Ime:	
Razred:	

Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

7. maj 2024

Matematika

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge 1. dela in naloge 2. dela (sestavljene iz delnih nalog). Naloge oz. delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno. Na razpolago imate *270 minut* delovnega časa.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovni papir, ki vam je dan na razpolago. Vaše ime in Vaš razred vpišite v za to predvideni polji na naslovnici zvezka z nalogami, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni list delovnega papirja. Pri odgovarjanju vsakega navodila za delo, na delovni papir navedite njegovo oznako (npr.: 25a1).

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno nalogo potrjena s strani pristojnega člana vlade.

Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računala ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je na vpogled v izpitnem prostoru.

Smernice za reševanje

- Rešitve morajo biti kot le-te na vsak način nedvoumno razpoznavne.
- Rešitve morajo biti na vsak način navedene s pripadajočimi enotami, če je to eksplicitno zahtevano v navodilu za delo.

Pri odprtih formatih odgovorov ima pri dodeljevanju točk prednost dokazilo vsakokratne osnovne kompetence. Za obdelavo odprtih formatov odgovorov se priporoča:

- pot reševanja, tudi v primeru uporabe tehnologije, dokumentirati jasno,
- spremenljivke, ki jih izberete sami, pojasniti in po potrebi navesti s pripadajočimi enotami,
- izogibati se prezgodnjemu zaokroževanju,
- označiti diagrame ali skice.

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v želeni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor »5 + 5 = 9« in nato spremenjen na »2 + 2 = 4«.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite želeni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor »2 + 2 = 4« najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Ključ vrednotenja

dosežene točke	ocena
32–36 točk	Sehr gut – *prav dobro*
27–31,5 točk	Gut – *dobro*
22–26,5 točk	Befriedigend – *povoljno*
17–21,5 točk	Genügend – *zadostno*
0–16,5 točk	Nicht genügend – *nezadostno*

Best-of-vrednotenje: Za naloge 26, 27 in 28 velja Best-of-vrednotenje. Izmed teh treh nalog 2. dela, se tista naloga, pri kateri je bilo doseženo najnižje število točk, ne vrednoti.

Veliko uspeha!

Naloga 1

Primerjava dveh množic

Množica $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 8\}$ je podmnožica množice naravnih števil in množica $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 8\}$ je podmnožica množice racionalnih števil.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezajoči izjavi. *[2 izmed 5]*

Obe množici *A* in *B* vsebujeta racionalna števila.	☐
Množica *B* je podmnožica množice *A*.	☐
Množici *A* in *B* vsebujeta enako število števil.	☐
Množica *A* vsebuje natanko 6 števil, ki so vsebovana tudi v množici *B*.	☐
Obe množici *A* in *B* vsebujeta števila, ki so večja od 7.	☐

[0/1 t.]

Naloga 2

Jabolka in marelice

Neki določeni prodajalec sadja prodaja jabolka in marelice.
Cena za 1 kg jabolk znaša *a* evrov, cena za 1 kg marelic pa znaša *m* evrov ($a, m \in \mathbb{R}^+$).

Velja:

- 1 kg marelic stane za 80 % več kot 1 kg jabolk.
- 1 kg marelic stane za 1,40 evrov več kot 1 kg jabolk.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezajoči enačbi. *[2 izmed 5]*

$a \cdot 0{,}8 = m$	☐
$a + 1{,}8 = m$	☐
$a = m - 1{,}4$	☐
$a = \frac{m}{1{,}4}$	☐
$\frac{m}{a} = 1{,}8$	☐

[0/1 t.]

Naloga 3

Sistem enačb

Dan je sistem enačb za x in y pri $a, c \in \mathbb{R}$.

I: $2 \cdot x - y = 3$
II: $a \cdot x + 2 \cdot y = c$

Ta sistem enačb nima rešitve.

Zastavitev naloge:

Navedite vsakič po eno vrednost za a in c.

a = __________

c = __________

[0/1 t.]

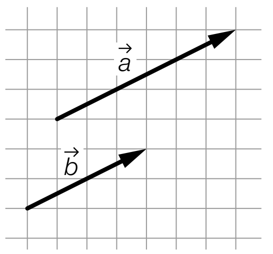
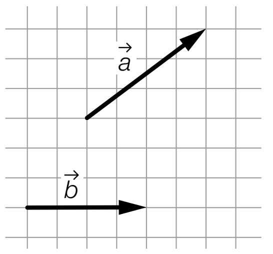
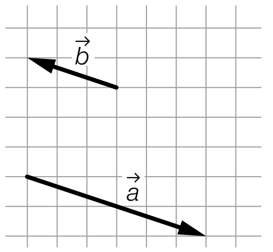
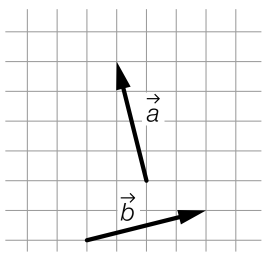
Naloga 4

Vektorji

Dana sta dva vektorja $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$.

Zastavitev naloge:

Štirim slikam priredite vsakič tisto izjavo izmed A do F, ki ustreza predstavljenima vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

	☐
	☐
	☐
	☐

A	$(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$
B	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
C	$\vec{b} = \frac{3}{2} \cdot \vec{a}$
D	$\vec{a} = -2 \cdot \vec{b}$
E	$(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$
F	$\vec{b} = \frac{2}{3} \cdot \vec{a}$

[0/½/1 t.]

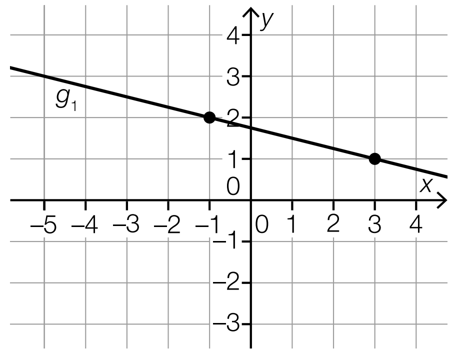
Naloga 5

Parametrična predstavitev premice

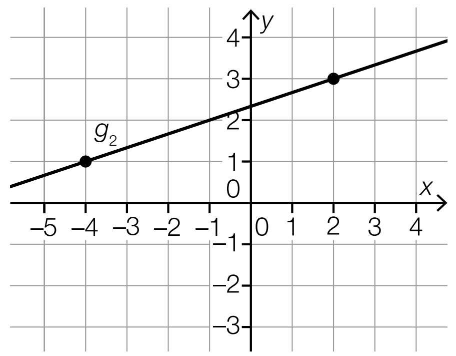
Spodaj je grafično predstavljenih šest premic $g_1, g_2, \ldots, g_6$. Označene točke na premicah imajo celoštevilske koordinate.

