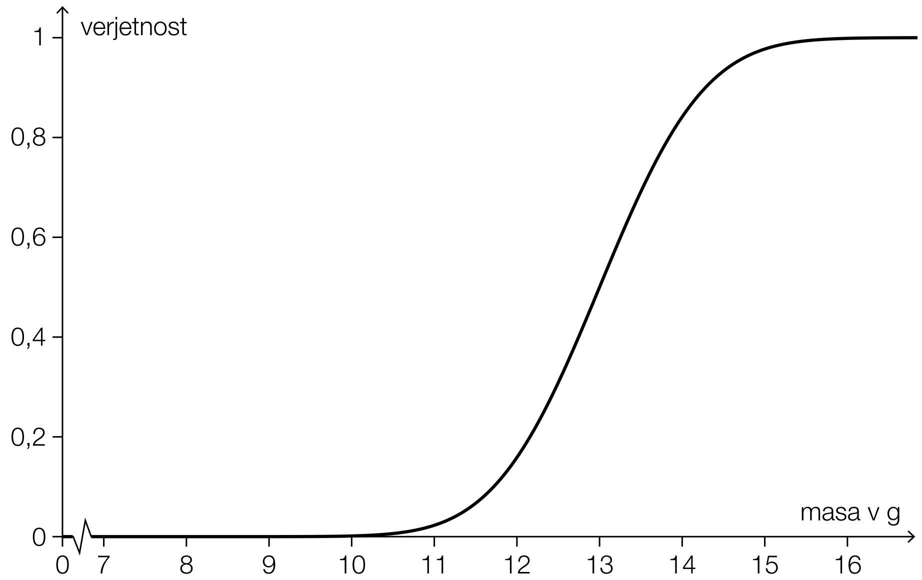
3) Neka pekarna izdeluje kekse. Masa keksov je približno normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo $\mu = 13{,}0$ g in standardnim odklonom $\sigma = 1{,}0$ g.

– Izračunajte verjetnost, da ima slučajno izbrani keks maso največ 11,5 g. (B)

– Določite tisto simetrično območje okrog pričakovane vrednosti μ, v katerem leži masa slučajno izbranega keksa z verjetnostjo 95 %. (B)

Naslednja slika prikazuje graf porazdelitvene funkcije mase keksov.

– Na tej sliki ponazorite verjetnost, da leži masa slučajno izbranega keksa med 12 g in 14 g. (A)



Glede na izkušnje znaša za vsak keks verjetnost, da med izdelavo poči, konstantno p.

– V dani vsebinski povezavi opišite dogodek E, čigar verjetnost je moč izračunati kot sledi:
$P(E) = 1 - (1 - p)^{10}$ (R)

Možna pot reševanja:

(B): X ... masa enega keksa v g

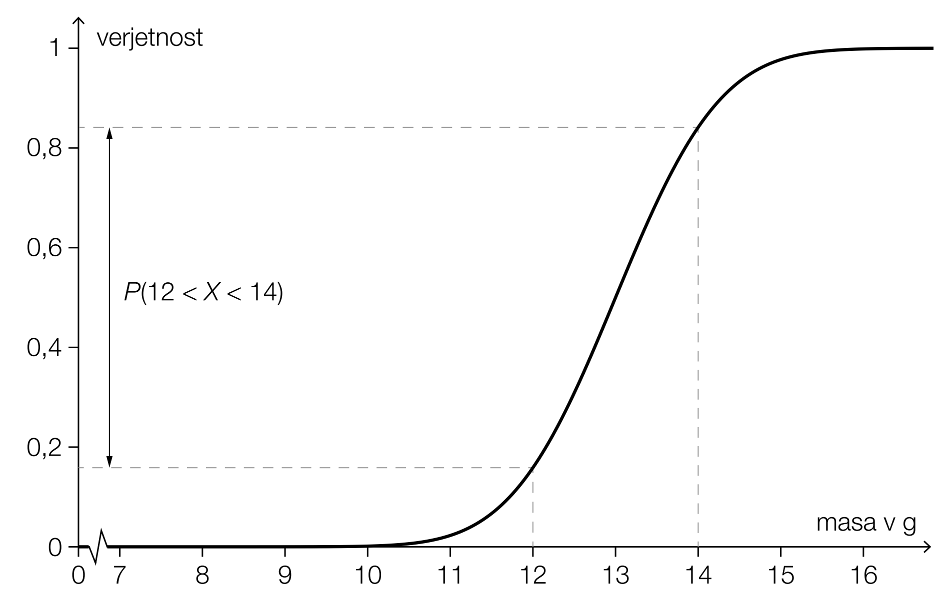
Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:
$P(X \leq 11{,}5) = 0{,}0668...$

Verjetnost znaša okoli 6,7 %.

