Aufgabe 7 (Teil B)

Handcreme

a1) $p_N(x) = k \cdot x + d$
$p_N(500) = 4{,}2$
$p_N(1\,000) = 3{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$k = -0{,}002$
$d = 5{,}2$

$p_N(x) = -0{,}002 \cdot x + 5{,}2$

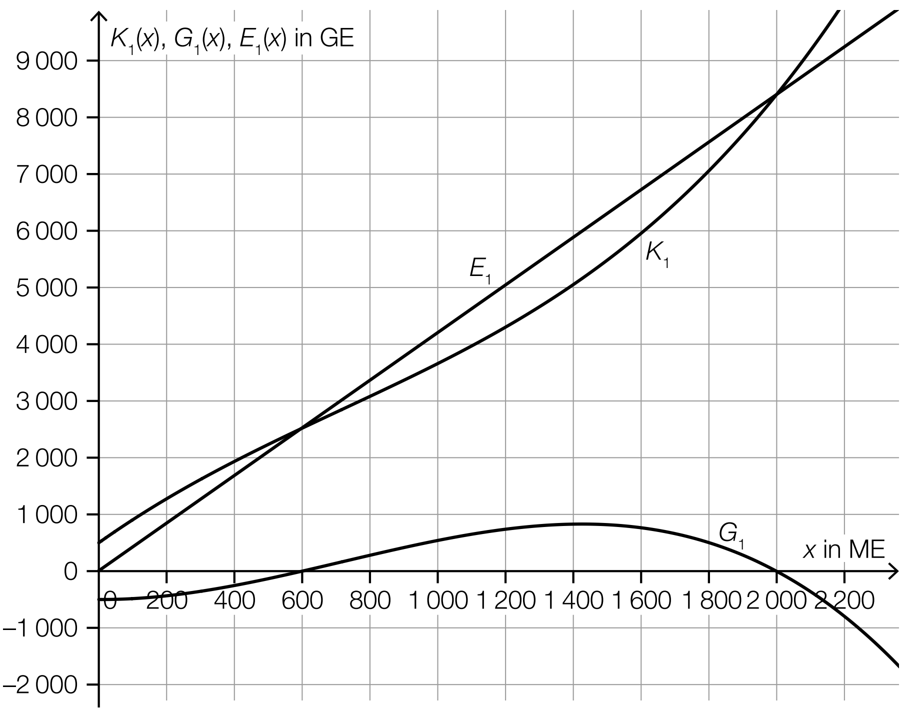
a2) $p_N(x) = 0$ *oder* $-0{,}002 \cdot x + 5{,}2 = 0$
$x = 2\,600$

Die Sättigungsmenge beträgt 2600 ME.

a3) Die Nullstelle von p_N und die positive Nullstelle von E müssten übereinstimmen.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion p_N.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Sättigungsmenge.
a3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

b1)



b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion E_1.

c1) $K_2(x) = \boxed{0{,}0001} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 + \boxed{40} \cdot x + \boxed{500}$

c2) $K_2(100) = 3600$ *oder* $0{,}0001 \cdot 100^3 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot 100^2 + 40 \cdot 100 + 500 = 3600$
$b = -0{,}2$

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zahlen.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von b.

Aufgabe 8 (Teil B)

Neuwagen

a1) $18\,500 \cdot 1{,}021^t = 20\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}7...$

Der Betrag müsste rund 4 Jahre lang auf dem Sparbuch veranlagt werden.

a2) m ist die gesamte Laufzeit der Veranlagung in Jahren.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeitdauer.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben der Bedeutung von m im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

b1) $K = R \cdot \frac{q_4^{\boxed{16}} - 1}{q_4 - 1} \cdot q_4^{\boxed{8}}$

b2) $R \cdot \frac{1{,}005^{16} - 1}{0{,}005} \cdot 1{,}005^8 = 6\,916{,}22$

$R = € \ 400{,}00...$

b1) Ein Punkt für das Eintragen der zwei richtigen Hochzahlen.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von R.

c1)

Zeit in Monaten	Höhe der Zahlung in €
0	5 200
1	220
...	...
36	10 090

c2)

$i_{12} = (1 + i_4)^{\frac{1}{3}} - 1$	☒

c1) Ein Punkt für das Eintragen der zwei richtigen Zahlen.
c2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

Aufgabe 9 (Teil B)

Beton

a1) Für die Herstellung von 1 ME Leichtbeton und 2 ME Fundamentbeton werden insgesamt 50 kg Zement benötigt.

a2) $\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 10 & 30 \\ 20 & 15 \\ 70 & 55 \end{pmatrix}$

a3) $\begin{pmatrix} 10 & 30 \\ 20 & 15 \\ 70 & 55 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,400 \\ 1\,450 \\ 5\,150 \end{pmatrix}$

Es werden 1 400 L Wasser, 1 450 kg Zement und 5 150 L Gesteinskörner benötigt.

a4) $10 \cdot 50 + 30 \cdot a = 1\,340$

oder:

$20 \cdot 50 + 15 \cdot a = 1\,420$

oder:

$70 \cdot 50 + 55 \cdot a = 5\,040$

$a = 28$

a1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Satzes.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix ***R***.
a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Mengenbedarfs an Rohstoffen.
a4) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von *a*.

b1)

Zeit nach der Anschaffung in Jahren	Einnahmen in €	Ausgaben in €
0	0	28 000
1	5 000	0
2	5 000	1 000
3	5 000	0
4	5 000	1 000
5	5 000	0
6	5 000	1 000
7	8 000	0

b2) $C_0 = -28\,000 + \frac{5\,000}{1{,}03} + \frac{4\,000}{1{,}03^2} + \frac{5\,000}{1{,}03^3} + \frac{4\,000}{1{,}03^4} + \frac{5\,000}{1{,}03^5} + \frac{4\,000}{1{,}03^6} + \frac{8\,000}{1{,}03^7} = 2\,922{,}122...$

Der Kapitalwert beträgt € 2.922,12.

b1) Ein Punkt für das richtige Übertragen der Einnahmen und Ausgaben.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Kapitalwerts.

Aufgabe 6 (Teil B)

Bauteile

a1)

Der Graph der Grenzkostenfunktion und der Graph der Stückkostenfunktion schneiden einander bei 10 ME.	A
Die Stückkosten bei einer Produktion von 10 ME betragen 10 GE/ME.	D

A	$\frac{K(10)}{10} = K'(10)$
B	$\frac{K'(10)}{10} = 10$
C	$K''(10) = 0$
D	$K(10) = 100$

a1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

b1) $K'(x) = 700$ *oder* $6 \cdot x^2 - 120 \cdot x + 700 = 700$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 0$
$x_2 = 20$

Im Intervall [0; 20] betragen die Grenzkosten maximal 700 GE/ME.

Die Angabe in Intervallschreibweise ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.

b2)

$4 \cdot x - 60 = 0$	☒

b3) $G'(x) = 0$ *oder* $-80 \cdot x + 1\,200 = 0$
$x = 15$

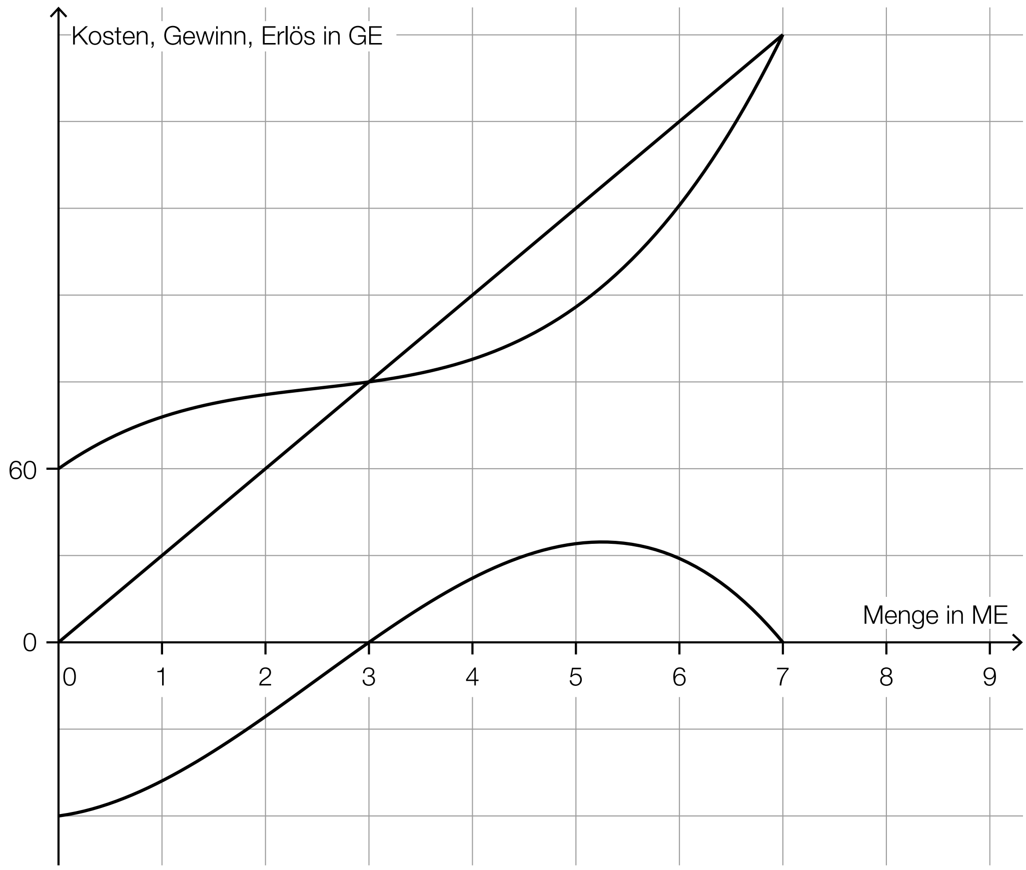
$G(15) = 3\,000$

15 ME = 150 000 Stück
3 000 GE = 300.000 Euro
$\frac{300.000 \text{ Euro}}{150\,000 \text{ Stück}} = 2$ Euro/Stück

b4) $a = 2$
$b = -100$
$c = 1900$

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Intervalls.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Gewinns pro Stück in der Einheit Euro/Stück.
b4) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Parameter a, b und c.

c1)



c2) $\frac{60}{2} = 30$
Der Preis beträgt 30 GE/ME.

c1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Preises.

d1) $300 = p_H - 20 \cdot 5$
$p_H = 400$ GE/ME

d2) Die Steigung –20 gibt an, dass eine Preissenkung um 20 GE/ME zu einer Absatzsteigerung um 1 ME führt.

oder:

Soll die abgesetzte Menge um 1 ME gesteigert werden, so muss der Preis um 20 GE/ME gesenkt werden.

d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Höchstpreises p_H.
d2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 7 (Teil B)

Swimmingpool

a1) $i = 1{,}02\ \%$ p. a.