Zastavitev naloge:

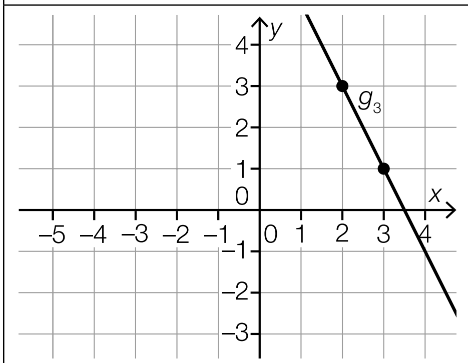
S križcem označite predstavitev tiste premice, ki ima parametrično predstavitev v obliki $X = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ pri $t \in \mathbb{R}$ in $a_1, a_2 \in \mathbb{Z}$. *[1 izmed 6]*



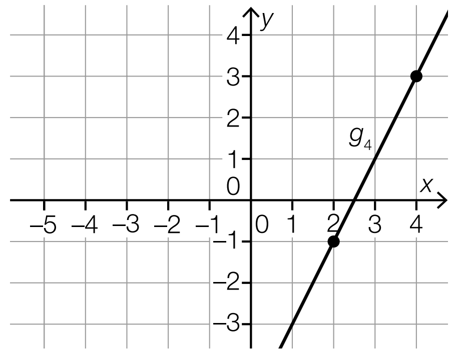
☐



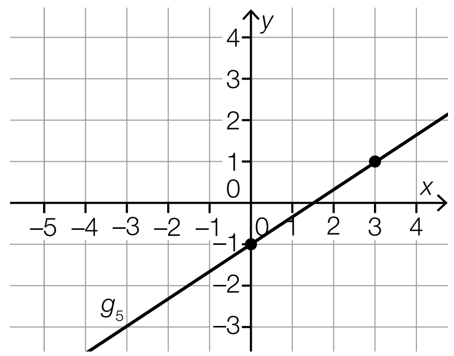
☐



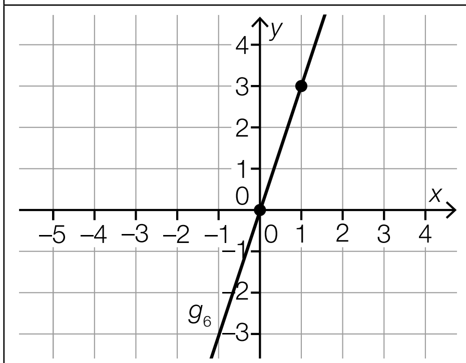
☐



☐



☐



☐

[0/1 t.]

Naloga 6

Enotski krog

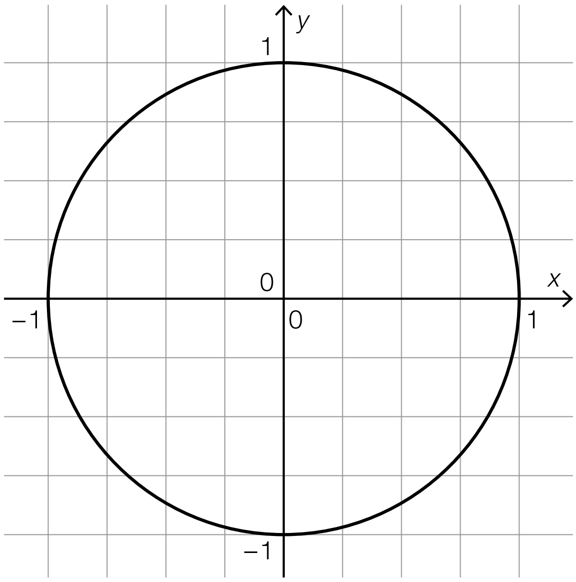
Za kot $\alpha \in [0°; 360°)$ velja:

$\sin(\alpha) = -0{,}5$ in $\cos(\alpha) < 0$

V spodnjem koordinatnem sistemu je predstavljen enotski krog.

Zastavitev naloge:

V ta koordinatni sistem vrišite točko $P = (\cos(\alpha) \mid \sin(\alpha))$.



[0/1 t.]

Naloga 7

Pospešek

Neko telo se v časovnem intervalu [0; 5] giblje premočrtno s konstantnim pospeškom in pride v časovnem trenutku $t = 5$ do mirovanja.

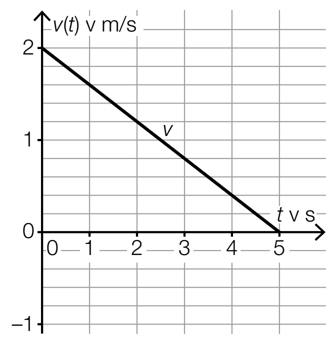
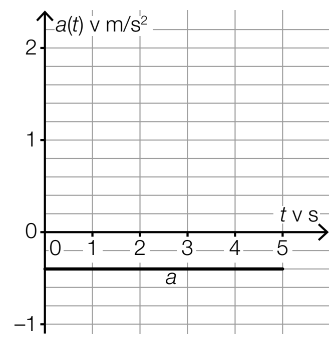
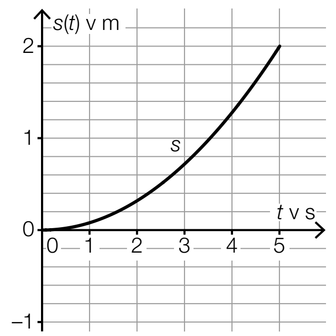
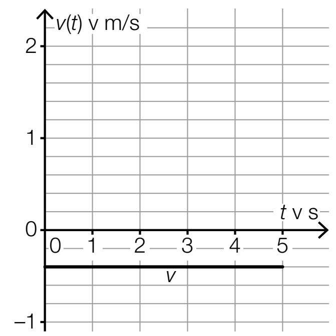
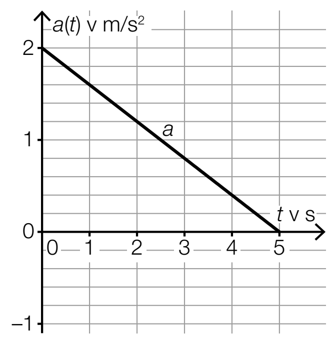
Za pospešek velja: $a(t) = -0{,}4$

t ... čas v s
$a(t)$ ... pospešek v časovnem trenutku t v m/s^2
$v(t)$ ... hitrost v časovnem trenutku t v m/s
$s(t)$ ... opravljena pot v časovnem trenutku t v m

Na dveh spodnjih slikah je gibanje predmeta pravilno predstavljeno.