(B): $P(13 - a \leq X \leq 13 + a) = 0{,}95$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije: [11,04... g; 14,95... g]

(A):



(R): E ... med 10 slučajno izbranimi keksi je vsaj en keks zlomljen.

Izvod za izpraševalce/-lke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

oktober 2019

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedbe za **izpraševalce/izpraševalke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo

Vsa navodila za izvedbo, ki zadevajo posamezne predmete, se s strani zveznega ministrstva za izobraževanje, znanost in raziskave objavljajo ločeno. Naslednja navodila naj pripomorejo k standardiziranemu postopku pri izvedbi ustnega kompenzacijskega izpita.

- Predvideni čas za izpraševanje znaša največ 25 minut, čas za pripravo pa najmanj 30 minut.
- V primeru, da se dela z računalnikom, je pred tiskanjem potrebno vsak list označiti tako, da ga je moč enolično prirediti kandidatki/kandidatu.
- Uporaba s strani *»Schulbuchaktion«* potrjenih zvezkov formul oz. zbirke formul za »SRDP« iz uporabne matematike in elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije) je dovoljena, če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnega omrežja itd.) in v elektronski pripomoček niso implementirani lastni podatki. Priročniki za uporabo elektronskih pripomočkov so dopustni v originalni tiskani obliki ali v elektronski pripomoček integrirani obliki.
- Začetek in konec časa priprave vpišite v zapisnik o izpitu.
- Po izpitu je potrebno zbrati vse izpitne dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) ne smejo postati javni.

Pojasnila za ocenjevanje

Zastavitev nalog vedno zajema 12 dejavnostnih kompetenc, ki jih je potrebno izkazati in so označene z velikimi tiskanimi črkami A (modeliranje & transfer), B (izvajanje operacij & uporaba tehnologije) ali R (interpretiranje & dokumentiranje in argumentiranje & komuniciranje).

Pri vrednotenju je relevantna samo postavljena zastavitev nalog.

Za vrednotenje kompenzacijskega izpita je treba vsako dejavnostno kompetenco, ki jo je potrebno izkazati, obravnavati kot enakovredno.

Skupno število dejavnostnih kompetenc, ki so v celoti izkazane s strani kandidatke/kandidata, daje, v skladu z naslednjim ključem vrednotenja, oceno ustnega kompenzacijskega izpita.

Ključ vrednotenja:

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ovrednotenje ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
11	»Gut« / dobro
10 9	»Befriedigend« / povoljno / zadovoljivo
8 7	»Genügend« / zadostno
6 5 4 3 2 1 0	»Nicht genügend« / nezadostno

Skupna ocena:

Ker se za skupno oceno upoštevata tako uspeh, ki ga je kandidat/-ka dosegel/-a v okviru kompenzacijskega izpita, kakor tudi rezultat pisnega izpita, se skupna ocena ne more glasiti boljše kot »Befriedigend«.

1) Ob začetku leta 2016 je bila povprečna bruto najemnina za stanovanja v Avstriji za 14,3 % višja kot ob začetku leta 2012. Modelno izhajamo iz eksponentne rasti povprečne bruto najemnine.

– Ugotovite, po kolikih letih se po tem modelu povprečna bruto najemnina podvoji. (B)

V nekem drugem modelu se izhaja iz tega, da je časovni razvoj povprečne bruto najemnine v Avstriji od začetka leta 2017 moč približno opisati s funkcijo f:

$f(t) = 8{,}4 - e^{-0{,}91 \cdot t}$

t ... čas v letih od začetka leta 2017, $t = 0$ za začetek leta 2017
$f(t)$ ... povprečna bruto najemnina na m² ob času t, v €/m²

– Izračunajte, za koliko €/m² je po tem modelu povprečna bruto najemnina na m² narasla od leta 2017 do leta 2018. (B)

– Nastavite funkcijsko enačbo 1. odvoda funkcije f. (A)

Povprečna bruto najemnina na m² le v letu 2017 znašala širom Avstrije pri 7,40 €/m².
V Salzburgu je znašala 9 €/m².