a2) $Z \cdot (1 + 1{,}0102^2 + 1{,}0102^4 + 1{,}0102^5) = 2\,468{,}39$
$Z = 599{,}999...$

Die Höhe von Z beträgt € 600,00.

a1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Jahreszinssatzes i.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe von Z.

b1)

Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 1	A
Wert aller Einzahlungen zum Zeitpunkt 3	B

A	$X + X \cdot q + \frac{X}{q^2} + \frac{X}{q^4}$
B	$X + X \cdot q^2 + X \cdot q^3 + \frac{X}{q^2}$
C	$X \cdot q + X \cdot q^3 + X \cdot q^4 + \frac{X}{q}$
D	$X + \frac{X}{q} + \frac{X}{q^3} + \frac{X}{q^5}$

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1) $20\,000 = 198{,}71 \cdot \frac{(1 + i_{12})^{120} - 1}{i_{12}} \cdot \frac{1}{(1 + i_{12})^{120}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $i_{12} = 0{,}0030...$

Der Monatszinssatz beträgt rund 0,3 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Monatszinssatzes.

d1) Der Tilgungsanteil im Monat 14 beträgt € 0, weil die Restschuld am Ende des Monats 14 gleich groß wie am Ende des Monats 13 ist.

d2) $A_{15} = 6\,492{,}13 - 6\,217{,}55 + 6\,492{,}13 \cdot i_{12}$

oder:

$A_{15} = 274{,}58 + 6\,492{,}13 \cdot i_{12}$

d1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Monats und das richtige Begründen.
d2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

Aufgabe 8 (Teil B)

Kraftfahrzeug-Bestand

a1) Der Kraftfahrzeug-Bestand ist im Zeitraum vom Ende des Jahres 2012 bis zum Ende des Jahres 2018 um rund 9,5 % gestiegen.

a2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$K(t) = 0{,}1 \cdot t + 5{,}88$

a3) Gemäß diesem Modell steigt der Kraftfahrzeug-Bestand um 100 000 Stück pro Jahr.

a4) $K(10) = 6{,}88$

absolute Abweichung vom Tabellenwert: $6{,}9 - 6{,}88 = 0{,}02$

Auch die Angabe von $-0{,}02$ *ist als richtig zu werten.*

a1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von *K*.
a3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
a4) Ein Punkt für das richtige Berechnen der absoluten Abweichung.

b1) 2,817... Millionen Stück

b2)

$\frac{a}{b}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des prognostizierten Wertes für den Diesel-PKW-Bestand am Ende des Jahres 2025.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) $\sqrt[4]{1{,}49 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}61 \cdot 1{,}43} - 1 = 0{,}5763...$

Die mittlere jährliche prozentuelle Änderung beträgt rund 57,6 %.

c2) $X = \frac{E}{1{,}43}$

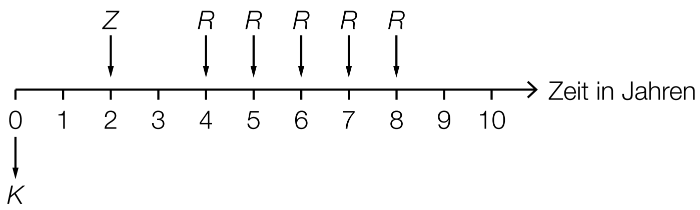
c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der mittleren jährlichen prozentuellen Änderung.
c2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

Aufgabe 6 (Teil B)

Tischlerei

a1) $A = \frac{K}{1{,}02^{-1} + 1{,}02^{-3}}$

a2)



a3) $60\,000 \cdot 1{,}02^3 = 20\,000 \cdot 1{,}02 + R \cdot \frac{1{,}02^5 - 1}{1{,}02 - 1} \cdot \frac{1}{1{,}02^5}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$R = 9\,180{,}619...$

Die Ratenhöhe beträgt € 9.180,62.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der Raten R.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen von R.

b1) Der Betrag B_3 ist kleiner als B_2, weil dieser früher gezahlt wird und damit weniger Zinsen anfallen.

Auch eine rechnerische Argumentation ist als richtig zu werten.

b2)

$S \cdot q^2 = B_1 \cdot q^{-5} + B_2 \cdot q^{-3}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 45.000
1	€ 360	€ 3.140	€ 3.500	**€ 41.860**

c2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	halbjährliche Annuität	Restschuld
13	€ 44,94	€ 3.455,06	€ 3.500,00	**€ 2.162,50**
14	€ 17,30	**€ 2.162,50**	**€ 2.179,80**	€ 0,00

Wird der Tilgungsplan vollständig oder mithilfe der Restschuld im Semester 12 durchgerechnet, ergeben sich aufgrund der Rundung geringfügig abweichende Werte.

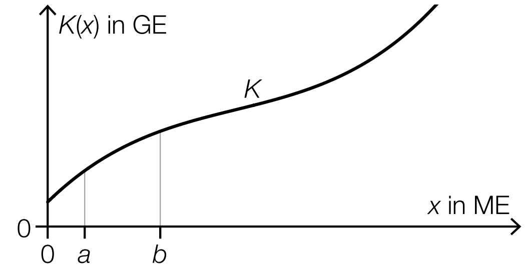
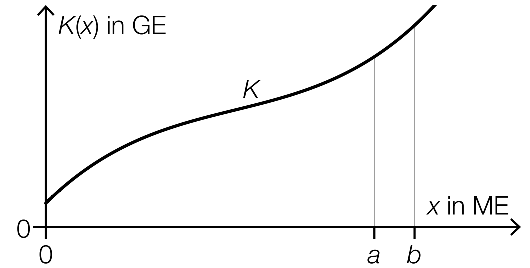
c3) Es wird der (äquivalente) Monatszinssatz berechnet.

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1.
c2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeilen für die Semester 13 und 14.
c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 7 (Teil B)

Fahrradhelme

a1)

	D
	B

A	Die Gesamtkosten sind bei *a* ME höher als bei *b* ME.
B	Die Grenzkosten sind bei *a* ME geringer als bei *b* ME.
C	Die Kostenkehre liegt zwischen *a* ME und *b* ME.
D	Die Durchschnittskosten sind bei *a* ME höher als bei *b* ME.

a2) $K(x) = 0{,}001 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 18 \cdot x + F$

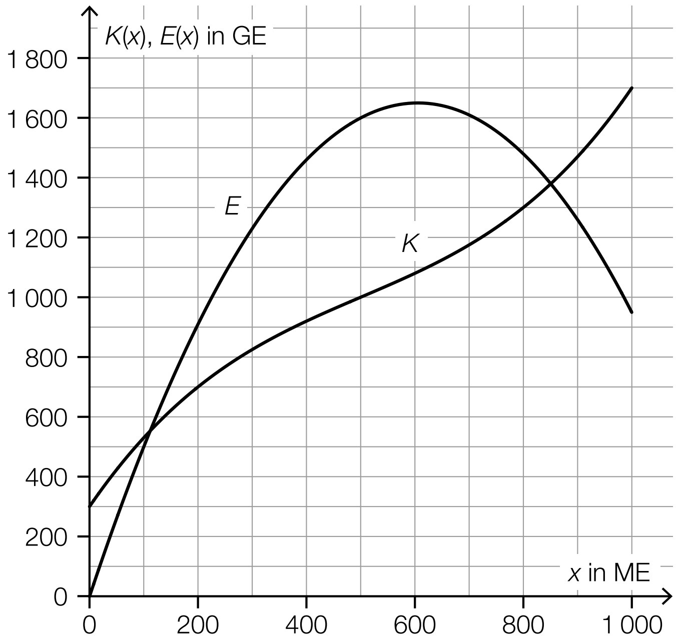
$K(40) = 664$ *oder* $0{,}001 \cdot 40^3 - 0{,}2 \cdot 40^2 + 18 \cdot 40 + F = 664$

$F = 200$ GE

Die Fixkosten betragen 200 GE.

a1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Fixkosten.

b1)



b2) $G(500) = E(500) - K(500) = 600$
Toleranzbereich: [570; 630]

Der Gewinn bei einem Absatz von 500 ME beträgt rund 600 GE.

b3)

①	
dem Preis	☒

②	
GE/ME	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion E.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Gewinns.
b3) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

c1) $G'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $G(0) = -220$
II: $G(50) = 0$
III: $G'(300) = 0$

oder:

I: $c = -220$
II: $2500 \cdot a + 50 \cdot b + c = 0$
III: $600 \cdot a + b = 0$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -0{,}008$
$b = 4{,}8$
$c = -220$

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Fixkosten und des Break-even-Points.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der Ableitung.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten.

Aufgabe 8 (Teil B)

Online-Shopping

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$S(t) = 3{,}07 \cdot t + 32{,}81$ *(Koeffizienten gerundet)*

a2) $S(16) = 81{,}9...$

Für das Jahr 2023 ist ein Anteil der Online-Shopper an der Gesamtbevölkerung Österreichs von rund 82 % zu erwarten.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der linearen Funktion S.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des prognostizierten Wertes für das Jahr 2023.

b1) $A(10) = 62$ *oder* $70 - 37 \cdot e^{-\lambda \cdot 10} = 62$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = 0{,}1531...$

b2)

①	
$A'(t_0) > 0$	$\boxtimes$

②	
$A''(t_0) < 0$	$\boxtimes$

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von λ.
b2) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

c1)

		Kaufverhalten		
		Online-Shopper	kein Online-Shopper	Summe
Geschlecht	männlich	0,39	0,12	0,51
	weiblich	0,42	0,07	0,49
	Summe	0,81	0,19	

c2) $P(\text{„Online-Shopper“} \mid \text{„männlich“}) = \frac{0{,}39}{0{,}51} = 0{,}764...$

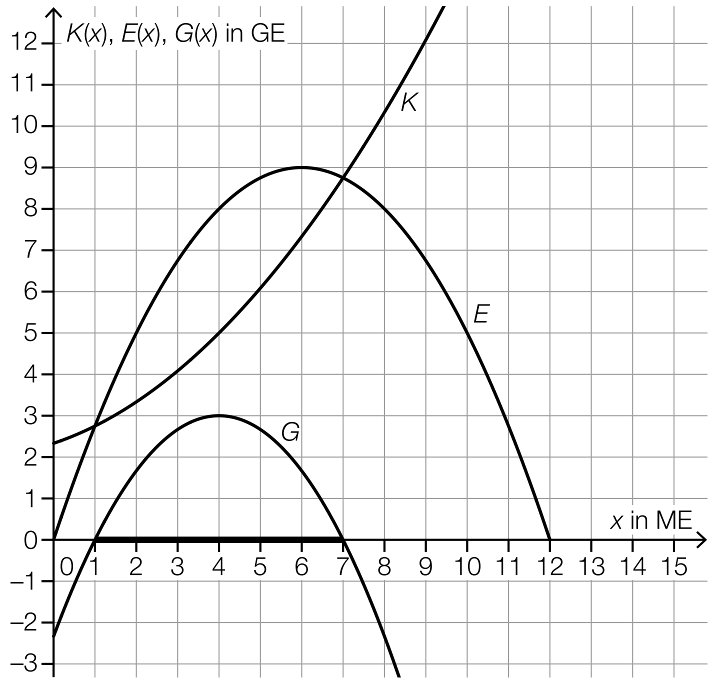
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 76 %.