Zastavitev naloge:

S križcem označite obe ustrezni sliki. *[2 izmed 5]*

	☐			☐
	☐			☐
	☐			

[0/1 t.]

Naloga 8

Dirkalno kolo

V priročniku za neko dirkalno kolo so navedene naslednje vrednosti:

število obratov gonilnika na minuto	hitrost v km/h
60	28,8
85	40,8

Hitrost, v odvisnosti od števila obratov gonilnika, je moč modelirati z linearno funkcijo v.

x ... število obratov gonilnika na minuto
$v(x)$ ... hitrost pri x obratih gonilnika na minuto v km/h

Zastavitev naloge:

Nastavite enačbo funkcije v.

$v(x) =$ ____

[0/1 t.]

Naloga 9

Potenčna funkcija

Dana je potenčna funkcija $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ pri $f(x) = a \cdot x^z$ pri $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ in $z \in \mathbb{Z}$.

Velja:

- Če podvojimo vrednost argumenta x, se pripadajoča funkcijska vrednost zmanjša na četrtino izvorne funkcijske vrednosti.
- Točka $(2|2)$ leži na grafu funkcije f.

Zastavitev naloge:

Navedite vrednosti za a in z.

z = __________

a = __________

[0/1 t.]

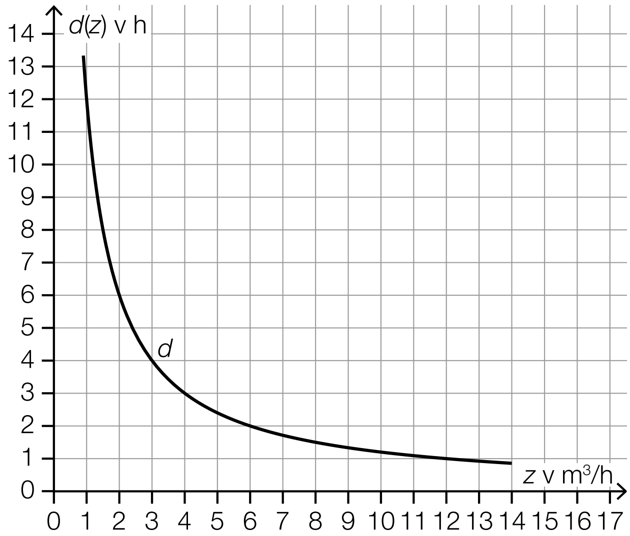
Naloga 10

Polnjenje bazena

Prazni bazen popolnoma napolnimo z vodo.

Funkcija $d\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ opisuje trajanje polnjenja v odvisnosti od stopnje dotoka z (z v m^3/h, $d(z)$ v h).

Naslednja slika prikazuje graf funkcije d.



Zastavitev naloge:

Navedite prostornino bazena V.

V = ____________________ m^3

[0/1 t.]

Naloga 11

Razpolovni čas

Maso neke radioaktivne substance je v odvisnosti od časa t moč opisati z eksponentno funkcijo. Pri tem velja:

$N(t) = N_0 \cdot e^{-k \cdot t}$

$N(t)$ ... obstoječa masa radioaktivne substance v časovnem trenutku t
N_0 ... obstoječa masa radioaktivne substance v časovnem trenutku $t = 0$
$k \in \mathbb{R}^+$ ... razpadna konstanta

S τ je označen razpolovni čas te radioaktivne substance.
S t^* je označen neki poljubni časovni trenutek.
Velja $t^* \neq \tau$ in $t^* > 0$

Zastavitev naloge:

S križcem označite izraz, ki je ekvivalenten $N(t^* + \tau)$. *[1 izmed 6]*

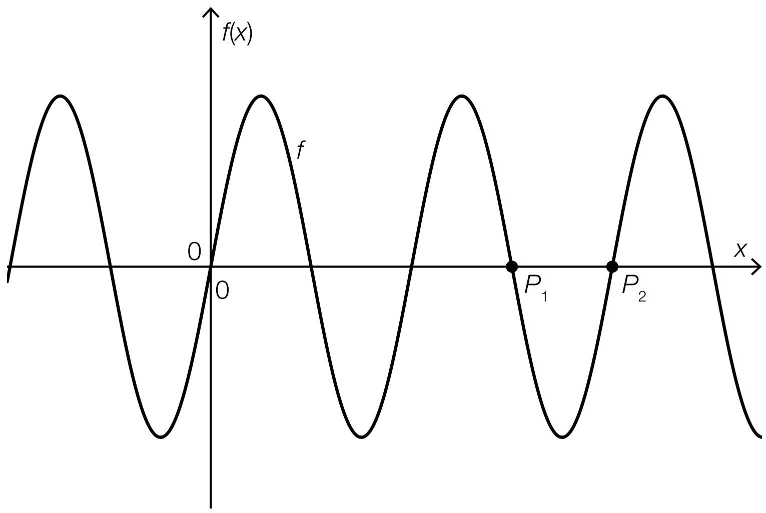
$2 \cdot N_0$	☐
$N(\tau)$	☐
$N\left(\frac{1}{2} \cdot t^*\right)$	☐
$2 \cdot N(\tau)$	☐
$N(2 \cdot t^*)$	☐
$\frac{1}{2} \cdot N(t^*)$	☐

[0/1 t.]

Naloga 12

Sinusna funkcija

Naslednja slika prikazuje graf funkcije f pri $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ pri $a, b \in \mathbb{R}^+$.



Točki $P_1 = (x_1|0)$ in $P_2 = (x_2|0)$ pri $x_1 = \frac{3 \cdot \pi}{4}$ in $x_2 = \pi$ ležita na grafu funkcije f.

Velja: $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = -3$

Zastavitev naloge:

Določite a in b.

$a =$ ______________________

$b =$ ______________________

[0/½/1 t.]