– Interpretirajte rezultat naslednjega izračuna v dani vsebinski povezavi.

$\frac{9}{7{,}4} - 1 = 0{,}2162... \approx 21{,}6\ \%$ (R)

<u>Možna pot reševanja:</u>

(B): $\left(\sqrt[4]{1{,}143}\right)^t = 2$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:
$t = 20{,}7...$

Po tem modelu se povprečna bruto najemnina podvoji po približno 21 letih.

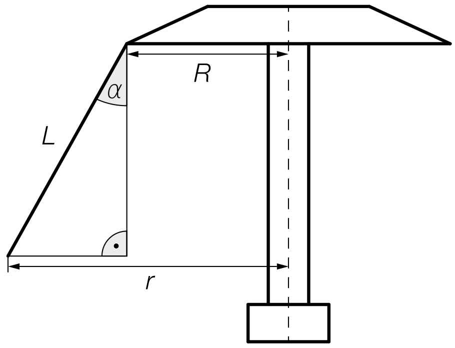
(B): $f(1) - f(0) = 0{,}597...$

Povprečna bruto najemnina na m² je narasla za okoli 0,60 €/m².

(A): $f'(t) = 0{,}91 \cdot e^{-0{,}91 \cdot t}$

(R): V Salzburgu je bila povprečna bruto najemnina na m² za okoli 21,6 % višja kot povprečna bruto najemnina na m² širom Avstrije.

2) Na nekem letnem sejmu stoji vrtiljak (glej naslednjo skico, ki ni v pravilnem merilu).



Vir slike: Andreas Praefcke – own work, CC BY 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kettenkarussell_Wuppertal_2005.jpg [20.02.2019].

– Iz L, R in α sestavite formulo za izračun r. (A)

$r =$ ____

Zaradi gibanja vrtiljaka deluje na potnika sila, ki jo je moč opisati z naslednjo formulo:

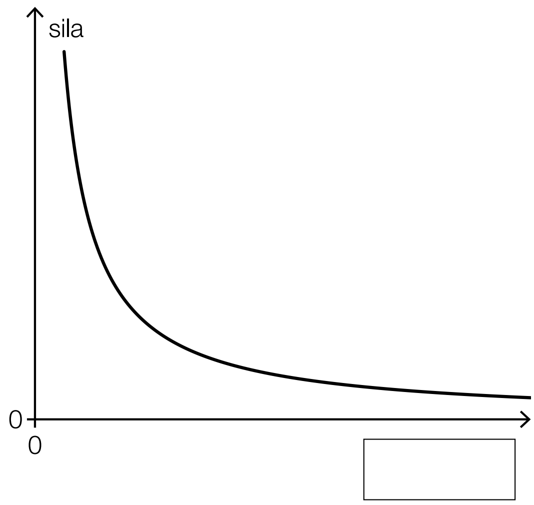
$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$

F ... sila, ki deluje na potnika
m ... masa potnika
v ... hitrost potnika
r ... polmer krožnice

Sila F je torej odvisna od količin: mase m, hitrosti v in polmera r.

V nadaljevanju predstavljeni graf predstavlja silo F v odvisnosti od ene izmed teh količin, pri čemer sta obe drugi količini privzeti kot konstantni.

– Vnesite ustrezno količino v za to predvideni okvirček. Utemeljite svojo odločitev. (R)



Pri vrtenju nekega kolesa sreče je moč zadeti brezplačne vozovnice za vrtiljak. Pri vsakem vrtenju kolesa sreče zadenemo brezplačno vozovnico z verjetnostjo 30 %.
Kolo sreče se zavrti 10 krat zapored.

