

Ime:	
Razred/Letnik:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni in diplomski izpit

Poklicno izobraževalna višja šola (BHS)

7. maj 2024

Uporabna matematika

TAK



Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Zvezek z nalogami, ki je pred Vami, vsebuje naloge dela A in naloge dela B, z vsakič različnim številom delnih nalog. Delne naloge je moč reševati med seboj neodvisno. Na razpolago imate *270 minut* delovnega časa.

Za reševanje uporabljajte izključno ta zvezek z nalogami in delovni papir, ki vam je dan na razpolago. Svoje ime in Vaš letnik oz. Vaš razred vpišite v za to predvideni polji na naslovnici zvezka z nalogami, ter Vaše ime in zaporedno številko strani na vsak uporabljeni list delovnega papirja. Pri odgovarjanju vsakega navodila za delo, na delovni papir navedite njegovo oznako (npr.: 3d1).

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRDP iz Uporabne Matematike, ki je za klavzurno nalogo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računalja ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Pojasnilo formatov odgovorov je na vpogled v izpitnem prostoru.

Smernice za reševanje

- Pri nalogah odprtega formata je potrebno vsak račun izvesti z razumljivim računskim nastavkom oz. z razumljivo dokumentacijo uporabe tehnologije (navedeni morajo biti uporabljeni izhodiščni parametri in uporabljena funkcija tehnologije).
- Rešitve morajo biti kot le-te na vsak način enoznačno razpoznavne.

- Rešitve morajo biti na vsak način navedene s pripadajočimi enotami, če je to eksplicitno zahtevano v navodilu za delo.

Za obdelavo se priporoča:

- spremenljivke, ki jih izberete sami, pojasniti in po potrebi navesti s pripadajočimi enotami,
- izogibati se prezgodnjemu zaokroževanju,
- označiti diagrame ali skice.

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, kjer je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v želeni okvirček.

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ « in nato spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 9$	☐

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite želeni prebarvani okvirček.

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☒
$5 + 5 = 9$	☐

Ključ vrednotenja:

dosežene točke	ocena
37–42 točk	Sehr gut – <i>prav dobro</i>
31–36,5 točk	Gut – <i>dobro</i>
25–30,5 točk	Befriedigend – <i>povoljno</i>
20–24,5 točk	Genügend – <i>zadostno</i>
0–19,5 točk	Nicht genügend – <i>nezadostno</i>

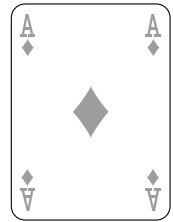
Veliko uspeha!

Prosimo obrnite list.

Naloga 1

Karo

Karo je simbol, ki ga srečamo na primer na igralnih kartah.



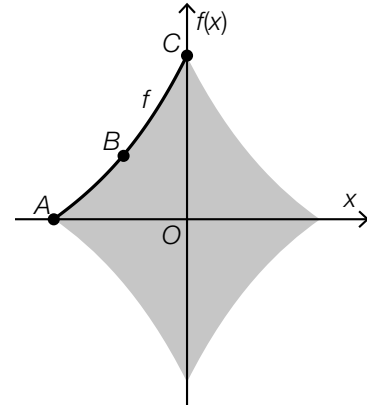
- a) Na naslednji sliki je kot siva ploskev predstavljena oblika kare. Med točkama A in C je mejna krivulja ploskve modelirana s funkcijo f .

Funkcija f je polinomska funkcija 3. stopnje pri $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$.

Graf funkcije f poteka skozi točke

$A = (-4, 2|0)$, $B = (-2|2)$ in $C = (0|5, 2)$.

Vzpon tangente na graf funkcije f v točki B znaša $1,2$.



- 1) S pomočjo teh informacij sestavite sistem enačb za izračun koeficientov a , b , c in d .

[0/1½/1 t.]

- 2) Izračunajte a , b , c in d .

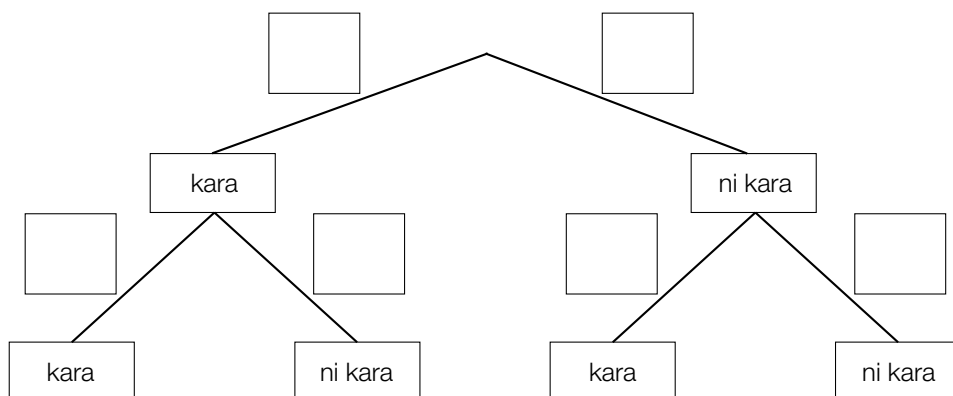
[0/1 t.]