Naloga 13

Emisije CO_2

Naslednja preglednica prikazuje višino emisij CO_2 v Avstriji za izbrana leta.

leto	1990	2005	2017	2018
emisije CO_2 v mil. ton	78,5	92,5	82,0	79,0

Zastavitev naloge:

Izračunajte vrednosti spodaj navedenih količin.

absolutna sprememba emisij CO_2 od 2017 do 2018: _______________ mil. ton

relativna sprememba emisij CO_2 od 1990 do 2005: _______________

[0/½/1 t.]

Naloga 14

Gibanje kolesarja

Polinomska funkcija s približno opisuje opravljeno pot nekega kolesarja v odvisnosti od časa t (t v h, $s(t)$ v km).

Zastavitev naloge:

V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava.

Izraz $\lim_{t \to 2} \frac{s'(t) - s'(2)}{t - 2}$ opisuje ___①___ in izraz $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ opisuje ___②___.

①	
trenutni pospešek v časovnem trenutku $t = 2$	☐
trenutno hitrost v časovnem trenutku $t = 2$	☐
pot, opravljeno do časovnega trenutka $t = 2$	☐

②	
povprečni pospešek v časovnem intervalu $[t_1; t_2]$	☐
povprečno hitrost v časovnem intervalu $[t_1; t_2]$	☐
pot, opravljeno v časovnem intervalu $[t_1; t_2]$	☐

[0/½/1 t.]

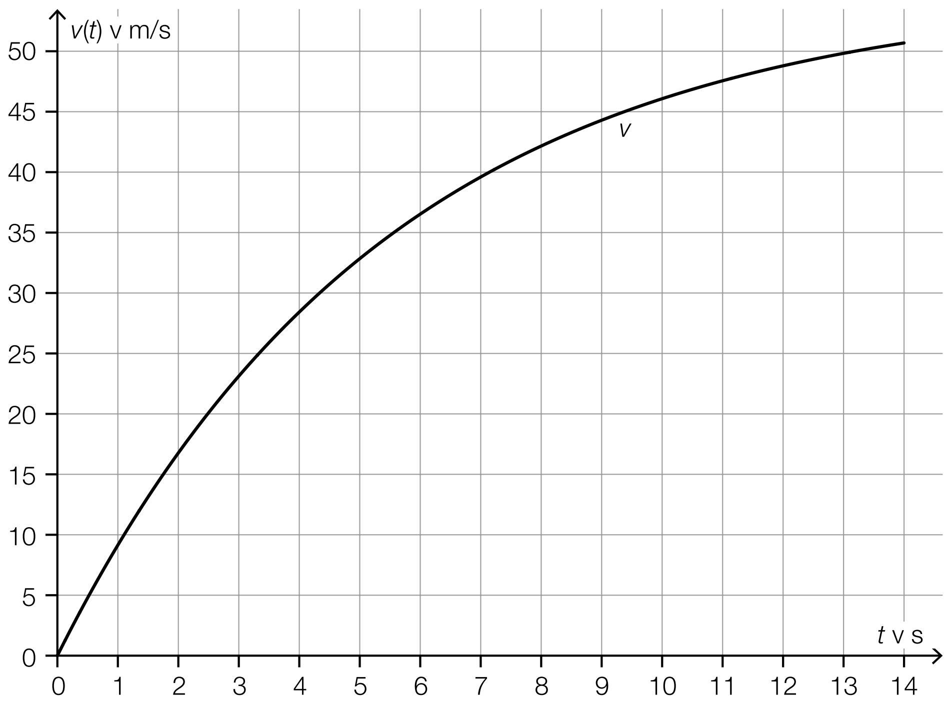
Naloga 15

Skok s padalom

Hitrost neke padalke, pri nekem določenem skoku s padalom, je moč v odvisnosti od časa t na intervalu [0; 14] modelirati z odvedljivo funkcijo v (t v s, $v(t)$ v m/s). Naslednja slika prikazuje graf funkcije v.

Zastavitev naloge:

Na sliki označite časovni trenutek t_1, v katerem znaša pospešek padalke 5 m/s^2.



[0 / 1 t.]

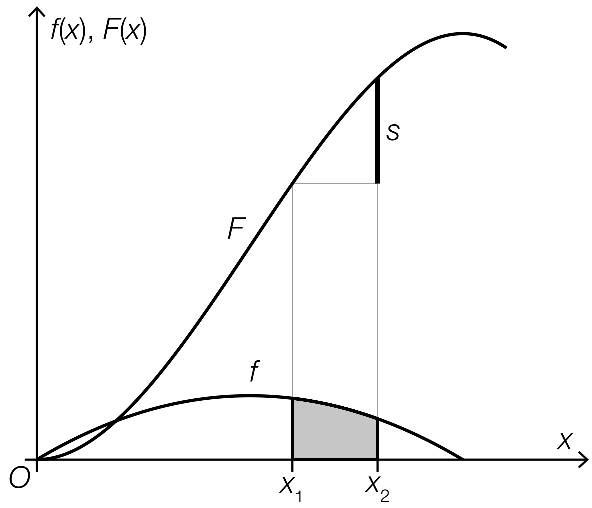
Naloga 16

Funkcija in primitivna funkcija

Na spodnji sliki sta predstavljena graf funkcije f in graf ene od njenih primitivnih funkcij F.

Na intervalu $[x_1; x_2]$ je pod grafom funkcije f sivo označen košček ploskve.

Pod grafom funkcije F je označena daljica z dolžino s.



Zastavitev naloge:

S križcem označite tisto enačbo, ki pravilno opisuje povezavo med s in ploščino sivo označene ploskve. *[1 izmed 6]*

$s = F(x_1) - F(x_2)$	☐
$s = f(x_2) - f(x_1)$	☐
$s = \frac{F(x_1) + F(x_2)}{2}$	☐
$s = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$s = \int_{x_2}^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$s = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x$	☐

[0/1 t.]