– Izračunajte verjetnost, da se pri tem zadenejo natanko 3 brezplačne vstopnice. (B)

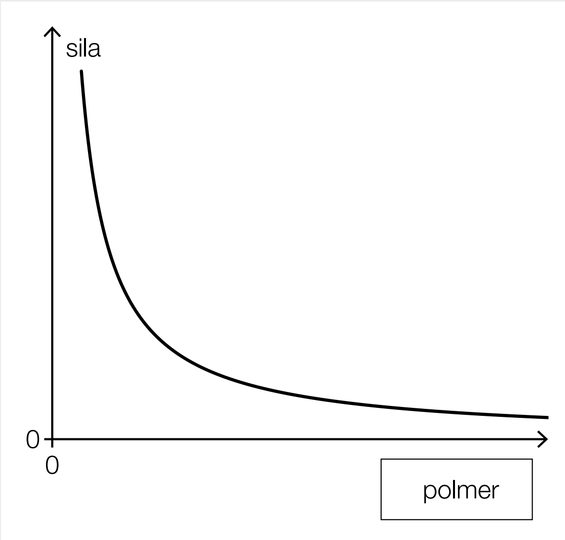
Laura in Selina zavrtita kolo sreče, vsaka po enkrat.

– V dani vsebinski povezavi opišite dogodek E, čigar verjetnost je moč izračunati z naslednjim izrazom.
$P(E) = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3$ (R)

<u>Možna pot reševanja:</u>

(A): $r = L \cdot \sin(\alpha) + R$

(R):



Gre za polmer r, ker je na sliki predstavljen graf potenčne funkcije f oblike $f(x) = \frac{c}{x}$.
c ... konstanta

(B): Binomska porazdelitev $n = 10$ in $p = 0{,}3$

X ... število zadetih brezplačnih vozovnic

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:
$P(X = 3) = 0{,}2668...$
Verjetnost znaša okoli 26,7 %.

(R): E ... (natanko) ena od obeh zadene brezplačno vozovnico

3) V naslednji preglednici je predstavljen razvoj rodovitne vinorodne površine na Gradiščanskem *(Burgenland)*.

začetek leta ...	rodovitna vinorodna površina v hektarjih (ha)
2000	14124
2005	13812
2010	13201
2015	11585

Razvoj rodovitne vinorodne površine opišimo v odvisnosti od časa t. Za preprosti model naj bo, zgolj ob uporabi podatkov iz let 2000 in 2015, sestavljena linearna funkcija f.

– Nastavite funkcijsko enačbo za f. Izberite $t = 0$ za začetek leta 2000. (A)

– Opišite, kaj se v dani vsebinski povezavi izračuna z naslednjim izrazom.

$\frac{1}{16} \cdot \sum_{t=0}^{15} f(t)$ (R)

– Izračunajte za koliko odstotkov se je rodovitna vinorodna površina zmanjšala do leta 2010, izhajajoč iz leta 2005. (B)

– Pokažite da, za vsako linearno funkcijo f pri $f(x) = k \cdot x + d$ in za poljubno število $a \in \mathbb{R}$, velja:

$\frac{f(-a) + f(a)}{2} = d$ (R)

<u>Možna pot reševanja:</u>

(A): $f(t) = k \cdot t + d$

$$k = \frac{11585 - 14124}{15} = -\frac{2539}{15} = -169{,}26...$$

$$f(t) = -\frac{2539}{15} \cdot t + 14124$$

(R): S tem se, v skladu z modelom, izračuna aritmetična sredina rodovitne vinorodne površine v letih od 2000 do 2015.

(B): $\frac{13201 - 13812}{13812} = -0{,}0442...$

Rodovitna vinorodna površina se je zmanjšala za okoli 4,4 %.

(R): $\frac{k \cdot (-a) + d + k \cdot a + d}{2} = \frac{2 \cdot d}{2} = d$

Izvod za izpraševalce/-lke

Kompenzacijski izpit
k standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu in diplomskemu izpitu oz.
standardiziranemu, kompetenčno usmerjenemu
pisnemu poklicnemu zrelostnemu izpitu

januar 2020

Uporabna matematika (BHS)
Poklicni zrelostni izpit matematika

Kompenzacijski izpit 1
Navedbe za **izpraševalce/izpraševalke**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za standardizirano izvedbo

Vsa navodila za izvedbo, ki zadevajo posamezne predmete, se s strani zveznega ministrstva za izobraževanje, znanost in raziskave objavljajo ločeno. Naslednja navodila naj pripomorejo k standardiziranemu postopku pri izvedbi ustnega kompenzacijskega izpita.