- b) Neki komplet kart sestoji iz 52 kart. Na 13 od teh kart je narisana karo, na vseh drugih pa ne.

Markus izvleče iz tega kompleta kart po principu naključja in brez vračanja 2 karti.

- 1) Izpopolnite naslednji drevesni diagram z ustreznimi verjetnostmi tako, da bo prikazoval opisano situacijo.

[0/1 t.]



- 2) Določite verjetnost, da je na vsaj 1 od 2 izvlečenih kart narisana karo.

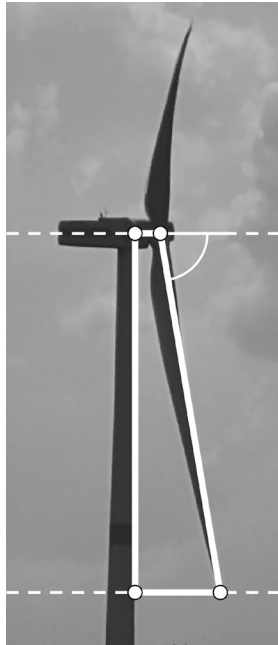
[0/1 t.]

Naloga 2

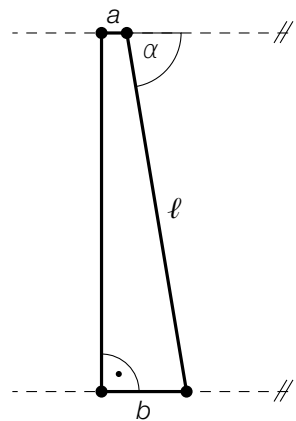
Polja vetrnih elektrarn

Energijo vetra je moč uporabiti za pridobivanje električne energije.

- a) Rotor vetrne turbine sestoji med drugim iz listov rotorja.
 Središče rotorja ima vodoravno oddaljenost a od stolpa vetrne turbine.
 Konica lista rotorja ima vodoravno oddaljenost b od stolpa vetrne turbine.
 Konica lista rotorja ima oddaljenost ℓ od središča rotorja.



Vir slike: BMBWF



- 1) Nastavite formulo za izračun b . Pri tem uporabite a , ℓ in α .

$b =$ _____

[0/1 t.]

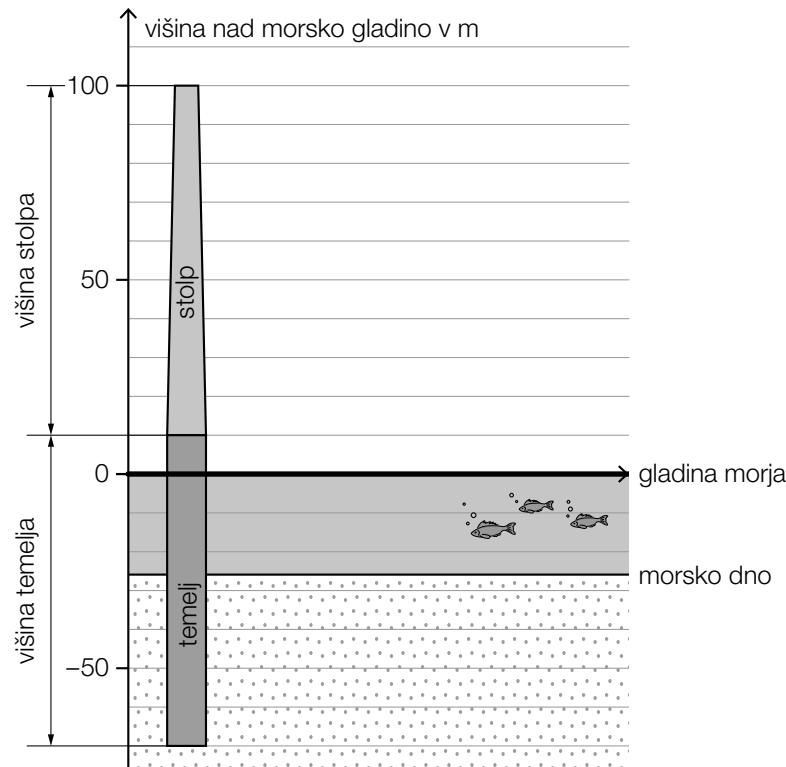
Za neko določeno vetrno turbino velja:

$a = 3$ m, $b = 13$ m, $\ell = 60$ m

- 2) Izračunajte kot α .

[0/1 t.]

- b) Plavajoča polja vetrnih elektrarn se postavljajo na morju, v bližini obale.
V brošuri o nekem plavajočem polju vetrnih elektrarn je narisana naslednja skica.