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Vierfeldertafel.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 6 (Teil B)

Trinkflaschen

a1)



a2) $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$

$E(12) = 0$
$E(6) = 9$

oder:

$a \cdot 12^2 + b \cdot 12 = 0$
$a \cdot 6^2 + b \cdot 6 = 9$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -0{,}25$
$b = 3$

$E(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 3 \cdot x$

a3)

2 GE/ME	☒

a1) Ein Punkt für das Markieren des richtigen Gewinnbereichs.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Erlösfunktion *E*.
a3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1) $K'(x) = 0{,}105 \cdot x^2 - 0{,}64 \cdot x + 1{,}2$

$K'(x) = 2{,}8$ *oder* $0{,}105 \cdot x^2 - 0{,}64 \cdot x + 1{,}2 = 2{,}8$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 8 \quad (x_2 = -1{,}90...)$

Bei einer Produktionsmenge von 8 ME betragen die Grenzkosten 2,8 GE/ME.

b2) $K(9) - K(8) = 3{,}355$

Die absolute Änderung der Gesamtkosten beträgt 3,355 GE.

b3) $K''(x) = 0{,}21 \cdot x - 0{,}64$

$K''(x) = 0$ *oder* $0{,}21 \cdot x - 0{,}64 = 0$
$x = 3{,}047...$

Die Kostenkehre liegt bei rund 3,05 ME.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Produktionsmenge.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der absoluten Änderung der Gesamtkosten.
b3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Kostenkehre.

c1) X ... Temperatur des Tees in °C

$P(X < 60) = 0{,}04$
Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2{,}28...$

Die Standardabweichung beträgt rund 2,3 °C.

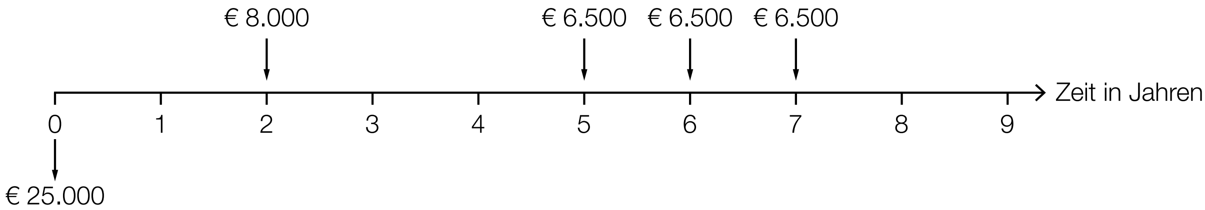
c2) 97 °C

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung σ.
c2) Ein Punkt für das Angeben der richtigen Temperatur.

Aufgabe 7 (Teil B)

Umbaufinanzierung

a1)



a2) $25\,000 \cdot (1 + i)^7 = 8\,000 \cdot (1 + i)^5 + 6\,500 \cdot (1 + i)^2 + 6\,500 \cdot (1 + i) + 6\,500$

oder:

$25\,000 \cdot (1 + i)^7 = 8\,000 \cdot (1 + i)^5 + 6\,500 \cdot \frac{(1 + i)^3 - 1}{i}$

Auch ein Aufstellen der Gleichung unter Verwendung des Aufzinsungsfaktors q ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Eintragen aller Rückzahlungen.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung.

b1) $\left(25\,000 \cdot 1{,}03^5 - 5\,000 \cdot \frac{1{,}03^5 - 1}{0{,}03}\right) \cdot 1{,}03 = 2\,509{,}257...$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 2.509,26.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Restzahlung.

c1) $\frac{26{,}06}{9\,998{,}09 + 423{,}94} = 0{,}00250...$

Der Monatszinssatz für den Monat 37 beträgt rund 0,25 %.

c2)

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
37	€ 26,06	€ 423,94	€ 450,00	€ 9.998,09
38	**€ 20,00**	**€ 430,00**	€ 450,00	**€ 9.568,09**

c1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Monatszinssatzes für den Monat 37.
c2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der Zeile für den Monat 38.

d1) $25\,000 \cdot 1{,}00375^n = 30\,000$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 48{,}7...$

Nach 49 Monaten würde die Restschuld erstmals € 30.000 übersteigen.

Für die Punktevergabe ist eine Rundung auf ganze Monate nicht erforderlich.

d2) $25\,000 \cdot 0{,}00375 = 93{,}75$

Die monatlichen Rückzahlungen müssen € 93,75 betragen.

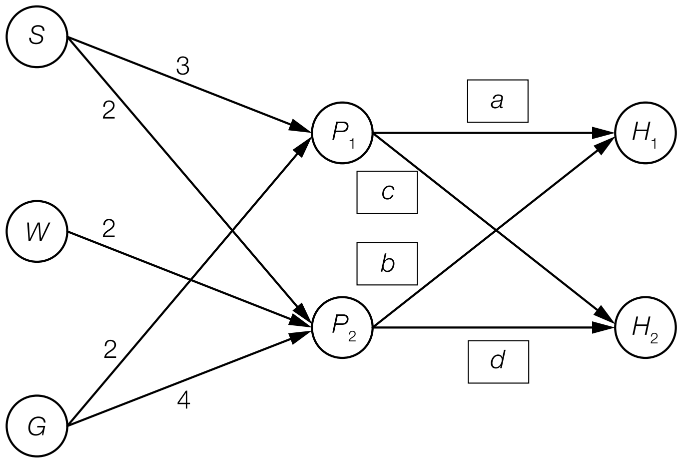
d1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Monate.
d2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Höhe der monatlichen Rückzahlungen.

Aufgabe 8 (Teil B)

Tennissocken

a1) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

a2)



a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{A}$.
a2) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Elemente.

b1) $\boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b2) $\vec{\boldsymbol{n}} = \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ 300 \\ 280 \\ 240 \end{pmatrix}$

b3) $(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{V})^{-1} \cdot \vec{\boldsymbol{n}} = \begin{pmatrix} 1\,720 \\ 480 \\ 1\,820 \\ 280 \\ 240 \end{pmatrix}$

oder:

$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 280 \\ 240 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,720 \\ 480 \\ 1\,820 \end{pmatrix}$

oder:

$3 \cdot 280 + 2 \cdot 240 + 400 = 1\,720$
$2 \cdot 240 = 480$
$2 \cdot 280 + 4 \cdot 240 + 300 = 1\,820$

Es werden 1 720 Paar schwarze Tennissocken, 480 Paar weiße Tennissocken und 1 820 Paar graue Tennissocken benötigt.

b1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{V}$.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors $\vec{\boldsymbol{n}}$.
b3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der jeweiligen Anzahl.

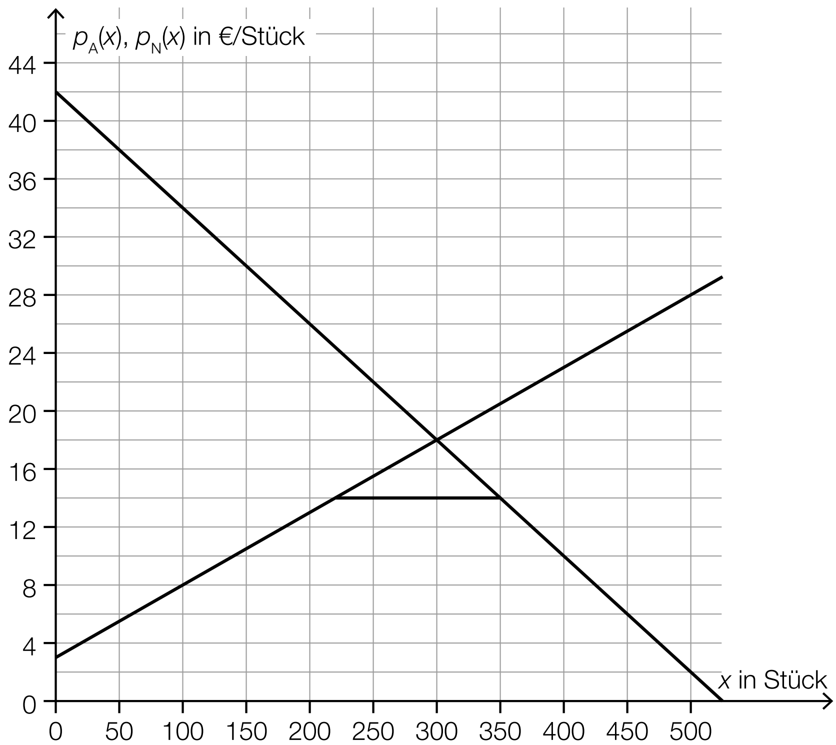
c1)

①	
Preisfunktion der Nachfrage	☒

②	
$y = -0{,}08 \cdot x + 42$	☒

c2) 18 €/Stück

c3)



Die Strecke kann auch auf der x-Achse markiert werden.

c1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.
c2) Ein Punkt für das richtige Ablesen des Gleichgewichtspreises.
c3) Ein Punkt für das Markieren der richtigen Strecke.

Aufgabe 6 (Teil B)

Niedrigzinsphase

a1) $K_6 = 78\,030{,}55 + 8\,371{,}13 = 86\,401{,}68$

$i = \frac{3\,628{,}87}{86\,401{,}68} = 0{,}0419...$

Der Zinssatz beträgt rund 4,2 % p. a.

a2) $K_0 \cdot 1{,}042^7 = 12\,000 \cdot \frac{1{,}042^7 - 1}{0{,}042} + 78\,030{,}55$

$K_0 = 130\,000{,}001...$

Die Höhe des Kredits betrug € 130.000.

a3) $Z_{\text{neu}} < Z_8$ $\quad T_{\text{neu}} > T_8$ $\quad K_{\text{neu}} < K_8$

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes *i*.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe des Kredits.
a3) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Zeichen.