Naloga 17

Lastnosti kvadratnih funkcij

Dani sta dve kvadratni funkciji f in h.
Za vse $x \in \mathbb{R}$ velja: $f'(x) = h'(x)$ in $f(x), h(x) > 0$

Zastavitev naloge:

S križcem označite tisti dve izjavi, ki sta v vsakem primeru ustrezni. *[2 izmed 5]*

Za vse $x \in \mathbb{R}$ velja: $h''(x) < 0$	☐
h' je strogo monotono padajoča.	☐
Obstoja število $c \in \mathbb{R}$ tako, da za vse $x \in \mathbb{R}$ velja: $f(x) - h(x) = c$	☐
h' je linearna funkcija, katere graf poteka skozi točko $(0\|0)$.	☐
f' ima eno ničlo.	☐

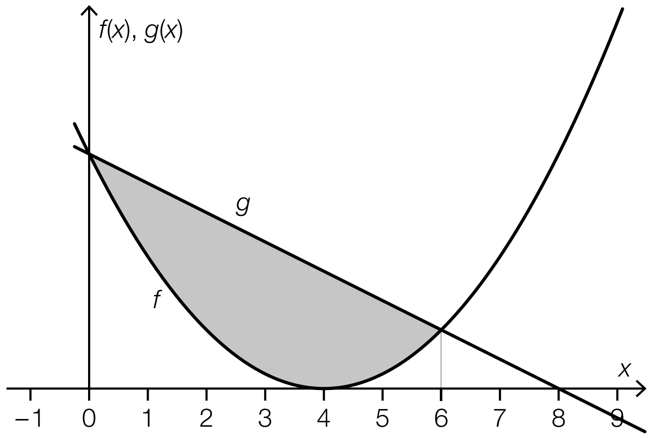
[0/1 t.]

Naloga 18

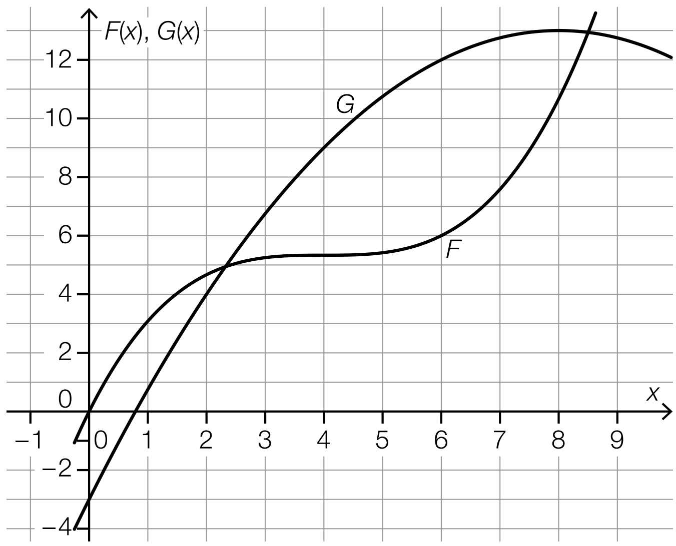
Ploščina med dvema grafoma funkcij

Na sliki 1 sta predstavljena graf kvadratne funkcije f in graf linearne funkcije g.
Na sliki 2 sta predstavljena grafa funkcij F in G.

Velja:
F je primitivna funkcija funkcije f.
G je primitivna funkcija funkcije g.



Slika 1



Slika 2

Zastavitev naloge:

S pomočjo slik določite ploščino A sivo markirane ploskve.

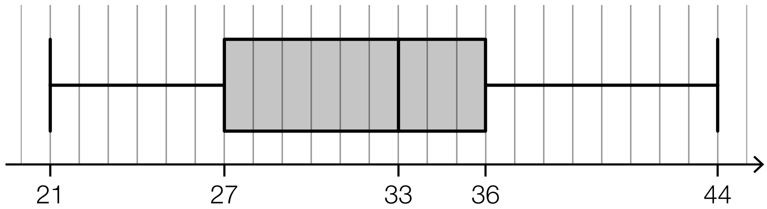
[0/1 t.]

Naloga 19

Primerjava dveh diagramov

Na naslednjih slikah sta predstavljena nabor podatkov A kot Stem-and-leaf plot (diagram deblo-list) in nabor podatkov B kot Boxplot.

2	1	7	7	9
3	1	3	6	6
4	3			



Zastavitev naloge:

S križcem označite obe statistični karakteristični števili, pri katerih se nabora podatkov A in B med seboj razlikujeta. *[2 izmed 5]*

1. kvartil	☐
variacijski razmik	☐
3. kvartil	☐
minimum	☐
mediana	☐

[0/1 t.]

Naloga 20

Aritmetična sredina

Neki določeni nabor podatkov vsebuje 20 vrednosti in ima aritmetično sredino $\bar{x} = 15{,}5$.

Iz tega nabora podatkov odstranimo podatke 4, 6, 13 in 27. Preostali nabor podatkov s 16 vrednostmi ima aritmetično sredino $\bar{x}_1$.

Zastavitev naloge:

Izračunajte aritmetično sredino $\bar{x}_1$.

[0/1 t.]

Naloga 21

Časi reševanja za Sudoku

Pri nekem online-sudoku je odigranih 6 iger. V naslednji preglednici so navedeni časi reševanja za prvih 5 iger.

igra	čas reševanja v s
1	356
2	321
3	378
4	450
5	298
6	t

Mediana vseh 6 časov reševanja znaša 350 s.

Zastavitev naloge:

Navedite t.

t = ____________________ s

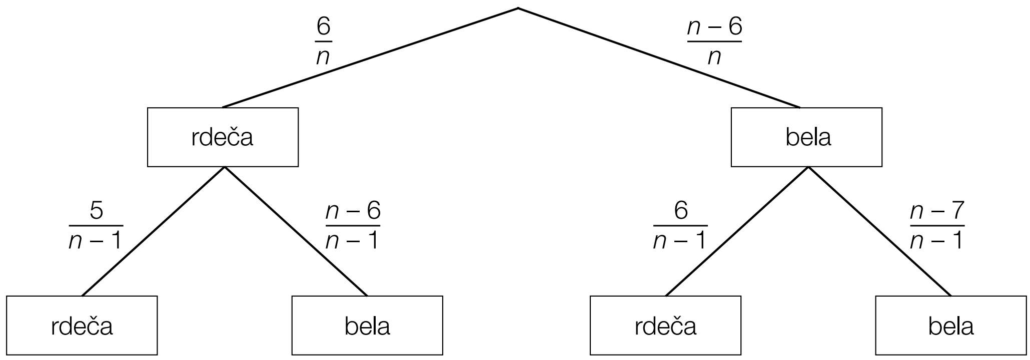
[0/1 t.]

Naloga 22

Vlečenje krogel

V neki žari se nahaja n krogel. Izmed n krogel je 6 krogel rdečih, preostale krogle so bele. Iz te žare se naključno izvlečeta zaporedoma 2 krogli, brez vračanja.