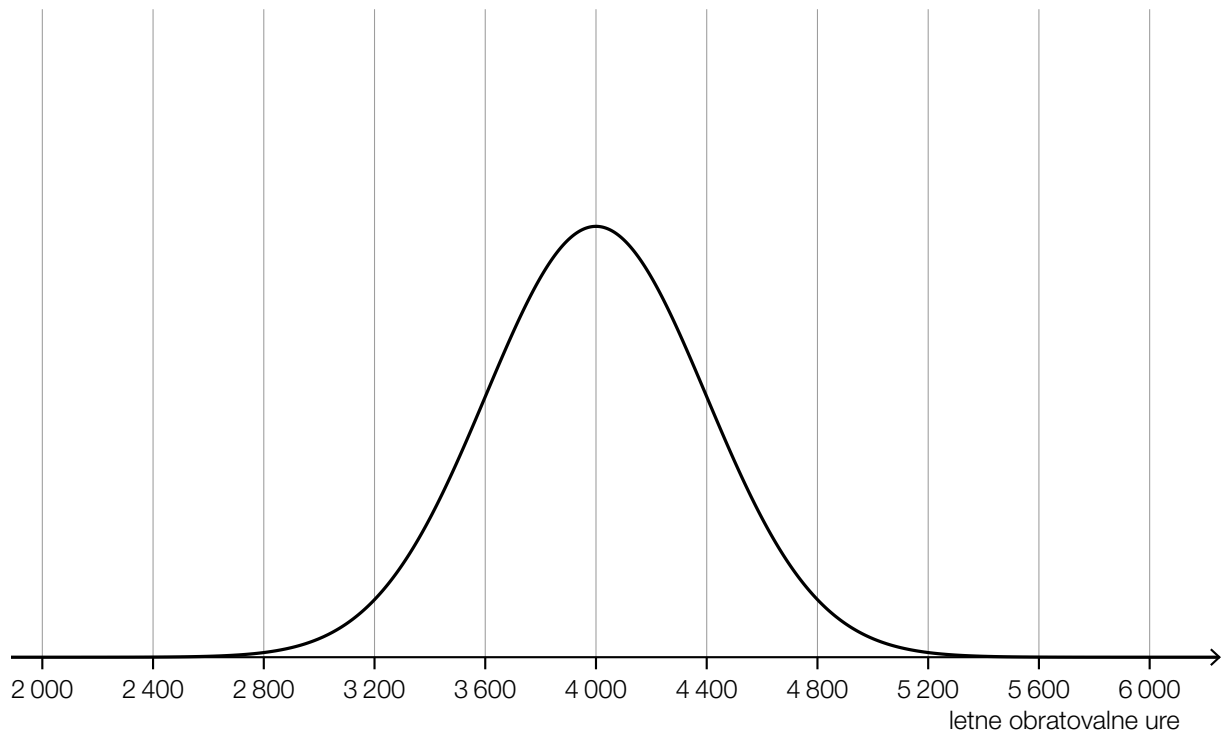


- 1) S križcem označite izjavo, ki ustreza gornji skici. (Navedbe odstotkov so zaokrožene na cela števila.) [1 izmed 5] [0/1 t.]

Okrog 33 % višine temelja se nahaja nad morsko gladino.	☐
Okrog 91 % višine temelja se nahaja pod morskim dnom.	☐
Okrog 53 % skupne višine (temelj in stolp) ustreza višini stolpa.	☐
Okrog 27 % skupne višine (temelj in stolp) se nahaja nad morsko gladino.	☐
Okrog 51 % višine temelja se nahaja med morskim dnom in morsko gladino.	☐

- c) Letne obratovalne ure nekega določenega plavajočega polja vetrnih elektrarn modeliramo z normalno porazdeljeno slučajno spremenljivko X .

Graf pripadajoče funkcije gostote verjetnosti je predstavljen na naslednji sliki.



- 1) Na gornji sliki ponazorite verjetnost, da zavzame X vrednost najmanj 4 400 letnih obratovalnih ur.

[0/1 t.]

Letne obratovalne ure za neko drugo polje vetrnih elektrarn so modelirane z normalno porazdeljeno slučajno spremenljivko Y .

Pričakovana vrednost za Y znaša 3 200 letnih obratovalnih ur.

Standardni odklon za Y je večji kot standardni odklon za X .

- 2) Na gornji sliki skicirajte možni potek grafa funkcije gostote verjetnosti za Y .

[0/1 t.]

Naloga 3

Paradižnik

- a) V naslednji preglednici so za nekatera izbrana leta navedene količine pridelka paradižnika v Avstriji.

leto	količina pridelka v kilotonah
2002	29,9
2005	35,3
2014	57,3

- 1) S pomočjo diferenčnega količnika pokažite, da med časom in količino pridelka ne obstaja linearna odvisnost. [0/1 t.]

- b) V svetovnem merilu je bilo v letu 2018 na pridelovalni površini 47 625 km² pridelanih skupno okrog 182 megaton paradižnika.

Na Nizozemskem je bilo v letu 2018 pridelanih povprečno 51 kg paradižnika na m² pridelovalne površine.