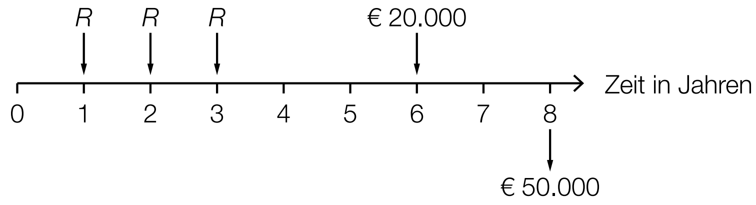
b1)

Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr gleich 0 ist,	C
Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr negativ ist,	D

A	so wird die Restschuld in diesem Jahr vollständig beglichen.
B	so ist die Restschuld in diesem Jahr niedriger als im vorhergehenden Jahr.
C	so werden in diesem Jahr nur die anfallenden Zinsen beglichen.
D	so wird in diesem Jahr weniger als die anfallenden Zinsen zurückgezahlt.

b1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

c1)



c2) $R \cdot 3 + 20\,000 = 50\,000$

$R = € 10.000$

c1) Ein Punkt für das richtige Eintragen der Raten.
Ein Punkt für das richtige Eintragen des Betrags in Höhe von € 20.000.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von R.

d1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$L(t) = 4{,}472 \cdot 0{,}599^t$ *(Parameter gerundet)*

d2) $0{,}5 = 0{,}599^t$

$t = \frac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}599)} = 1{,}352...$

Der Leitzinssatz halbiert sich gemäß der Funktion L jeweils in einem Zeitraum von rund 1,35 Jahren.

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Funktion L.
d2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Zeitraums.

Aufgabe 7 (Teil B)

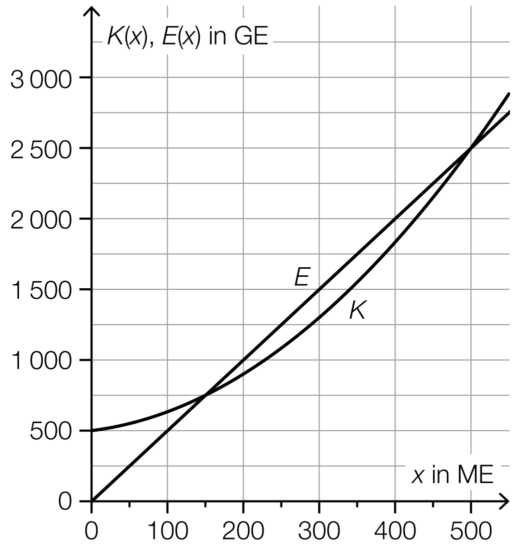
Werkzeugproduktion

a1) $p = \frac{250\text{ GE}}{50\text{ ME}} = 5\text{ GE/ME}$

$p = \frac{605\text{ GE}}{110\text{ ME}} = 5{,}5\text{ GE/ME}$

Dies steht im Widerspruch dazu, dass der Schraubenzieher zu einem fixen Preis verkauft wird.

a2)



a3) untere Gewinngrenze: 150 ME
obere Gewinngrenze: 500 ME

Toleranzbereich: jeweils ±25 ME

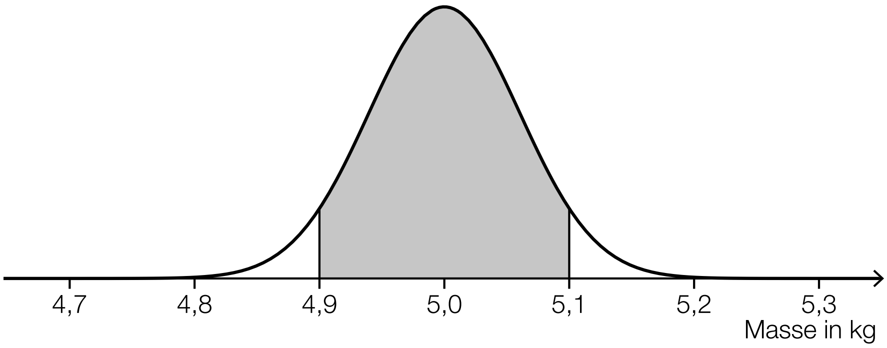
a4)

①	
$E'(x_0) = K'(x_0)$	☒

②	
x_0 diejenige Menge, bei der der Gewinn maximal ist	☒

a1) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.
a2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion *E*.
a3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Gewinngrenzen.
a4) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

b1)



b2) X ... Masse in kg

$P(X \leq 4{,}9) = 0{,}05$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 0{,}060...$ kg

b1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung.

Aufgabe 8 (Teil B)

Müsliriegel

a1) $\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 30 & 40 & 50 \\ 5 & 20 & 0 \\ 5 & 10 & 10 \\ 5 & 0 & 20 \end{pmatrix}$

a2) $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 240 & 520 & 660 \\ 50 & 90 & 130 \\ 50 & 110 & 130 \\ 50 & 130 & 130 \end{pmatrix}$

a3) Man benötigt 110 g Nüsse (R_3) für die Herstellung einer 12er-Packung (E_2).

a4) $240 \cdot 50 + 520 \cdot 30 + 660 \cdot 20 = 40\,800$

Es werden 40,8 kg Haferflocken benötigt. Der Mengenbedarf an Haferflocken für die Herstellung der Müsliriegel ist somit nicht gedeckt.

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{R}$.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{V}$.
a3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren des Elements v_{32} im gegebenen Sachzusammenhang.
a4) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.

b1) $2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 540$
$2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 6 \cdot x_3 = 1\,220$
$10 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 1\,380$

b2)

$\vec{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}})^{-1} \cdot \vec{\boldsymbol{m}}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) $p_N(180) = 0$
$p_N(80) = 10$

oder:

$a \cdot 180^2 + b \cdot 180 + 30 = 0$
$a \cdot 80^2 + b \cdot 80 + 30 = 10$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = \frac{1}{1200} = 0{,}0008\dot{3}$
$b = -\frac{19}{60} = -0{,}31\dot{6}$

c2) $p_N(x) = 24$ *oder* $\frac{1}{1200} \cdot x^2 - \frac{19}{60} \cdot x + 30 = 24$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 20 \quad (x_2 = 360)$
Bei einem Preis von 24 Euro pro Stück werden 20 Stück nachgefragt.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koeffizienten *a* und *b*.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der nachgefragten Menge.

Aufgabe 6 (Teil B)

Parfumherstellung

a1) $K''(x) = 0{,}3 \cdot x - 6$
$K''(x) = 0$ *oder* $0{,}3 \cdot x - 6 = 0$
$x = 20$

Für $x > 20$ liegt ein progressiver Kostenverlauf vor.

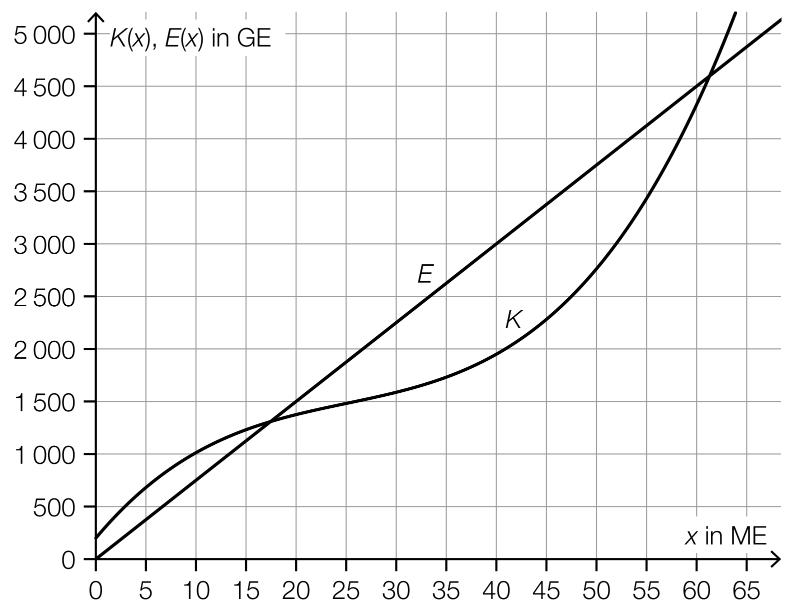
a2) $0{,}15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + c = 0$
$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 0{,}15 \cdot c}}{2 \cdot 0{,}15}$
Der Ausdruck unter der Wurzel muss kleiner als null sein:
$36 - 4 \cdot 0{,}15 \cdot c < 0$
$c > 60$

Auch ein Nachweis, dass $K'(20) = 0$ für $c = 60$ gilt, ist im Hinblick auf die Punktevergabe ausreichend.

a3) $\int (0{,}15 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 80)\,\mathrm{d}x = 0{,}05 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 80 \cdot x + F$
$F = 250$
$K(x) = 0{,}05 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 250$

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Produktionsmengen mit einem progressiven Kostenverlauf.
a2) Ein Punkt für das richtige Nachweisen.
a3) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Kostenfunktion K.

b1)



b2) [17; 61] (in ME)

Toleranzbereich untere Grenze: [15; 19]
Toleranzbereich obere Grenze: [59; 63]

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion E.
b2) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Gewinnbereichs.

c1) $G(25) = 313{,}75$

$\frac{313{,}75}{25} = 12{,}55$

Bei einem Absatz von 25 ME beträgt der durchschnittliche Gewinn 12,55 GE/ME.

c2) $G'(x) = -0{,}15 \cdot x^2 + 4{,}8 \cdot x - 9$

$G'(x) = 0$ *oder* $-0{,}15 \cdot x^2 + 4{,}8 \cdot x - 9 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 2 \quad x_2 = 30$
$(G(2) = -188{,}8)$
$G(30) = 360$

Der maximale Gewinn beträgt 360 GE.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des durchschnittlichen Gewinns.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Gewinns.

Aufgabe 7 (Teil B)

Küchengerät

a1) $N_1(0) = S \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 0}) = S \cdot (1 - 1) = 0$

a2) $S = 5000$

$N_1(1) = 350$ *oder* $5000 \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot 1}) = 350$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = -\ln(0{,}93) = 0{,}07257...$

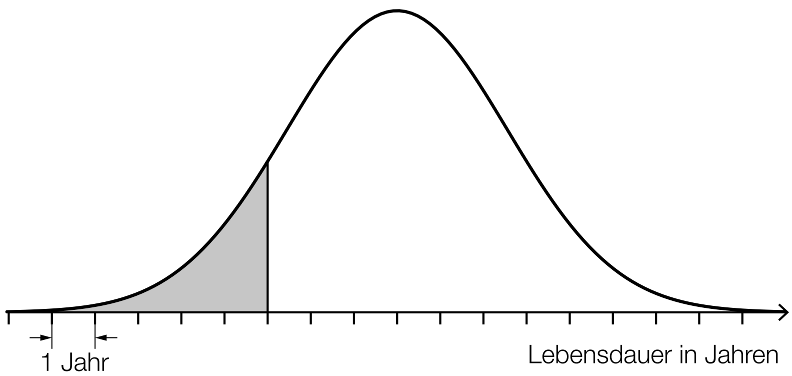
a3)

$N_1(t) = N_2(t)$	A
$N_1'(t) = N_2'(t)$	B

A	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist {0; 1}.
B	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall]0; 1[.
C	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall [1; ∞[.
D	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist {0}.

a1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von λ.
a3) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

b1)



b2) X ... Lebensdauer in Jahren

$P(X \leq 7) = 0{,}12$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\sigma = 2{,}55...$ Jahre

b1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Standardabweichung.