Pripadajoče verjetnosti so predstavljene v naslednjem drevesnem diagramu.



Verjetnost, da sta obe izvlečeni krogli rdeči, znaša p.

Zastavitev naloge:

Ob uporabi n nastavite enačbo za izračun p.

p = ____________________

[0/1 t.]

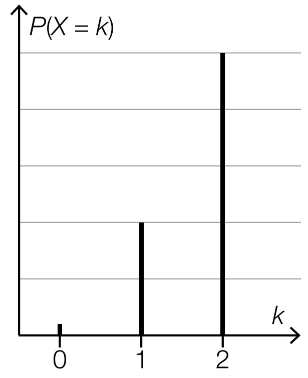
Naloga 23

Porazdelitev verjetnosti

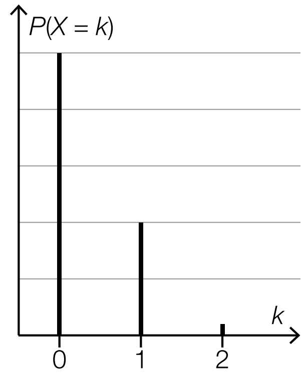
Neka poštena igralna kocka s 6 stranicani, s števili pik 1, 2, 3, 4, 5 ali 6, je 2-krat vržena.
Slučajna spremenljivka X navaja, koliko krat pri teh 2 metih nastopi število pik 6.

Zastavitev naloge:

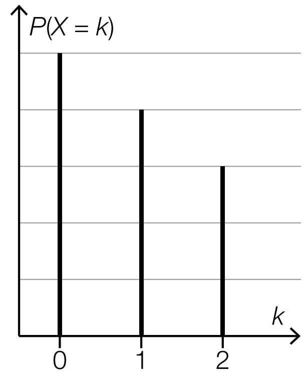
S križcem označite tisto sliko, ki pravilno predstavlja verjetnostno porazdelitev za X. *[1 izmed 6]*



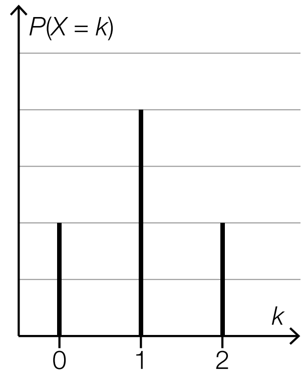
☐



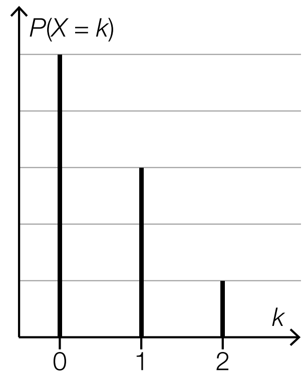
☐



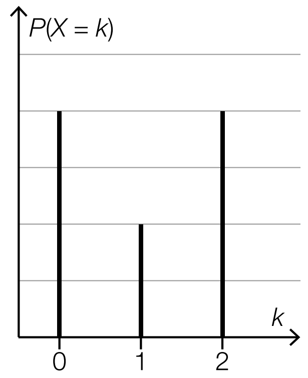
☐



☐



☐



☐

[0/1 t.]

Naloga 24

Računalniška igra

Neka določena računalniška igra sestoji iz več krogov igre.
Pri enem krogu igre je vsakič po 5 vprašanj z vsakič po 4 možnostmi odgovora, od katerih je vedno samo 1 možnost odgovora pravilna.
En krog igre velja za zmagan, če je več kot polovica vprašanj pravilno odgovorjenih.
4 možnosti odgovora so pri vsakem vprašanju naključno razporejene.

Gerhard izbere, brez da bi prebral vprašanje, pri nekem določenem krogu igre, vsakič prvo možnost odgovora.

Zastavitev naloge:

Izračunajte verjetnost, da Gerhard v tem krogu igre zmaga.

[0/1 t.]

Naloga 25 (2. del)

Streljanje z lokom

Na terenu nekega določenega 3-D športnega kompleksa za streljanje z lokom se z lokom in puščicami strelja na figure.

Zastavitev naloge:

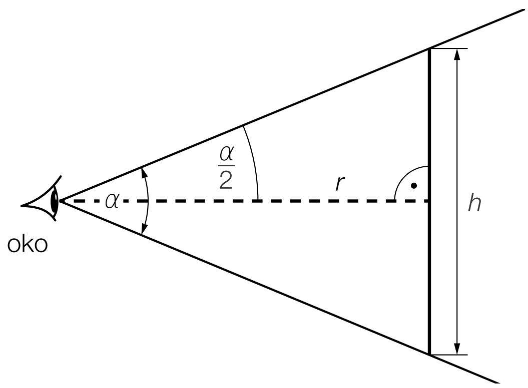
a) Paul ustreli puščico na neko figuro. Tir leta konice puščice od štarta v točki S do cilja v točki Z, je moč modelirati s premico g.

Velja: $S = (0|0|1{,}8)$, $Z = (-5|7|8{,}5)$

1) Nastavite enačbo za g v parametrični obliki.

g: X = ____ [0/1 t.]

b) Lara vidi neko določeno figuro pod vidnim kotom α. Na naslednji sliki, ki ni v pravem merskem sorazmerju, je predstavljena povezava med vidnim kotom α, oddaljenostjo r in velikost h.



1) Ob uporabi α in r nastavite formulo za izračun h.

h = ____ [0/1 t.]

c) Paul na treningu strelja na 3 cilje A, B in C. Le-te zadene pri vsakem strelu, neodvisno od vsakega drugega strela, z verjetnostmi, ki so navedene v naslednji preglednici.

cilj	A	B	C
verjetnost	$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{4}$

Paul zaporedoma ustreli, vsakič po 1-krat, na te 3 cilje A, B in C.

1) Izračunajte verjetnost, da Paul zadene vsaj 1 od teh 3 ciljev. *[0/1 t.]*

Paul 10-krat ustreli na cilj A. Binomsko porazdeljena slučajna spremenljivka X pri tem navaja število zadetkov.

2) Določite pričakovano vrednost $E(X)$. *[0/1 t.]*

Naloga 26 (2. del, Best-of-vrednotenje)

Bungee-Jumping

Bungee-Jumping je ekstremna športna zvrst, pri kateri človek, pritrjen na elastično vrv, iz neke odskočne platforme na veliki višini, odskoči v globino.