Daniel zatrjuje:

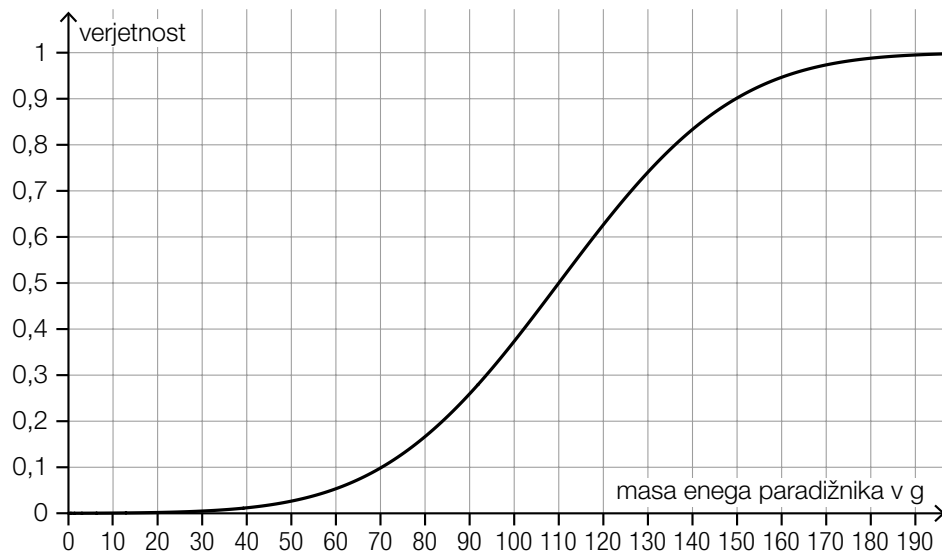
»V letu 2018 je za paradižnik znašala povprečna količina pridelka na m² pridelovalne površine na Nizozemskem več kot 10-kratna svetovna povprečna količina pridelka na m² pridelovalne površine.«

- 1) Dokazljivo preverite, če je Danielova trditev pravilna.

[0/1 t.]

- c) Slučajna spremenljivka X opisuje maso enega paradižnika neke določene sorte v g.

Na naslednji sliki je predstavljena pripadajoča porazdelitvena funkcija.



- 1) Vnesite manjkajoče število v za to predvideni okvirček.

$$P(X \geq \boxed{}) = 0,2$$

[0/1 t.]

- d) Za seme paradižnika neke določene sorte velja: vsako posamezno zrno tega semena kali neodvisno od drugih zrn z verjetnostjo 93 %.

- 1) Izračunajte verjetnost, da pri nekem slučajnem vzorcu 100 zrn tega semena kali največ 88 zrn.

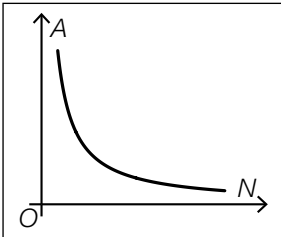
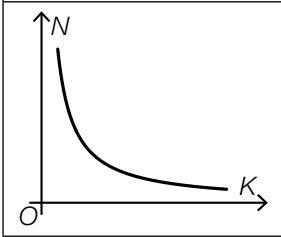
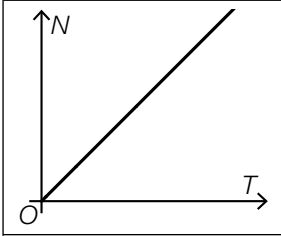
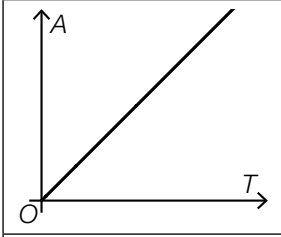
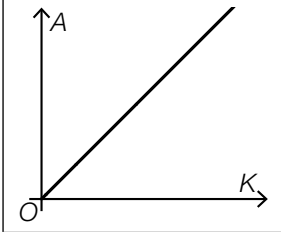
[0/1 t.]

e) Za izračun mase semena, potrebne za pridelavo kulturnih rastlin, je moč uporabiti naslednjo formulo.

$A = \frac{T \cdot N}{K}$

- A ... potrebna masa semena
T ... masa enega zrna semena
N ... število vzkaljenih rastlin
K > 0 ... kaljivost

1) S križcem označite tisti graf, ki pravilno predstavlja odvisnost med dvema količinama v tej formuli. (Vsakič velja: količine, ki niso navedene, se privzemajo kot konstantne.) [1 izmed 5]
[0/1 t.]