c1) $20 \cdot 1\,430 - 28\,000 = 600$

Der Gewinn beim Verkauf von 1 430 Stück beträgt 600 Euro, daher wird der Break-even-Point bei weniger als 1 430 Stück erreicht.

c2) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$p(x) = 64{,}7 \cdot e^{-0{,}00083 \cdot x}$ *(Parameter gerundet)*

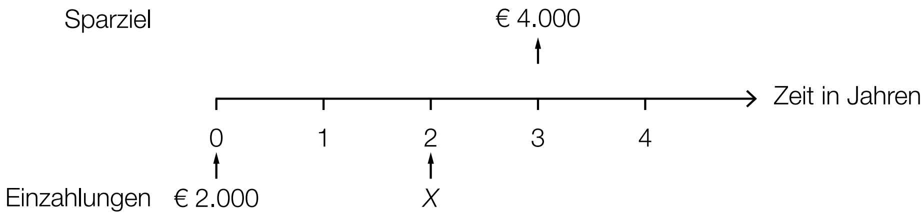
c3) Die Sättigungsmenge ist die Nullstelle der Preis-Absatz-Funktion. Da hier ein exponentielles Modell gewählt wurde, gibt es keine Nullstelle.

c1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
c2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung von p.
c3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

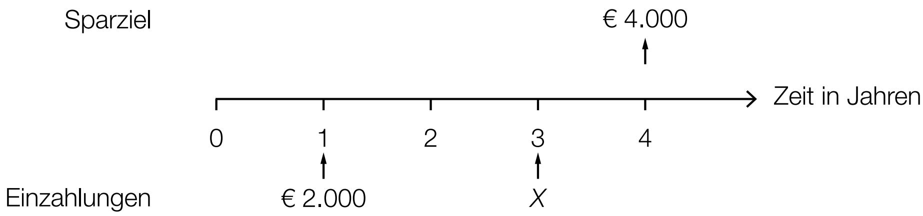
Aufgabe 8 (Teil B)

Esszimmereinrichtung

a1)



oder:



a2) $X = \frac{4\,000}{1 + i} - 2\,000 \cdot (1 + i)^2$

a1) Ein Punkt für das richtige Veranschaulichen auf der Zeitachse.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b1) „Monatlich € 1,65 pro € 100" bedeutet, dass der Zinssatz 1,65 % p. m. beträgt.
$i = 1{,}0165^{12} - 1 = 0{,}2169...$

Der Jahreszinssatz beträgt also rund 21,7 %.

b2) $X = 4\,000 \cdot 1{,}217 - 370 \cdot \frac{1{,}217^{\frac{12}{12}} - 1}{1{,}217^{\frac{1}{12}} - 1} = 2{,}053...$
Der Restbetrag hat eine Höhe von € 2,05.

b3)

$W = \frac{R}{q_{12}} + \frac{R}{q_{12}^2} + \frac{R}{q_{12}^3}$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe des Restbetrags.
b3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1) Die Zinsen im Jahr 3 sind (trotz gleichbleibender Annuität) höher als im Jahr 2.

c2) $i = \frac{Z_5}{K_4} = \frac{36{,}13}{903{,}24} = 0{,}0400...$
Der Zinssatz im Jahr 5 beträgt rund 4 %.

c3)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
5	€ 36,13	**€ 903,24**	**€ 939,37**	€ 0,00

c1) Ein Punkt für das richtige Erklären.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Zinssatzes.
c3) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Zahlen.

Aufgabe 6 (Teil B)

Süßwarenproduktion

a1) Wenn $K_A(x_1) = K_B(x_1)$ gilt, dann gilt auch $\frac{K_A(x_1)}{x_1} = \frac{K_B(x_1)}{x_1}$, daher sind die jeweiligen Durchschnittskosten in beiden Werken gleich hoch.

a2) $K_B(x) = 0{,}3 \cdot x + 260$

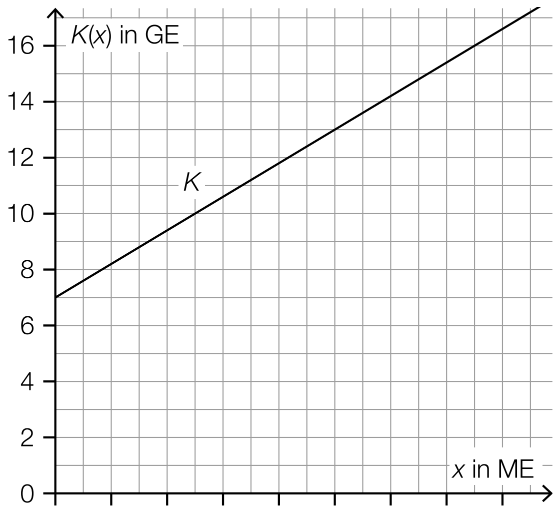
a3) $K_A'(x) = K_B'(x)$ *oder* $0{,}0002 \cdot x + 0{,}17 = 0{,}3$
$x = 650$

Bei einer Produktion von 650 ME sind die jeweiligen Grenzkosten in beiden Werken gleich hoch.

a1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von K_B.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Produktionsmenge.

b1) $a = 0{,}6$ GE/ME

b2)



b1) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Wertes von a.
b2) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen der Kostenfunktion K.

c1) $G(x) = E(x) - K(x)$
$G(x) = -0{,}0003 \cdot x^3 + 0{,}017 \cdot x^2 + 1{,}1 \cdot x - 40$

c2) $G'(x) = 0$ *oder* $-0{,}0009 \cdot x^2 + 0{,}034 \cdot x + 1{,}1 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 58{,}62\ldots$ $(x_2 = -20{,}84\ldots)$
$G(58{,}62\ldots) = 22{,}46\ldots$

Der maximale Gewinn beträgt rund 22,5 GE.

c3) Das Betriebsoptimum bei der Produktion von Schokolinsen liegt bei rund 52,5 ME.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von *G*.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des maximalen Gewinns.
c3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 7 (Teil B)

Autokauf

a1) $15\,000 = 216 \cdot \frac{q_{12}^{84} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{84}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$q_{12} = 1{,}00463...$
$i_{12} = 0{,}46...\ \%$

a2) X ist die Restschuld nach 24 Monaten (2 Jahren) in Euro.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Monatszinssatzes.
a2) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.

b1) $i_{12} = \sqrt[12]{1{,}062} - 1 = 0{,}005025...$

Der zu 6,2 % p.a. äquivalente Monatszinssatz beträgt rund 0,503 %.

Eine Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes als $\frac{6{,}2\ \%}{12} = 0{,}5166...\ \%$ *ist als falsch zu werten.*

b2)

Monat	Zinsanteil	Tilgungsanteil	monatliche Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 15.000,00
1	**€ 75,38**	**€ 143,97**	**€ 219,35**	**€ 14.856,03**

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des äquivalenten Monatszinssatzes.
b2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Ausschnitts des Tilgungsplans.

c1)

Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum heutigen Zeitpunkt berechnet.	A
Es wird die Summe der Werte der beiden Spareinlagen zum Zeitpunkt der Einzahlung von B_2 berechnet.	D

A	$B_1 \cdot 1{,}01^5 + B_2 \cdot 1{,}01^3$
B	$B_1 + B_2 \cdot 1{,}01^{-2}$
C	$B_1 \cdot 1{,}01^5 + B_2 \cdot 1{,}01^2$
D	$B_1 \cdot 1{,}01^2 + B_2$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

d1) $f(t) = k \cdot t + d$

$k = \frac{10\,000 - 15\,000}{3 - 1} = -2\,500$

$d = 15\,000 + 2\,500 = 17\,500$

$f(t) = -2\,500 \cdot t + 17\,500$

d2) Gemäß diesem Modell nimmt der Wert des Autos um € 2.500 pro Jahr ab.

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von f.
d2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit.

Aufgabe 8 (Teil B)

Seminarprüfungen

a1) Prüfungen der Niveaustufe *A* enthalten keine schwierigen Prüfungsfragen.

a2) $\boldsymbol{V_1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ und $\boldsymbol{V_2} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

a3) $\vec{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{V_1} \cdot \boldsymbol{V_2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 15 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 \\ 62 \\ 20 \end{pmatrix}$

a4) $t = (t_1 \;\; t_2 \;\; t_3) \cdot \vec{\boldsymbol{a}}$

oder:

$t = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \cdot \vec{\boldsymbol{a}}$ (als Skalarprodukt)

oder:

$t = 38 \cdot t_1 + 62 \cdot t_2 + 20 \cdot t_3$

a1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der beiden Matrizen $\boldsymbol{V_1}$ und $\boldsymbol{V_2}$.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Vektors $\vec{\boldsymbol{a}}$.
a4) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

b1)

$\boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{S}$ ist eine 3×3-Matrix.	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

c1)

	männlich	weiblich	Summe
positiv	0,38	**0,34**	0,72
negativ	**0,20**	**0,08**	0,28
Summe	0,58	0,42	1

c2) $P(„\text{männlich}“ \mid „\text{negativ}“) = \frac{0{,}2}{0{,}28} = 0{,}714...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 71 %.

c3)

	männlich	weiblich	Summe
positiv	**0,44**	**0,36**	0,80
negativ	**0,11**	**0,09**	0,20
Summe	0,55	0,45	1

c1) Ein Punkt für das richtige Ergänzen der 3 leeren Felder der Vierfeldertafel.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Wahrscheinlichkeit.
c3) Ein Punkt für das richtige Ergänzen der 4 fehlenden Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel.

Aufgabe 6 (Teil B)

Abfindung

a1) $80\,000 = \frac{25\,000}{(1+i)^3} + \frac{30\,000}{(1+i)^6} + \frac{35\,000}{(1+i)^9}$

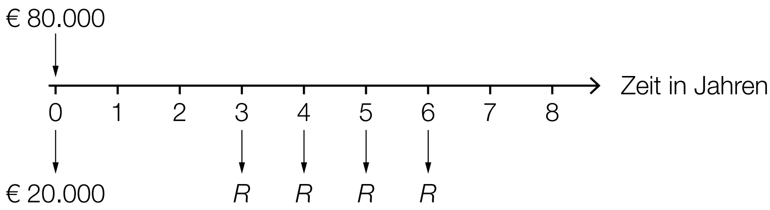
a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$i = 0{,}01893...$

Der Jahreszinssatz beträgt rund 1,89 %.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes.

b1)



b1) Ein Punkt für das richtige Darstellen auf der Zeitachse.

c1) Der (äquivalente) Quartalszinssatz beträgt rund 0,4962... %.

c2) Quartalsaufzinsungsfaktor $q_4 = 1{,}02^{\frac{1}{4}}$

$$80\,000 \cdot 1{,}02 = 4\,000 \cdot \frac{q_4^n - 1}{q_4 - 1} \cdot \frac{1}{q_4^{n-1}}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 21{,}4...$

Es werden 21 volle Quartalsraten ausgezahlt.

c3) $\left(80\,000 \cdot 1{,}02 - 4\,000 \cdot \frac{q_4^{21} - 1}{q_4 - 1} \cdot \frac{1}{q_4^{20}}\right) \cdot q_4^{21} = 1\,799{,}003...$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 1.799,00.

c1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der vollen Quartalsraten.
c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe der Restzahlung.

d1) Restschuld im Jahr 14: 966,95 + 9680,57 = 10647,52

Zinssatz: $i = \frac{319{,}43}{10647{,}52} = 0{,}030... \approx 3\ \%$

d2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
16	**€ 29,01**	**€ 966,95**	**€ 995,96**	€ 0,00

d1) Ein Punkt für das richtige Zeigen.
d2) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen der letzten Zeile des Tilgungsplans.