– Predvideni čas za izpraševanje znaša največ 25 minut, čas za pripravo pa najmanj 30 minut.
– V primeru, da se dela z računalnikom, je pred tiskanjem potrebno vsak list označiti tako, da ga je moč enolično prirediti kandidatki/kandidatu.
– Uporaba s strani »*Schulbuchaktion*« potrjenih zvezkov formul oz. zbirke formul za »SRDP« iz uporabne matematike in elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije) je dovoljena, če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnega omrežja itd.) in v elektronski pripomoček niso implementirani lastni podatki. Priročniki za uporabo elektronskih pripomočkov so dopustni v originalni tiskani obliki ali v elektronski pripomoček integrirani obliki.
– Začetek in konec časa priprave vpišite v zapisnik o izpitu.
– Po izpitu je potrebno zbrati vse izpitne dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) ne smejo postati javni.

Pojasnila za ocenjevanje

Zastavitev nalog vedno zajema 12 dejavnostnih kompetenc, ki jih je potrebno izkazati in so označene z velikimi tiskanimi črkami A (modeliranje & transfer), B (izvajanje operacij & uporaba tehnologije) ali R (interpretiranje & dokumentiranje in argumentiranje & komuniciranje).

Pri vrednotenju je relevantna samo postavljena zastavitev nalog.

Za vrednotenje kompenzacijskega izpita je treba vsako dejavnostno kompetenco, ki jo je potrebno izkazati, obravnavati kot enakovredno.

Skupno število dejavnostnih kompetenc, ki so v celoti izkazane s strani kandidatke / kandidata, daje, v skladu z naslednjim ključem vrednotenja, oceno ustnega kompenzacijskega izpita.

Ključ vrednotenja:

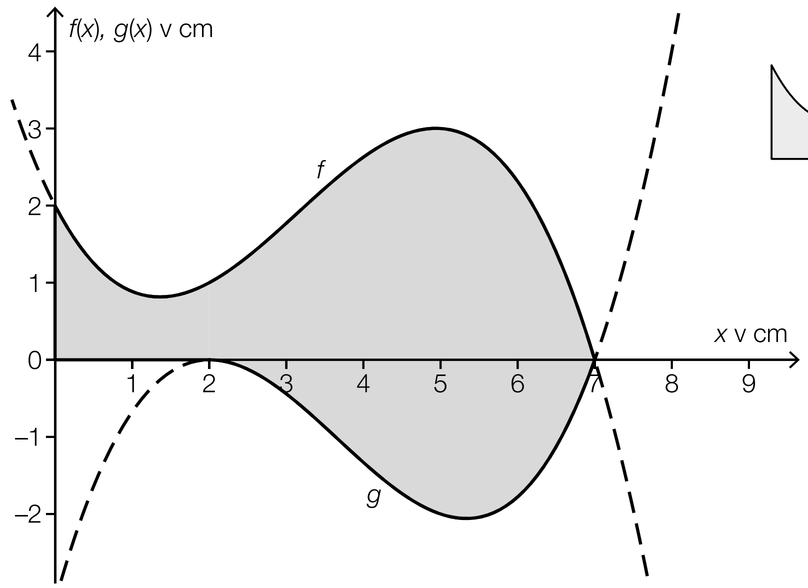
Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ovrednotenje ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
11	»Gut« / dobro
10 9	»Befriedigend« / povoljno / zadovoljivo
8 7	»Genügend« / zadostno
6 5 4 3 2 1 0	»Nicht genügend« / nezadostno

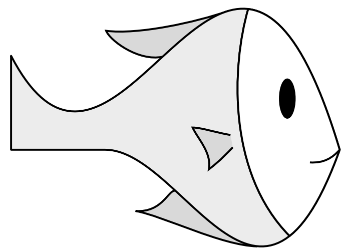
Skupna ocena:

Ker se za skupno oceno upoštevata tako uspeh, ki ga je kandidat/-ka dosegel/-a v okviru kompenzacijskega izpita, kakor tudi rezultat pisnega izpita, se skupna ocena ne more glasiti boljše kot »Befriedigend«.