Zastavitev naloge:

a) Sabina izvede Bungee-skok. Pri tem večkrat zaniha na vrvi gor in dol.

Njena višina nad tlemi je v odvisnosti od časa t modelno opisana s funkcijo h: $\mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+$.

$h(t) = a \cdot \left(e^{-0{,}03 \cdot t} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{6}\right) + 1\right)$
t ... čas po odskoku v s
$h(t)$ ... višina nad tlemi v časovnem trenutku t v m
a ... pozitivni parameter

V časovnem trenutku $t = 0$ skoči Sabina iz odskočne platforme, na višini 90 m nad tlemi, v globino.

1) Izračunajte parameter a. *[0/1 t.]*

Skupno trajanje časa, v katerem se Sabina med Bungee-skokom nahaja na višini več kot 70 m nad tlemi, označimo z d.

2) Določite d v sekundah. *[0/1 t.]*

Po tem, ko doseže najnižjo točko, Sabino vrv zopet potegne navzgor, preden ponovno pade.

3) Izračunajte koliko metrov elastična vrv Sabino pri tem spet potegne navzgor. *[0/1 t.]*

V časovnem trenutku t_1 je Sabinina (navpična) hitrost padanja maksimalna.

4) V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava. *[0/½/1 t.]*

Za časovni trenutek t_1 velja ______①______; hitrost padanja je moč izračunati z ______②______.

①	
$h''(t_1) > 0$	☐
$h''(t_1) < 0$	☐
$h''(t_1) = 0$	☐

②	
$h(t_1)$	☐
$\lvert h'(t_1) \rvert$	☐
$\int_0^{t_1} h(t)\,\mathrm{d}t$	☐

Naloga 27 (2. del, Best-of-vrednotenje)

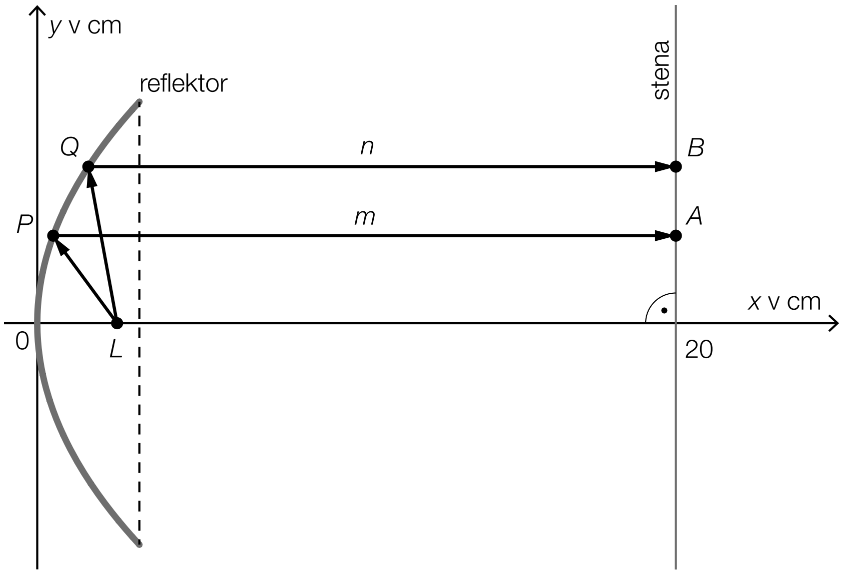
Žepne svetilke

Neko podjetje izdeluje in prodaja žepne svetilke.

Zastavitev naloge:

a) Sprednji del neke določene žepne svetilke sestoji iz točkovnega svetlobnega vira L in reflektorja, ki obdaja svetlobni vir.

Na naslednji sliki, ki ni v pravem merskem sorazmerju, je v koordinatnem sistemu modelno prikazan prečni presek sprednjega dela te žepne svetilke.



Dva premočrtna žarka izhajata iz svetlobnega vira L in se v točkah P in Q odbijeta od reflektorja ter vzporedno z x-osjo usmerita na neko steno. Tja vpadeta v točkah A in B.

$L = (2{,}5|0)$
$\overline{LP} = 3$ cm in $\overline{LQ} = 4{,}1$ cm
$A = (20|y_A)$ in $B = (20|y_B)$
$m = 19{,}5$ cm

Velja: $\overline{LP} + m = \overline{LQ} + n$

1) Izračunajte y_B. *[0/1 t.]*

b) Pri kontroli neke dobave se žepne svetilke preverjajo na napake F_1, F_2 in F_3.
Te 3 napake se pojavljajo med seboj neodvisno.

V naslednji preglednici so navedene te napake in pripadajoče verjetnosti.

napaka	opis	verjetnost
F_1	Žepna svetilka je pokvarjena.	p_1
F_2	Žepna svetilka je napačne barve.	0,02
F_3	Žepna svetilka nima torbice za hranjenje.	0,01

Žepna svetilka je naključno izbrana in taista preverjena.

1) Štirim dogodkom priredite vsakič tisto verjetnost izmed A do F, ki jim v vsakem primeru ustreza. *[0/½/1 t.]*

Žepna svetilka je pokvarjena in je napačne barve.	☐
Žepna svetilka je prave barve.	☐
Žepna svetilka ni pokvarjena, je prave barve in nima torbice za hranjenje.	☐
Žepna svetilka ima vsaj eno od teh napak.	☐

A	0,98
B	$1 - (1 - p_1) \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}99$
C	$p_1 \cdot 0{,}02$
D	$1 - p_1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01$
E	$p_1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}01$
F	$(1 - p_1) \cdot 0{,}98 \cdot 0{,}01$

c) Skupne stroške za izdelavo žepnih svetilk, v odvisnosti od proizvedene količine x, je moč modelirati z odvedljivo funkcijo stroškov K.

x ... proizvedena količina v količinskih enotah (KE)
$K(x)$ ... skupni stroški pri proizvedeni količini x v denarnih enotah (DE)

Pripadajoča funkcija mejnih stroškov K' ima funkcijsko enačbo
$K'(x) = 0{,}33 \cdot x^2 - 1{,}8 \cdot x + 3$.

Velja: $K(1) = 44{,}21$

1) Nastavite funkcijsko enačbo za funkcijo K.

$K(x)$ = ____ *[0/1 t.]*

V nadaljevanju je privzeto, da se vsaka izdelana žepna svetilka proda.