Aufgabe 7 (Teil B)

Farben und Lacke

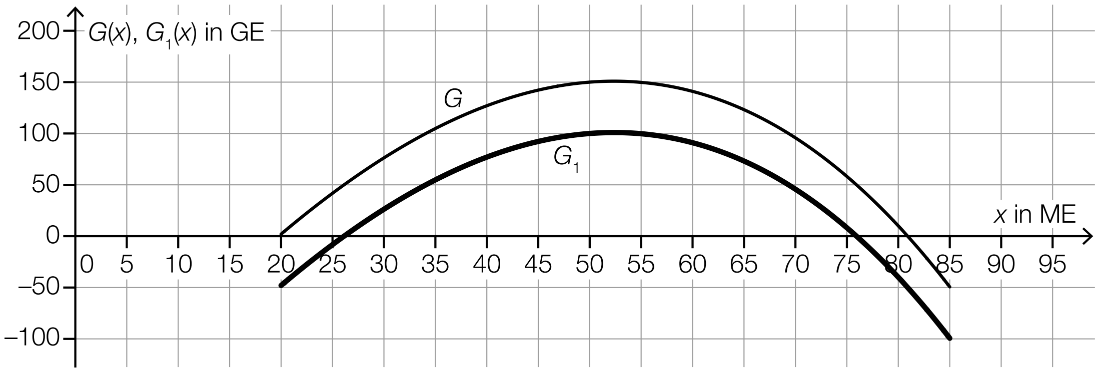
a1)

①	
$c < 0$	☒

②	
die Grenzkosten bei der Produktionsmenge 0 negativ sind	☒

a1) Ein Punkt für das Ankreuzen der beiden richtigen Satzteile.

b1)



b2) Die untere Gewinngrenze liegt bei rund 26 ME.
Toleranzbereich: [25; 28]

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen des Graphen von G_1 im Intervall [20; 85].
b2) Ein Punkt für das richtige Ablesen der unteren Gewinngrenze.

c1) $p(x) = k \cdot x + d$
$p(0) = 60$
$d = 60$

$p(200) = 20$
$k \cdot 200 + 60 = 20$
$k = -0{,}2$

$p(x) = -0{,}2 \cdot x + 60$

c2) Die Steigung –0,2 gibt an, dass eine Preissenkung um 0,2 €/L zu einer Absatzsteigerung um 1 L führt.

oder:

Soll die Absatzmenge um 1 L gesteigert werden, so muss der Preis um 0,2 €/L gesenkt werden.

c3) $p(x) = 0$ *oder* $-0{,}2 \cdot x + 60 = 0$
$x = 300$

Die Sättigungsmenge beträgt 300 L.

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung von p.
c2) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Sättigungsmenge.

d1) $M = 0{,}14 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot A = 0{,}1848 \cdot A$

d1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

Aufgabe 8 (Teil B)

Thermometer

a1) Die tatsächliche Temperatur des Wassers beträgt 38 °C.

oder:

Der Grenzwert der angezeigten Temperatur beträgt 38 °C.

a2) $f'(t) = 1{,}6624... \cdot 0{,}758^t$
$0{,}01 = 1{,}6624... \cdot 0{,}758^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 18{,}4\dots$
Nach etwa 18 s ertönt der Piepton.

a1) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Zeit, nach der der Piepton ertönt.

b1) I: $g(0) = 33$
II: $g(4) = 36$

oder:

I: $c - a = 33$
II: $c - a \cdot e^{-0{,}275 \cdot 4} = 36$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 4{,}49\dots$
$c = 37{,}49\dots$

b1) Ein Punkt für das richtige Erstellen des Gleichungssystems.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Parameter *a* und *c*.

c1) $\mu = 37{,}0$ °C

c2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt 20 %.

c3) $\mu = 37$ und $P(X \leq 36{,}9) = 0{,}2$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 0{,}118...$

Auch ein näherungsweises Ermitteln der Standardabweichung mithilfe der Abbildung ist als richtig zu werten. (Toleranzbereich: [0,11; 0,13])

c1) Ein Punkt für das richtige Ablesen des Erwartungswerts μ.
c2) Ein Punkt für das richtige Ablesen der Wahrscheinlichkeit.
c3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Standardabweichung σ.

Aufgabe 7 (Teil B)

Puddingmischungen

a1) $\frac{0{,}18}{0{,}18 + 0{,}07} = 0{,}72$

In einem Becher M_1 sind 72 % Schokoladepudding enthalten.

a2) Matrix für den Mengenbedarf an reinen Puddingsorten für die Mischsorten:

$\begin{pmatrix} 0{,}18 & 0{,}11 \\ 0{,}07 & 0{,}14 \end{pmatrix}$

Matrix für den Mengenbedarf an Mischsorten für die Packungen:

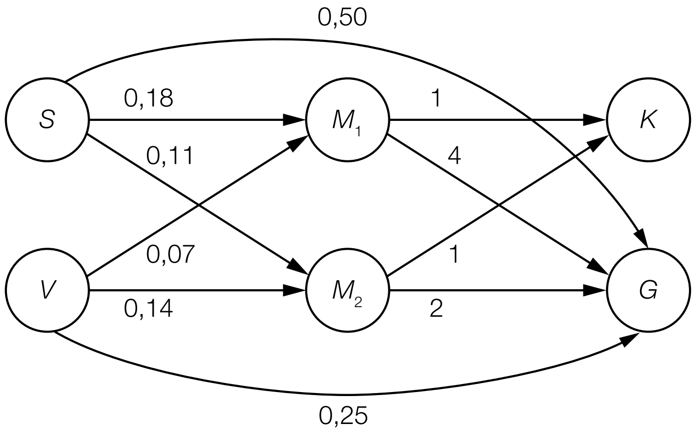
$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

a3) $\begin{pmatrix} 0{,}18 & 0{,}11 \\ 0{,}07 & 0{,}14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 275 \\ 175 \end{pmatrix}$

Für diese Bestellung werden 275 L Schokoladepudding und 175 L Vanillepudding benötigt.

a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes.
a2) Ein Punkt für das richtige Übertragen des Gozinto-Graphen in 2 Matrizen.
a3) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der jeweils benötigten Menge in Litern.

b1)



b2) $\vec{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 375 \\ 225 \\ 1\,100 \\ 700 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix}$

b3) Für diese Nachfrage werden 700 Becher M_2 benötigt.

b4) Zum 1. Eintrag des Vektors $\vec{\boldsymbol{x}}_1$ wird 100 addiert.

b1) Ein Punkt für das richtige Einzeichnen der beiden neuen Verflechtungen.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln des Vektors $\vec{\boldsymbol{x}}$.
b3) Ein Punkt für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang.
b4) Ein Punkt für das richtige Beschreiben.

c1)

Anzahl der Matrixelemente von ***B***	D
Anzahl der Zeilen von ***B***	B

A	$a \cdot b \cdot c$
B	$a + b + c$
C	$(a + b + c) \cdot 2$
D	$(a + b + c)^2$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.

Aufgabe 8 (Teil B)

Scheiben für PKWs

a1) $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$

$E(180) = 0$
$E(90) = 1\,200$

oder:

$a \cdot 180^2 + b \cdot 180 = 0$
$a \cdot 90^2 + b \cdot 90 = 1\,200$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = -\frac{4}{27} = -0{,}148...$

$b = \frac{80}{3} = 26{,}6...$

$E(x) = -\frac{4}{27} \cdot x^2 + \frac{80}{3} \cdot x$

a2) $p_N(x) = -\frac{4}{27} \cdot x + \frac{80}{3}$

a3) [40; 95]
Toleranzbereich für die obere Gewinngrenze: [93; 97]

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Erlösfunktion E.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage p_N.
a3) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Gewinnzone.

b1) $\overline{K}(x) = 0{,}0029 \cdot x^2 - 0{,}45 \cdot x + 24 + \frac{450}{x}$
$\overline{K}'(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 87{,}678...$
$\overline{K}(87{,}678...) = 11{,}970...$

Die langfristige Preisuntergrenze beträgt rund 11,97 GE/ME.

b2)

Fixkosten	☒

b3) Höchstpreis: 30 GE/ME

b4) $G(x) = p_N(x) \cdot x - K(x) = -0{,}0029 \cdot x^3 + 0{,}29 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 450$
$G'(x) = -0{,}0087 \cdot x^2 + 0{,}58 \cdot x + 6$

$G'(x) = 0$ *oder* $-0{,}0087 \cdot x^2 + 0{,}58 \cdot x + 6 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$(x_1 = -9{,}102...)$, $x_2 = 75{,}768...$
$p_N(75{,}768...) = 17{,}876...$

Der Cournot'sche Preis beträgt rund 17,88 GE/ME.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der langfristigen Preisuntergrenze.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
b3) Ein Punkt für das Angeben des richtigen Höchstpreises.
b4) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Cournot'schen Preises.

Aufgabe 9 (Teil B)

Zinsentwicklung

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$y = 1{,}3031 \cdot x - 2{,}7216$ *(Koeffizienten gerundet)*
x ... Zinssatz für Konsumkredite in % p. a.
y ... Zinssatz für Immobilienkredite in % p. a.

a2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$r = 0{,}9909...$

Der Korrelationskoeffizient liegt sehr nahe bei 1, daher besteht ein starker positiver linearer Zusammenhang zwischen dem Zinssatz für Konsumkredite und dem Zinssatz für Immobilienkredite.

a3) Mit $x = 4{,}89$ erhält man:
$1{,}3031... \cdot 4{,}89 - 2{,}7216... = 3{,}65...$
tatsächlicher Zinssatz: 3,58
Differenz der Zinssätze: $3{,}65... - 3{,}58 = 0{,}07...$
Auch –0,07... ist als richtig zu werten.