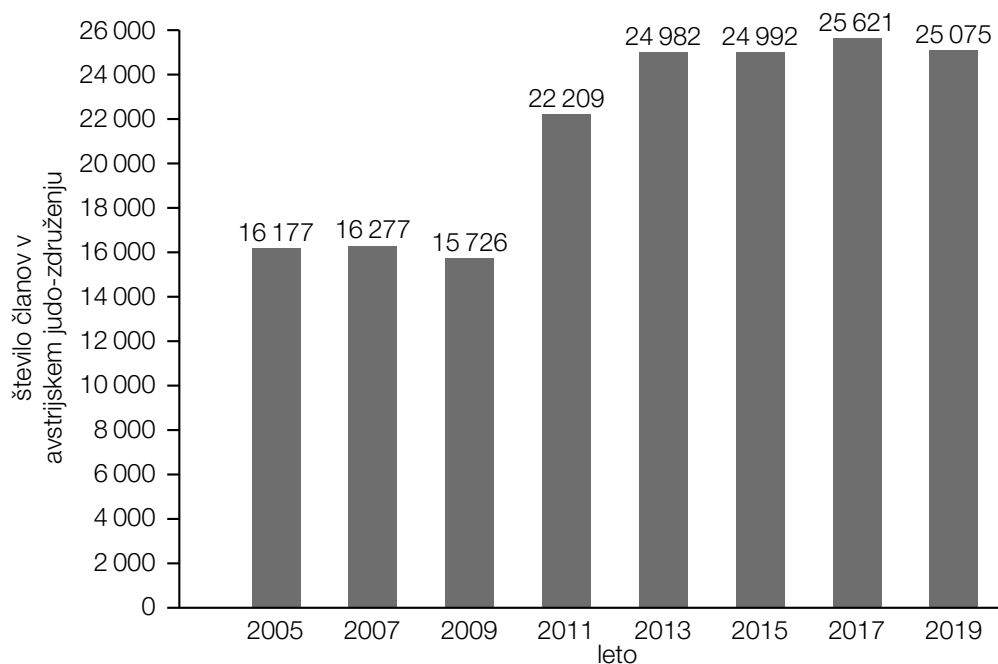
	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

Naloga 4

Judo

Judo je japonski borilni šport.

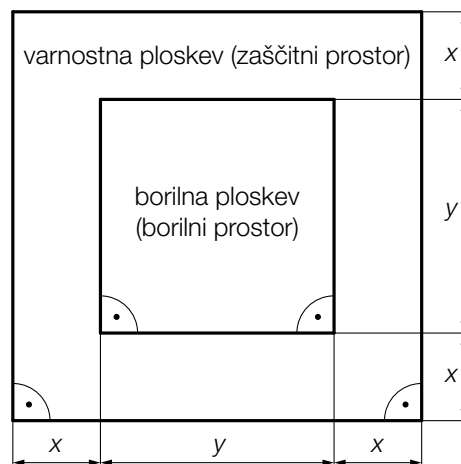
- a) V naslednjem diagramu je za nekaj izbranih let predstavljeno število članov v avstrijskem judo-združenju, vsakič ob koncu leta.



- 1) Izračunajte variacijski razmik števila članov v avstrijskem judo-združenju za navedena leta.

[0/1 t.]

- b) Na naslednji sliki je predstavljena potrebna kvadratna ploskev za tekmovanje v judu.



- 1) Na gornji sliki označite tisto ploskev, katere ploščino A je moč izračunati z naslednjim izrazom.

$$A = (2 \cdot x + y)^2 - y^2$$

[0/1 t.]

Naloga 5

Sladoled

- a) Na neki stojnici s sladoledom je naprodaj sladoled v dveh velikostih porcije: mini-porcija z 1 kepicico sladoleda in normalna porcija s 3 kepicama sladoleda.

Ena mini-porcija stane 1,50 €.

Ena normalna porcija stane 4 €.

Na neki določeni dan so zaslužili 1.020 € in prodali skupno 720 kepic sladoleda.

- 1) Nastavite sistem enačb za izračun števila x prodanih mini-porcij in števila y prodanih normalnih porcij. [0/1/2/1 t.]

- b) Lonček sladoleda vzamemo iz hladilne vitrine. Temperaturo sladoleda v odvisnosti od časa je moč modelno opisati s funkcijo T .

$$T(t) = -35 \cdot e^{-0,03 \cdot t} + 25$$

t ... čas v min pri $t = 0$ za trenutek odvzema iz hladilne vitrine

$T(t)$... temperatura sladoleda ob času t v °C

- 1) V naslednjem stavku vstavite manjkajoče število.

Ob odvzemu iz hladilne vitrine znaša temperatura sladoleda _____ °C. [0/1 t.]

Zmrznjeni sladoled se topi od temperature 0 °C.

- 2) Določite tisti časovni trenutek, od katerega dalje se zmrznjeni sladoled topi. [0/1 t.]

- c) Pri izdelavi sladoleda, se sladoledna masa za začetek počasi ohlaja.
Ta postopek ohlajanja je moč opisati z eksponentno funkcijo f z razpolovnim časom 4 h.

$$f(t) = c \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

t ... čas v h pri $t = 0$ za začetek postopka ohlajanja

$f(t)$... temperatura sladoledne mase ob času t v $^{\circ}\text{C}$

c, λ ... pozitivna parametra

- 1) S križcem označite ustrezajočo izjavo. [1 izmed 5]

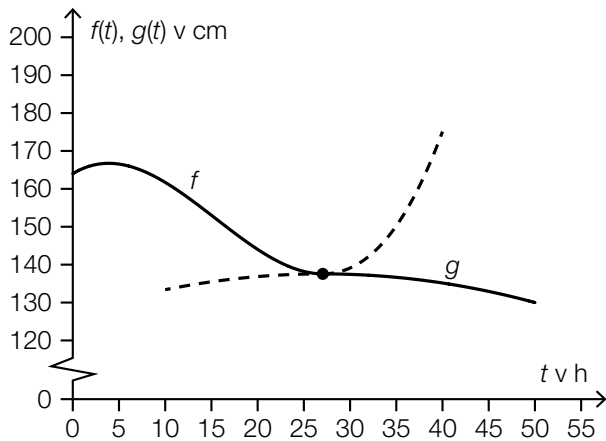
[0/1 t.]