1) Neki izdelovalec igrač proizvaja ribice iz penaste gume za kopalno kad.

Graf polinomskih funkcij *f* (na intervalu [0; 7]) in *g* (na intervalu [2; 7]), kakor tudi del vodoravne osi in del navpične osi, opisujejo črto obrisa ene ribice iz penaste gume (glej naslednjo sliko).





– S pomočjo *f* in *g* sestavite formulo za izračun ploščine sivo označene ploskve *A*. (A)

A = ____

Funkcija *g* je polinomska funkcija 3. stopnje. Graf funkcije *g* poteka skozi točki $A = (5|-2)$ in $B = (7|0)$ kakor tudi skozi maksimum $H = (2|0)$.

– S pomočjo teh informacij sestavite sistem enačb za izračun koeficientov funkcije *g*. (A)

Za funkcijo *g* velja:

$$g(x) = \frac{1}{9} \cdot x^3 - \frac{11}{9} \cdot x^2 + \frac{32}{9} \cdot x - \frac{28}{9}$$

– Določite koordiati minimuma funkcije *g*. (B)

– Pojasnite, po čem je na podlagi gornje slike moč spoznati, da je polinomska funkcija *f* najmanj 3. stopnje. (R)

<u>Možna pot reševanja:</u>

(A): $A = \int_0^7 f(x)\,\mathrm{d}x + \left|\int_2^7 g(x)\,\mathrm{d}x\right|$

(A): $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$g'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$g(5) = -2$
$g(7) = 0$
$g(2) = 0$
$g'(2) = 0$

ali:

$a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = -2$
$a \cdot 7^3 + b \cdot 7^2 + c \cdot 7 + d = 0$
$a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 0$
$3 \cdot a \cdot 2^2 + 2 \cdot b \cdot 2 + c = 0$

(B): $g'(x) = 0$ *ali* $\frac{1}{3} \cdot x^2 - \frac{22}{9} \cdot x + \frac{32}{9} = 0$

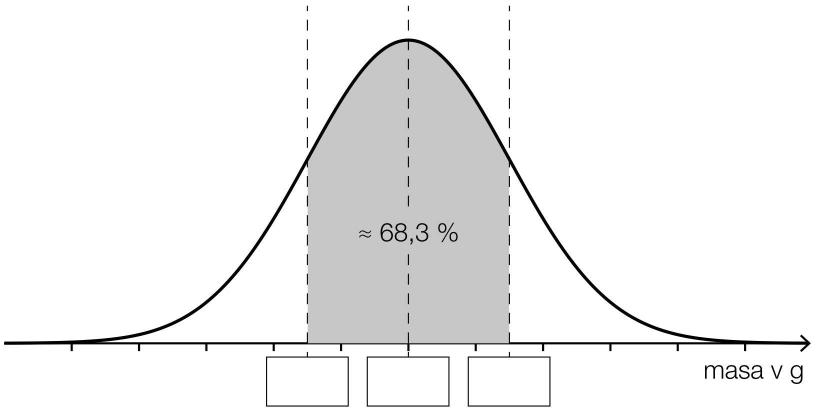
Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:
$(x_1 = 2)$
$x_2 = \frac{16}{3}$
$g\left(\frac{16}{3}\right) = -2{,}05...$