Izkupiček iz prodaje teh žepnih svetilk, v odvisnosti od proizvedene količine x, je moč modelirati s funkcijo E.

$E(x) = a \cdot x$

x ... proizvedena količina v KE
$E(x)$ ... izkupiček pri proizvedeni količini x v DE
a ... cena v DE/KE

Dobiček modeliramo s funkcijo dobička G (x v KE, $G(x)$ v DE).

Cilj podjetja je, pri proizvodnji in pri prodaji 5 KE žepnih svetilk doseči dobiček najmanj 100 DE.

2) Izračunajte najnižjo možno ceno pri kateri bo ta cilj podjetja dosežen. *[0/1 t.]*

Naloga 28 (2. del, Best-of-vrednotenje)

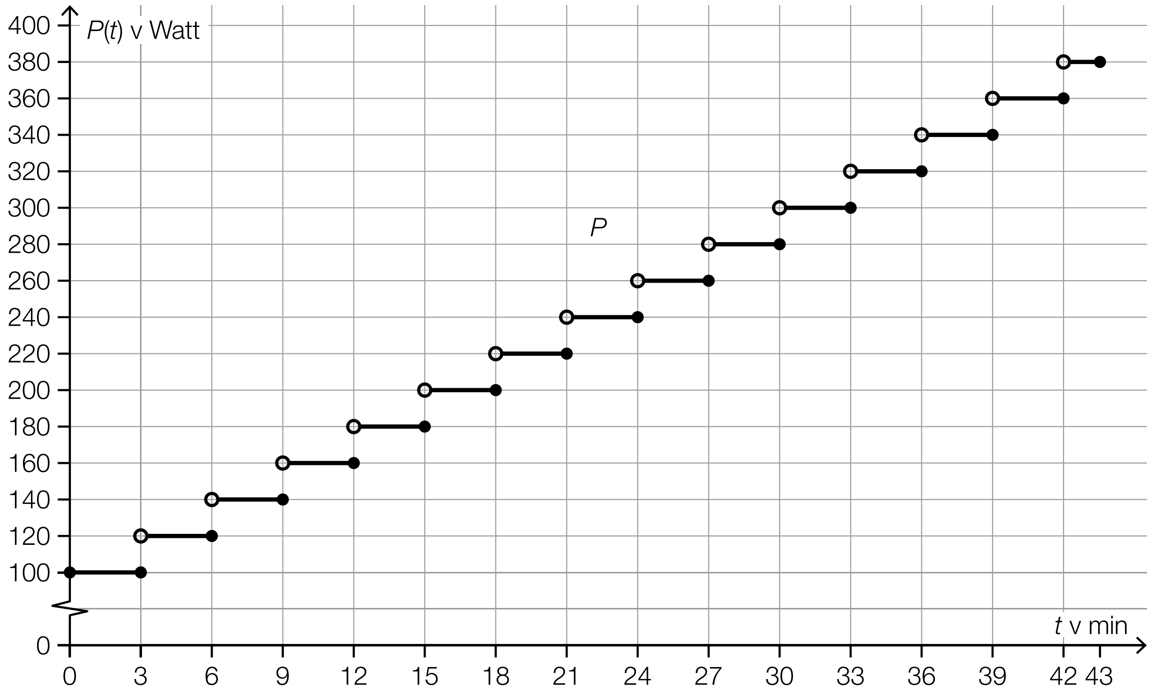
Obremenitveni test

Laktat je produkt presnove. Z naraščajočo telesno obremenitvijo se v telesu proizvaja več laktata. Pri obremenitvenem testu se med drugim merita srčna frekvenca in koncentracija laktata v krvi (v mmol/L).

Zastavitev naloge:

a) Katharina si da narediti obremenitveni test. Obremenitev se pri tem testu postopoma veča, dokler Katharina po 43 min testa ne prekine.

Funkcija P: $[0; 43] \to \mathbb{R}^+$, $t \mapsto P(t)$ modelno opisuje Katharinino uporabljeno moč v odvisnosti od časa t od začetka obremenitvenega testa (t v min, $P(t)$ v Watt).
Graf funkcije P je predstavljen na naslednji sliki.



Za delo W (v Joulih), opravljeno v časovnem intervalu $[t_A; t_B]$ (v min), velja:
$W = 60 \cdot \int_{t_A}^{t_B} P(t)\,\mathrm{d}t$

1) Izračunajte delo, ki ga je Katharina opravila v časovnem intervalu [30; 43], v Joulih. *[0/1 t.]*

V okviru tega obremenitvenega testa se meri koncentracija laktata v Katharinini krvi.
Funkcija c_1: $[0; 43] \to \mathbb{R}^+$ pri $c_1(t) = 1{,}13 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot t^5$ modelno opisuje koncentracijo laktata v odvisnosti od časa t od začetka obremenitvenega testa (t v min, $c_1(t)$ v mmol/L).

2) Določite tisto moč (v Watt) med tem obremenitvenim testom, pri kateri je dosežena koncentracija laktata 1,95 mmol/L. *[0/1 t.]*

Pri tem obremenitvenem testu se meri tudi Katharinina srčna frekvenca.
Funkcija H: $[0; 43] \to \mathbb{R}^+$ pri $H(t) = 2 \cdot t + 85$ modelno opisuje srčno frekvenco v odvisnosti od časa t od začetka obremenitvenega testa (t v min, $H(t)$ v udarcih/min).

3) V dani vsebinski povezavi opišite pomen števil 2 in 85.
Pri tem vsakič navedite pripadajoče enote.

pomen števila 2:

____

pomen števila 85:

____

[0/½/1 t.]

b) Katharina si da narediti še en drugi obremenitveni test. Pri tem se meri koncentracija laktata v njeni krvi ob začetku, med in po neki intenzivni obremenitvi.

Funkcija c_2: $[0; 30] \to \mathbb{R}^+$ pri $c_2(t) = 31{,}2 \cdot (e^{-0{,}066 \cdot t} - e^{-0{,}325 \cdot t}) + 1{,}13$ modelno opisuje koncentracijo laktata v odvisnosti od časa t od začetka obremenitvenega testa (t v min, $c_2(t)$ v mmol/L).

V časovnem trenutku t_1 je koncentracija laktata zopet padla na polovico maksimalne dosežene vrednosti.

1) Določite t_1. *[0/1 t.]*