$f(2) \approx 0,25 \cdot c$	☐
$f(2) \approx 0,33 \cdot c$	☐
$f(2) \approx 0,50 \cdot c$	☐
$f(2) \approx 0,71 \cdot c$	☐
$f(2) \approx 2,00 \cdot c$	☐

Naloga 6

Vodostaj

Za opis časovnega poteka izmerjenega vodostaja neke reke, sta uporabljeni polinomska funkcija 3. stopnje f in kvadratna funkcija g (glej naslednjo sliko).



t ... čas v h pri $t = 0$ za začetek merjenja
 $f(t)$... vodostaj v časovnem trenutku t v cm pri $0 \leq t \leq 27,1$
 $g(t)$... vodostaj v časovnem trenutku t v cm pri $27,1 \leq t \leq 50$

a) Velja: $f(t) = 0,00469 \cdot t^3 - 0,218 \cdot t^2 + 1,48 \cdot t + 164$

- 1) Izračunajte časovni trenutek t_1 , ob katerem je vodostaj za 10 % nižji kot ob začetku merjenja. [0/1 t.]
- 2) Izračunajte trenutno hitrost spreminjanja vodostaja 10 h po začetku merjenja. Rezultat navedite s pripadajočo enoto. [0/1½/1 t.]

V časovnem trenutku t_2 velja: $f'(t_2) = \frac{f(20) - f(0)}{20 - 0}$

- 3) V naslednjem stavku dopolnite vrzeli v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezni del stavka tako, da nastane pravilna izjava. [0/1 t.]

V časovnem trenutku t_2 ima _____ ① _____ enako vrednost kot _____ ② _____ na intervalu $[0; 20]$.

①	
odstotna sprememba vodostaja od začetka merjenja	☐
trenutna hitrost spreminjanja vodostaja	☐
vodostaj	☐

②	
povprečna hitrost spreminjanja vodostaja	☐
absolutna sprememba vodostaja	☐
relativna sprememba vodostaja	☐

b) Polinomsko funkcijo 3. stopnje f in kvadratno funkcijo g opazujemo kot funkciji z definicijskim območjem $\mathbb{R}$.

- 1) Obema začetkoma stavka priredite vsakič po eno nadaljevanje izmed A do D tako, da nastaneta ustrezajoči izjavi. [0/1½/1 t.]

f	
g	

A	ima 2 točki prevoja (obračaja).
B	ima natanko 1 mesto ekstrema.
C	je v celotnem definicijskem območju pozitivno ukrivljena.
D	zavzame poljubno velike funkcijske vrednosti.

Naloga 7 (del B)

Krema za roke

Neko podjetje proizvaja različne kreme za roke.

a) O povpraševanju po kremi za roke znamke *Hand Aktiv* je znano:

Pri ceni 4,2 DE/KE je povpraševanje po 500 KE.

Če se cena zniža na 3,2 DE/KE, pa se povpraševana količina podvoji.

Ovisnost med povpraševano količino in ceno naj bo opisana z linearno cenovno funkcijo povpraševanja p_N .

x ... povpraševana količina v KE

$p_N(x)$... cena pri povpraševani količini x v DE/KE

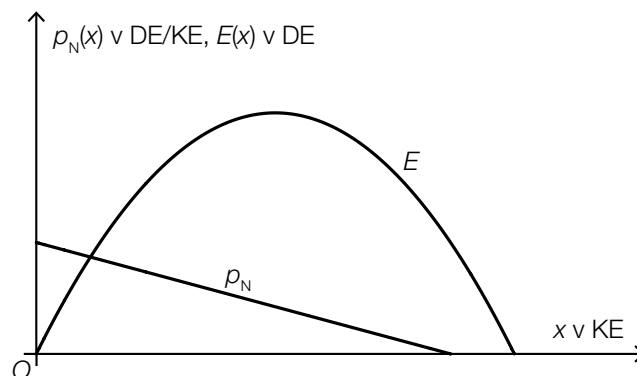
1) Nastavite enačbo funkcije p_N .

[0/1 t.]

2) Izračunajte količino zasičenosti.

[0/1 t.]

Na naslednji sliki sta predstavljena graf cenovne funkcije povpraševanja p_N in graf neke funkcije E .