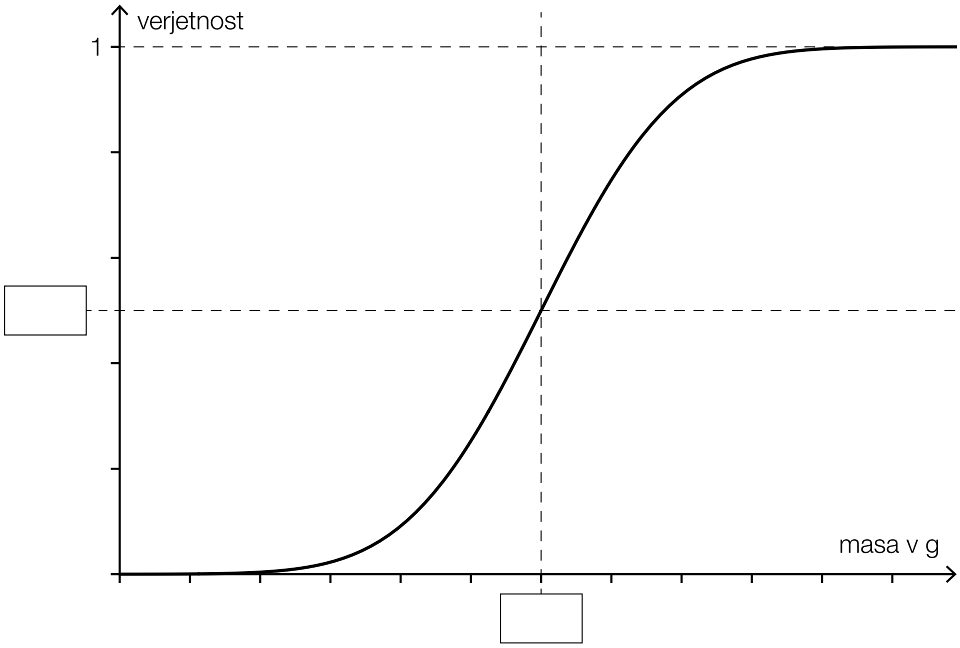
(R): Polinomska funkcija *f* mora biti najmanj 3. stopnje, ker ima v predstavljenem območju en prevoj (obračaj).

2) Masa nekih pakiranj riža neke določene vrste je približno normalno porazdeljena s pričakovano vrednostjo $\mu = 1\,000$ g in standardnim odklonom $\sigma = 15$ g.

Na naslednjih dveh slikah sta predstavljena graf pripadajoče funkcije gostote verjetnosti f in graf porazdelitvene funkcije F.

– Vnesite ustrezna števila v za to predvidene okvirčke. (A)





– Izračunajte verjetnost, da ima slučajno izbrano pakiranje riža te vrste maso manj kot 980 g. (B)

– V dani vsebinski povezavi opišite dogodek E, čigar verjetnost je moč izračunati z naslednjim izrazom.

$P(E) = 1 - \int_{990}^{1010} f(x)\,\mathrm{d}x$ (R)

– S križcem označite napačno izjavo. *[1 izmed 5]* (R)

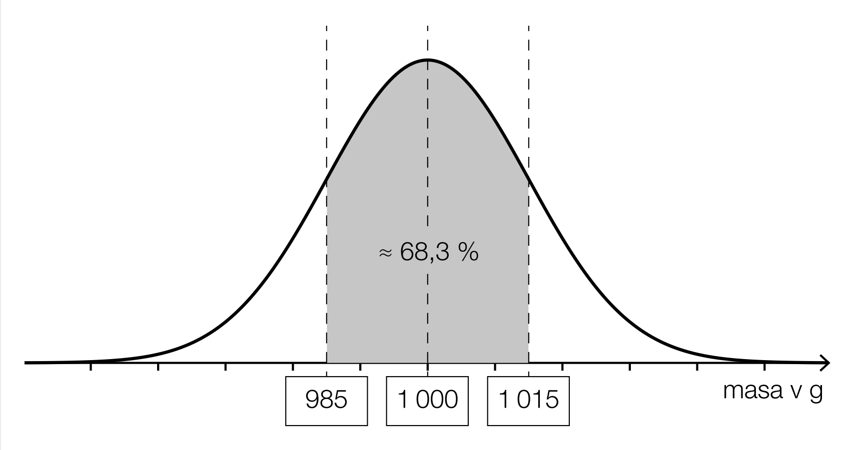
Uporabljene so naslednje oznake:

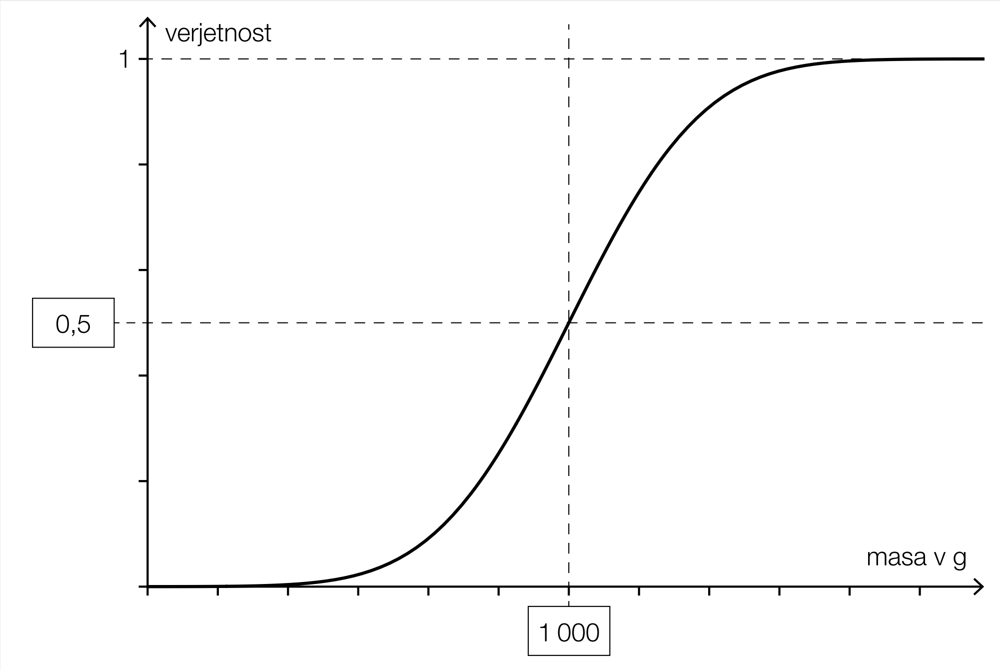
f ... funkcija gostote verjetnosti normalne porazdelitve
F ... pripadajoča porazdelitvena funkcija normalne porazdelitve

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$	☐
Enačba $f''(x) = 0$ ima dve različni rešitvi.	☐
Z naraščajočim x se $F(x)$ približuje vrednosti 1.	☐
$F(\mu + \sigma) = F(\mu - \sigma)$	☐
$\int_{-\infty}^{\mu} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\mu}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐

Možna pot reševanja:

(A):





(B): X ... masa enega pakiranja riža v g

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:
$P(X < 980) = 0{,}0912...$

Verjetnost znaša okoli 9,1 %.

(R): Računa se verjetnost, da masa enega pakiranja riža odstopa za več kot 10 g od pričakovane vrednosti.

ali:

Računa se verjetnost, da znaša masa enega pakiranja riža manj kot 990 g ali več kot 1 010 g.

(R):

$F(\mu + \sigma) = F(\mu - \sigma)$	☒

3) Ob začetku leta 2017 je znašala zaloga lesa v avstrijskih gozdovih 1 135 milijonov kubičnih metrov lesa. Čeprav se les letno seka, se zaloga lesa v vsakem letu poveča za 13 milijonov kubičnih metrov.

Naj bo zaloga lesa v avstrijskih gozdovih, v odvisnosti od časa t, opisana s pomočjo neke funkcije f.

– Nastavite funkcijsko enačbo za f. Izberite $t = 0$ za začetek leta 2017. (A)

– Opišite, kaj se v dani vsebinski povezavi izračuna z naslednjim izrazom.
$f(8) - f(3)$ (R)

Avstrijska industrija zahteva, da bi letni posek 17 milijonov kubičnih metrov povečali na 22 milijonov kubičnih metrov.

– Izračunate, za koliko odstotkov bi avstrijska industrija želela povečati letni posek. (B)

– V dani vsebinski povezavi interpretirajte pomen naslednje funkcije h.
$h(t) = f(t) - 5 \cdot t$ (R)

<u>Možna pot reševanja:</u>

(A): $f(t) = 1\,135 + 13 \cdot t$

t ... čas v letih, $t = 0$ za začetek leta 2017
$f(t)$ ... zaloga lesa ob času t v milijonih kubičnih metrov

(R): Izračuna se (absolutno) povečanje zaloge lesa od začetka leta 2020 do začetka leta 2025, v skladu z gornjim modelom.

(B): $\frac{22 - 17}{17} = 0{,}2941...$

Avstrijska industrija želi letni posek povečati za okoli 29,4 %.

(R): Funkcija h opisuje kako bi se razvijala zaloga lesa v Avstriji, v odvisnosti od časa, če bi izpolnili zahtevo industrije.