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung der Regressionsgeraden.
a2) Ein Punkt für das richtige Beurteilen mithilfe des Korrelationskoeffizienten.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Differenz.

b1) Zinssatz im Jahr 1: $\frac{2\,100}{50\,000} = 0{,}042$

Zinssatz im Jahr 2: $\frac{1\,894{,}2}{45\,100} = 0{,}042$

Zinssatz im Jahr 3: $\frac{1\,399{,}8}{39\,994{,}2} = 0{,}035...$

Der Zinssatz hat sich im Jahr 3 verändert.

b2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000,00
1	€ 2.100,00	€ 4.900,00	€ 7.000,00	€ 45.100,00
2	€ 1.894,20	€ 5.105,80	€ 7.000,00	€ 39.994,20
3	€ 1.399,80	**€ 5.600,20**	€ 7.000,00	**€ 34.394,00**

b1) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
b2) Ein Punkt für das Eintragen der beiden richtigen Beträge.

c1) $E = B \cdot (1 + i_0)^2 \cdot (1 + i_1)^3$

c2) $B \cdot 1{,}03^2 \cdot 1{,}01^3 = B \cdot (1 + i)^5$
$i = 0{,}01795... = 1{,}795...\ \%$

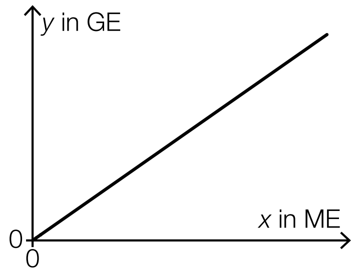
Eine Berechnung von i *mithilfe eines arithmetischen Mittels ist als falsch zu werten.*

c1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes *i*.

Aufgabe 6 (Teil B)

Möbel

a1)

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>
</td><td>☒</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.

b1) Im Produktionsintervall [0; 400[ist der Verlauf der Kostenfunktion degressiv.
Toleranzbereich für die obere Intervallgrenze [325; 475]
Auch die Angabe als abgeschlossenes oder offenes Intervall ist als richtig zu werten.

b2) $\overline{K}_1(200) = \frac{K_1(200)}{200} = \frac{70\,000}{200} = 350$
Die Stückkosten betragen 350 GE* pro Stück.

b3) Die Grenzkostenfunktion ist die Ableitung der Kostenfunktion. Die Fixkosten fallen beim Ableiten als konstantes Glied weg.

b1) Ein Punkt für das Ablesen des richtigen Produktionsintervalls.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Stückkosten.
b3) Ein Punkt für das richtige Begründen.

* Aktualisiert am 25.5.2021.

c1) $0{,}001 \cdot 100^3 - 0{,}9 \cdot 100^2 + a \cdot 100 + 3000 = 35000 \quad \Rightarrow \quad a = 400$

c2) $\overline{K}_2(x) = \frac{K_2(x)}{x} = 0{,}001 \cdot x^2 - 0{,}9 \cdot x + 400 + \frac{3000}{x}$

$\overline{K}_2'(x) = 0{,}002 \cdot x - 0{,}9 - \frac{3000}{x^2}$

$\overline{K}_2'(x) = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x = 457{,}1\ldots$

Das Betriebsoptimum liegt bei einer Produktion von rund 457 Kommoden.

c3) $K_2(60) = 23976$

$p = \frac{23976}{60} = 399{,}6$

Der Preis beträgt 399,60 GE pro Kommode.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Koeffizienten *a*.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Betriebsoptimums.
c3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Preises.

Aufgabe 7 (Teil B)

Reisebus

a1)

Jahr	Einnahmen in €	Ausgaben in €
0		180 000
1	50 000	20 000
2	50 000	20 000
3	50 000	20 000
4	50 000	20 000
5	50 000	20 000
6	90 000	20 000

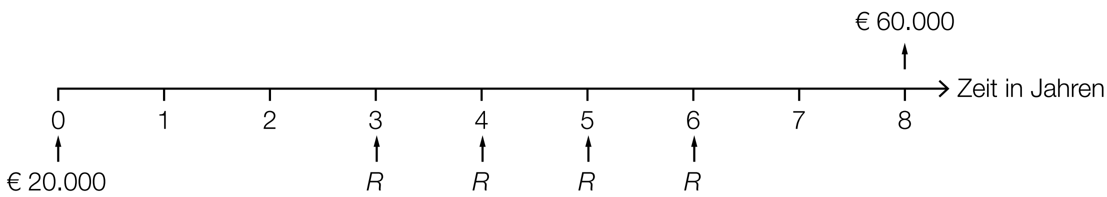
a2) Da die Summe der Einnahmen (€ 340.000) höher als die Summe der Ausgaben (€ 300.000) ist, könnte die Investition vorteilhaft sein.

a3) $C_0 = -180\,000 + \frac{30\,000}{1{,}04} + \frac{30\,000}{1{,}04^2} + \frac{30\,000}{1{,}04^3} + \frac{30\,000}{1{,}04^4} + \frac{30\,000}{1{,}04^5} + \frac{70\,000}{1{,}04^6} = 8\,876{,}6...$

Der Kapitalwert beträgt rund € 8.877.

a1) Ein Punkt für das richtige Übertragen aller Einnahmen und Ausgaben.
a2) Ein Punkt für das richtige Erklären.
a3) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Kapitalwerts.

b1)



b2) $R = (60\,000 - 20\,000 \cdot 1{,}021^8) \cdot \dfrac{1{,}021 - 1}{(1{,}021^4 - 1) \cdot 1{,}021^2} = 8\,455{,}200...$

Die Höhe von R beträgt € 8.455,20.

b1) Ein Punkt für das richtige Eintragen der vier Zahlungen.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Höhe von R.

c1)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
2				€ 35.331,00
3	€ 1.059,93	€ 2.440,07	**€ 3.500,00**	

c2) $35\,331 = 3\,500 \cdot \dfrac{1{,}03^n - 1}{1{,}03 - 1} \cdot \dfrac{1}{1{,}03^n}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 12{,}204...$

$\left(35\,331 - 3\,500 \cdot \dfrac{1{,}03^{12} - 1}{1{,}03 - 1} \cdot \dfrac{1}{1{,}03^{12}}\right) \cdot 1{,}03^{13} = 722{,}498...$

Die Höhe des Restbetrags beträgt € 722,50.

c1) Ein Punkt für das Eintragen der richtigen Höhe der Annuität.
c2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Höhe des Restbetrags.

Aufgabe 8 (Teil B)

Handyproduktion

a1) $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} 25 & 33 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

a2) $5 \cdot 5 + 7 \cdot x = 46 \quad \Rightarrow \quad x = 3$
$1 \cdot 5 + 2 \cdot x = 11 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

Für die Punktevergabe ist eine der beiden Gleichungen ausreichend.

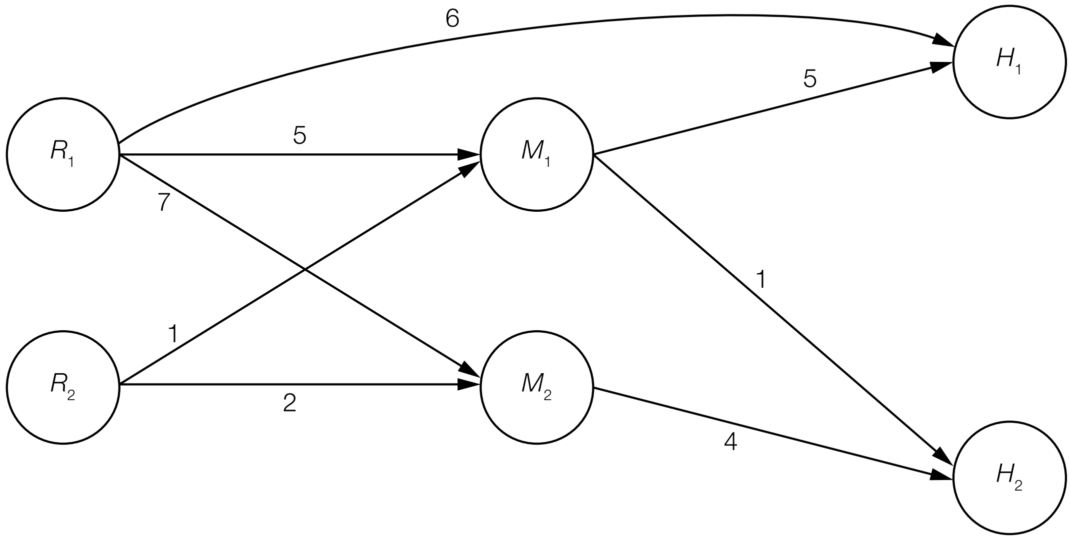
a1) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Matrix $\boldsymbol{A}$.
a2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln von x.

b1) Es wird die Anzahl der Mikrochips M_1 und M_2 berechnet, die für die Produktion von x_1 Handys vom Modell H_1 und x_2 Handys vom Modell H_2 benötigt werden.

b2) Zeilenanzahl: 1
Spaltenanzahl: 1

b1) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.
b2) Ein Punkt für das richtige Ermitteln der Zeilen- und der Spaltenanzahl.

c1)



c2) Es werden insgesamt 3000 Mikrochips täglich nachgefragt.

c1) Ein Punkt für das richtige Vervollständigen des Gozinto-Graphen.
c2) Ein Punkt für das Ablesen der richtigen Anzahl.

d1) Mindestens einer der beiden Fehler tritt auf.

d2) Die Ereignisse „Displayfehler“ (D) und „Akkufehler“ (A) sind unabhängig, wenn gilt:
$P(D) \cdot P(A) = P(D \cap A)$
$P(D \cap A) = 0{,}01$
$P(D) \cdot P(A) = 0{,}02 \cdot 0{,}03 = 0{,}0006 \neq 0{,}01$

Daher sind die beiden Ereignisse nicht unabhängig.

d3) $P(A \mid D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0{,}01}{0{,}02} = \frac{1}{2}$
Die Wahrscheinlichkeit, dass unter dieser Bedingung ein Akkufehler auftritt, beträgt 50 %.

d1) Ein Punkt für das richtige Beschreiben im gegebenen Sachzusammenhang.
d2) Ein Punkt für das richtige nachweisliche Überprüfen.
d3) Ein Punkt für das richtige Berechnen der bedingten Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 6 (Teil B)

Streaming

Möglicher Lösungsweg

a1) $N(t) = 1\,000 \cdot 1{,}2^t$

a2) $N(7) = 3\,583{,}1...$

Zur Zeit $t = 7$ nutzen rund 3583 Kunden das Angebot.

a3) $N(t) = 8\,000$ *oder* $1\,000 \cdot 1{,}2^t = 8\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 11{,}40...$

b1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:
$A(t) = 5\,820 \cdot t - 82\,919$ *(Koeffizienten gerundet)*

c1) 27 Monate nach der Markteinführung wächst die Anzahl der Kunden am stärksten.
Toleranzbereich: [25; 29]

c2) $f(0) = 1\,000$ *oder* $\frac{150\,000}{1 + c} = 1\,000 \quad \Rightarrow \quad c = 149$

$f(27) = 75\,000$ *oder* $\frac{150\,000}{1 + 149 \cdot e^{-\lambda \cdot 27}} = 75\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}185...$

Die Verwendung anderer Punkte auf dem Graphen von f *für das Ermitteln des Parameters* λ *ist ebenfalls als richtig zu werten.*