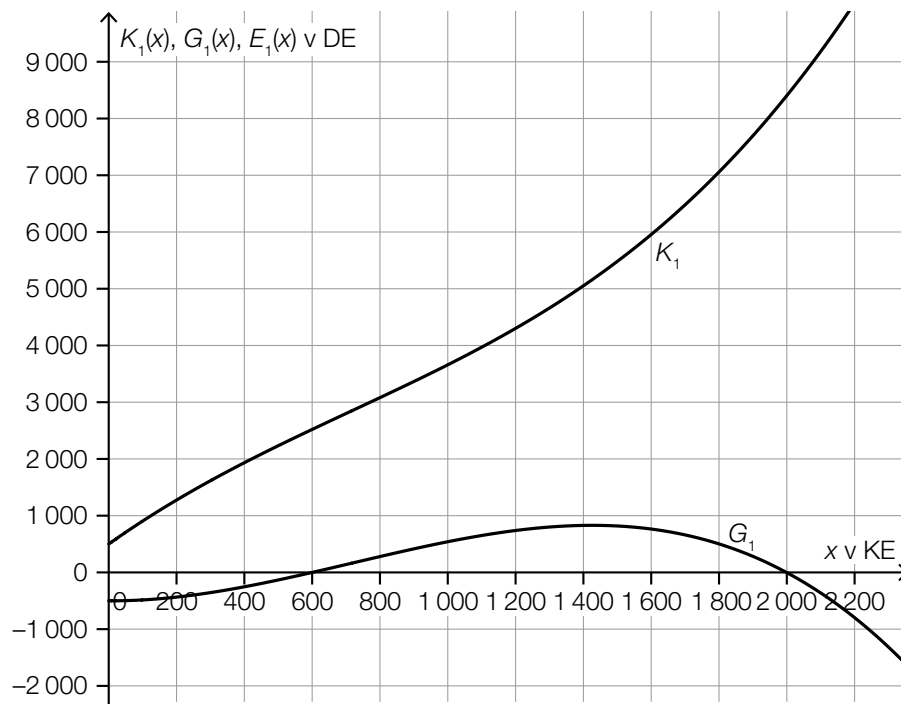


3) Utemeljite, zakaj E ne more biti tista funkcija izkupička, ki ustreza p_N .

[0/1 t.]

b) Krema za roke *Kamille Classic* se prodaja za neko fiksno ceno.

Na naslednji sliki sta predstavljena graf funkcije stroškov K_1 in graf funkcije dobička G_1 .



1) V gornjo sliko vrišite graf pripadajoče funkcije izkupička E_1 .

[0/1 t.]

c) Za funkcijo mejnih stroškov K'_2 pri proizvodnji kreme za roke *Handrepair* velja:

$$K'_2(x) = 0,0003 \cdot x^2 + b \cdot x + 40$$

x ... proizvedena količina v KE

$K'_2(x)$... mejni stroški pri proizvedeni količini x v DE/KE

Fiksni stroški znašajo 500 DE.

1) V naslednjo enačbo pripadajoče funkcije stroškov K_2 vnesite manjkajoča števila.

$$K_2(x) = \boxed{} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 + \boxed{} \cdot x + \boxed{}$$

[0/1 t.]

Pri proizvodnji 100 KE znašajo skupni stroški 3600 DE.

2) Izračunajte b .

[0/1 t.]

Naloga 8 (del B)

Novi avtomobil

- a) Lorena bi rada kupila novi avtomobil za 20.000 €. V ta namen je na hranilni knjižici prihranila znesek 18.500 €. Obrestna mera znaša 2,1 % p. a.

- 1) Izračunajte, kako dolgo bi moral biti ta znesek naložen na hranilni knjižici, da bi dosegel vrednost 20.000 €.

[0/1 t.]

Pri neki drugi naložbi sta bili Loreni predlagani letni obrestni meri i in j . Pri tem velja:

$$18500 \cdot (1 + i)^n \cdot (1 + j)^{m-n} = 20000 \quad \text{pri} \quad m \geq n > 0$$

- 2) Opišite pomen m v dani vsebinski povezavi. Pri tem navedite pripadajočo enoto.

[0/1 t.]

- b) Mario je pred 6 leti odprl bančni račun, da bi varčeval za novi avtomobil. 4 leta je na ta račun vplačeval enake postnumerandne kvartalne obroke. Preostali 2 leti pa več ni izvedel nobenega vplačila.

R ... višina postnumerandnih kvartalnih obrokov

i_4 ... kvartalna obrestna mera

q_4 ... četrtni obrestovalni faktor

- 1) V naslednjo formulo za izračun današnjega stanja K na bančnem računu vnesite dva manjkajoča eksponenta.

$$K = R \cdot \frac{q_4^{\boxed{}} - 1}{q_4 - 1} \cdot q_4^{\boxed{}}$$

[0/1 t.]

- 2) Izračunajte R za $K = 6.916,22$ € in $i_4 = 0,5$ %.

[0/1 t.]

- c) Helena prejme od nekega prodajalca avtomobilov plačilno ponudbo za novi avtomobil z nakupno ceno 20.990 €. To plačilno ponudbo je moč opisati z naslednjo enačbo.

$$20990 \cdot q_{12}^{36} = 5200 \cdot q_{12}^{36} + 220 \cdot \frac{q_{12}^{36} - 1}{q_{12} - 1} + 9870$$

q_{12} ... mesečni obrestovalni faktor

- 1) V naslednjo preglednico vnesite višino plačila po 1 mesecu in višino plačila po 36 mesecih.

[0/1 t.]

čas v mesecih	višina plačila v €
0	5200
1	
...	...
36	

Helena želi primerjati še druge plačilne ponudbe prodajalcev avtomobilov. Pri tem mora dano pozitivno kvartalno obrestno mero i_4 preračunati na ekvivalentno mesečno obrestno mero i_{12} .

- 2) S križcem označite pravilni preračun. [1 izmed 5]

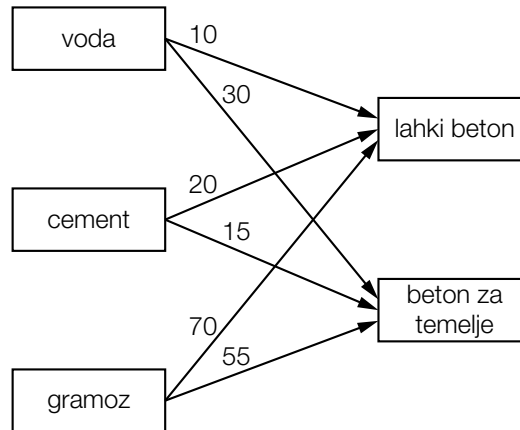
[0/1 t.]

$i_{12} = \sqrt[4]{1 + i_4} - 1$	☐
$i_{12} = (1 + i_4)^{\frac{1}{3}} - 1$	☐
$i_{12} = (1 + i_4)^4 - 1$	☐
$i_{12} = \sqrt[3]{1 + i_4}$	☐
$i_{12} = \frac{i_4}{3}$	☐

Naloga 9 (del B)

Beton

- a) Za izdelavo lahkega betona in betona za temelje potrebujemo vodo, cement in gramoz. Potreba po teh 3 surovinah je prikazana v naslednjem Gozinto-grafu (voda in gramoz v L, cement v kg, lahki beton in beton za temelje v KE).



- 1) Naslednji stavek dopolnite tako, da vstavite pravilno število.

Za izdelavo 1 KE lahkega betona in 2 KE betona za temelje potrebujemo skupno

_____ kg cementa.

[0/1 t.]

3×2-matrika **R** opisuje potrebo po 3 surovinah za izdelavo vsakič po 1 KE obeh vrst betona.

- 2) Določite matriko **R**.

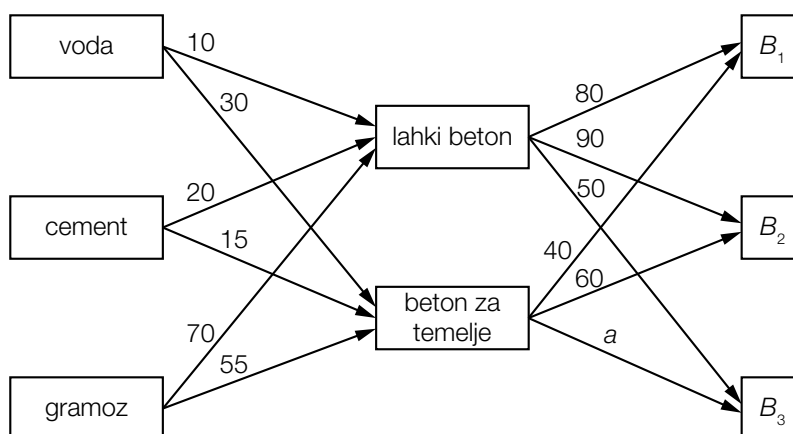
[0/1 t.]

Za neko gradbišče je naročeno 50 KE lahkega betona in 30 KE betona za temelje.

- 3) Za to naročilo ugotovite količinsko potrebo po 3 surovinah.

[0/1 t.]

V razširjenem Gozinto-grafu (glej naslednjo sliko) je predstavljena tudi potreba po lahkem betonu in po betonu za temelje za 3 gradbišča B_1 , B_2 in B_3 .



Matrika $\mathbf{A}$ opisuje potrebo po surovinah za ta 3 gradbišča B_1 , B_2 in B_3 .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2000 & 2700 & 1340 \\ 2200 & 2700 & 1420 \\ 7800 & 9600 & 5040 \end{pmatrix}$$

4) Izračunajte količino a , navedeno v gornjem Gozinto-grafu.

[0/1 t.]

- b) Neko gradbeno podjetje želi nabaviti transportni trak. Stroški nabave znašajo 28.000 €.
Za amortizacijsko dobo se privzema 7 let.
S to investicijo gradbeno podjetje pričakuje letni prihodek v višini 5.000 €.
Vsakič po 2 letih nastanejo stroški vzdrževanja v višini 1.000 €. Ob koncu amortizacijske dobe znaša likvidacijski izkupiček 3.000 €.

1) Prenesite dohodke in izdatke za celotno amortizacijsko dobo v naslednjo preglednico.

[0/1 t.]

čas po nabavi v letih	dohodki v €	izdatki v €
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Gradbeno podjetje računa s kalkulacijsko obrestno mero 3 % p. a.

2) Izračunajte vrednost kapitala te investicije.

[0/1 t.]