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
a2) 1 × B1: für das richtige Berechnen der Anzahl der Kunden
a3) 1 × B2: für das richtige Berechnen der Zeitdauer
b1) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Zeitpunkts des stärksten Wachstums (Toleranzbereich: [25; 29])
c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln des Parameters c
1 × B2: für das richtige Ermitteln des Parameters λ

Aufgabe 7 (Teil B)

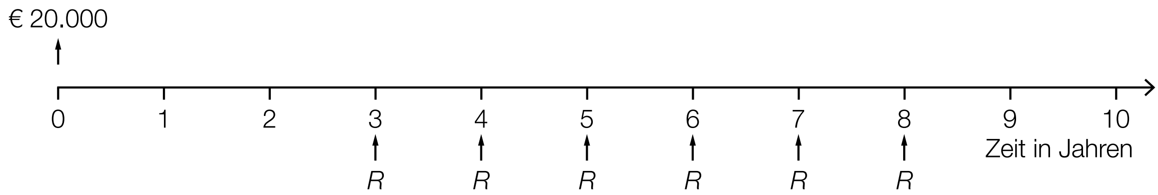
Wohnanlage

Möglicher Lösungsweg

a1) $52\,647{,}60 \cdot \frac{102}{52 + 60 + 78 + 102} = 18\,390{,}60$

Der Kostenanteil für die Sanierung der größten Wohnung beträgt € 18.390,60.

b1)



b2) $20\,000 \cdot (1 + i)^3 = R \cdot \frac{(1 + i)^6 - 1}{i} \cdot \frac{1}{(1 + i)^5}$

Auch eine Verwendung des Aufzinsungsfaktors q = 1 + i *ist als richtig zu werten.*

b3) Da das Geld früher zurückgezahlt wird, fallen weniger Zinsen an, und damit sind die Raten weniger als doppelt so hoch.

c1) $i = \frac{600}{20\,000} = 0{,}03 = 3\ \%$

c2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	– – –	– – –	– – –	€ 20.000,00
1	€ 600,00	**€ 0,00**	€ 600,00	
2	€ 600,00		€ 5.500,00	€ 15.100,00
3			€ 5.500,00	€ 10.053,00
4			€ 5.500,00	€ 4.854,59
5	**€ 145,64**	**€ 4.854,59**	**€ 5.000,23**	€ 0,00

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Kostenanteils
b1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen des Zahlungsstroms auf der Zeitachse
b2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung
b3) 1 × D: für das richtige Argumentieren
c1) 1 × B1: für das richtige Berechnen des Jahreszinssatzes
c2) 1 × A: für das richtige Eintragen des Tilgungsanteils im Jahr 1
1 × B2: für das richtige Eintragen der 3 Beträge in die letzte Zeile des Tilgungsplans

Aufgabe 8 (Teil B)

Scharniere

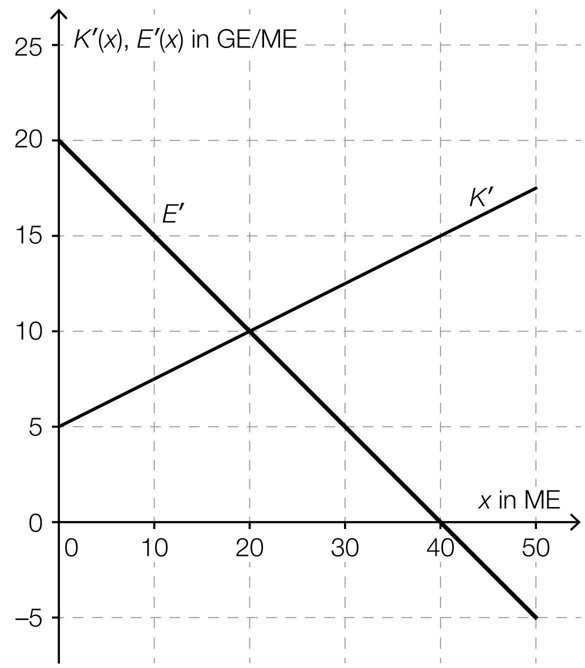
Möglicher Lösungsweg

a1) $K'(x) = 0{,}25 \cdot x + 5$
x ... Produktionsmenge in ME
$K'(x)$ ... Grenzkosten bei der Produktionsmenge x in GE

a2) $K(x) = \int (0{,}25 \cdot x + 5)\,\mathrm{d}x = 0{,}125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + C$

$K(0) = 50 \quad \Rightarrow \quad C = 50$
$K(x) = 0{,}125 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 50$

a3)



a4) Die Nullstelle der Grenzerlösfunktion ist diejenige Absatzmenge, bei der der Erlös maximal ist.

b1) Bei dieser Produktionsmenge handelt es sich um das Betriebsoptimum.

oder:

Bei dieser Produktionsmenge sind die Durchschnittskosten minimal.

b2) $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

c1)

$G(x) > 0$ und $G'(x) > 0$	B
$G(x) < 0$ und $G'(x) < 0$	D

A	Punkt *A*
B	Punkt *B*
C	Punkt *C*
D	Punkt *D*

d1) $G(x) = 0$ *oder* $-0{,}01 \cdot x^3 + 0{,}28 \cdot x^2 + 1{,}75 \cdot x - 50 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 13{,}48...$ $(x_2 = 27{,}83...;\ x_3 = -13{,}31...)$
Die untere Gewinngrenze liegt bei rund 13,5 ME.

d2) $G'(x) = 0$ *oder* $-0{,}03 \cdot x^2 + 0{,}56 \cdot x + 1{,}75 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 21{,}39...$ $(x_2 = -2{,}72...)$
$G(21{,}39...) = 17{,}67...$
Der maximale Gewinn beträgt rund 17,7 GE.

Lösungsschlüssel

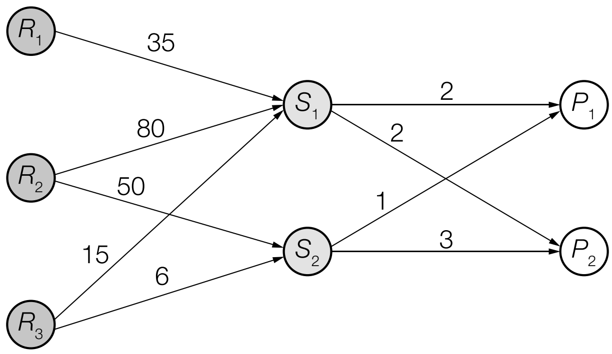
a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung der Grenzkostenfunktion
a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion
a3) 1 × A3: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Grenzerlösfunktion
a4) 1 × C: für das richtige Interpretieren der Nullstelle der Grenzerlösfunktion in Bezug auf den Erlös
b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × D: für das richtige Zeigen
c1) 1 × C: für das richtige Zuordnen
d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der unteren Gewinngrenze
d2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns

Aufgabe 6 (Teil B)

Seifenherstellung

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) Matrix für 1. Produktionsstufe: $\begin{pmatrix} 35 & 0 \\ 80 & 50 \\ 15 & 6 \end{pmatrix}$

Matrix für 2. Produktionsstufe: $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

a3) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 35 & 0 \\ 80 & 50 \\ 15 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 & 70 \\ 210 & 310 \\ 36 & 48 \end{pmatrix}$

a4) $\begin{pmatrix} 70 & 70 \\ 210 & 310 \\ 36 & 48 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\,500 \\ 13\,500 \\ 2\,160 \end{pmatrix}$

Für diese Bestellung benötigt man 3500 ME von R_1, 13500 ME von R_2 und 2160 ME von R_3.

b1) Für 1 ME von S_3 und 1 ME von S_4 benötigt man insgesamt 18,1 ME von R_3 (Natronlauge).

b2) In einer Geschenkpackung befinden sich 4 ME Seife.

b3) Rohstoffbedarf R_1: $15 \cdot 50 + 10 \cdot 50 = 1\,250$
Rohstoffbedarf R_2: $75 \cdot 50 + 52 \cdot 50 = 6\,350 > 6\,340$
Nein, diese Mengen können nicht hergestellt werden, da von R_2 zu wenig auf Lager ist.

Lösungsschlüssel

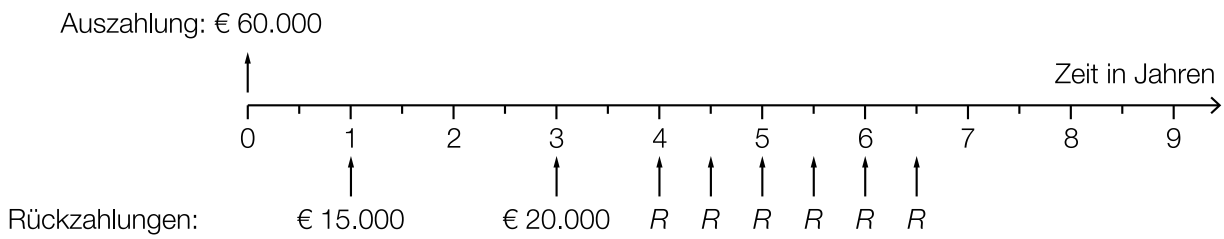
a1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen als Gozinto-Graph
a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen der beiden Matrizen
a3) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Matrix ***A***
a4) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Mengenbedarfs
b1) 1 × C1: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × C2: für das richtige Ablesen
b3) 1 × D: für das richtige nachweisliche Überprüfen

Aufgabe 7 (Teil B)

Obsthändler

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $60\,000 = \frac{15\,000}{1{,}03^2} + \frac{20\,000}{1{,}03^6} + R \cdot \frac{1{,}03^6 - 1}{0{,}03} \cdot \frac{1}{1{,}03^{13}} \quad \Rightarrow \quad R = 6\,609{,}203...$

Die Ratenhöhe beträgt € 6.609,20.

b1) q_{12} ... monatlicher Aufzinsungsfaktor

$$60\,000 = 2\,400 \cdot \frac{q_{12}^{24} - 1}{q_{12} - 1}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1{,}00353...$

$i = q_{12}^{12} - 1 = 0{,}04319...$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 4,32 %.

b2) Im Falle vorschüssiger Einzahlungen wird jede Einzahlung 1 Monat länger verzinst. Da der Endwert gleich hoch ist, muss im Vergleich zu nachschüssigen Einzahlungen der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger sein.

c1) $\mu = 16$ ME
$P(X \leq 14) = 0{,}2$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz: $\sigma = 2{,}376...$
Die Standardabweichung beträgt rund 2,38 ME.

c3) $\frac{5-2}{5} = 0{,}6$

Ablesen derjenigen Menge q, für die gilt: $P(X \leq q) = 0{,}6$
$q \approx 16{,}6$ ME
Toleranzbereich: [16,4; 16,8]

c4)

Wenn sowohl p als auch c verdoppelt werden, bleibt der Wert des Ausdrucks $\frac{p-c}{p}$ unverändert.	☒

Lösungsschlüssel

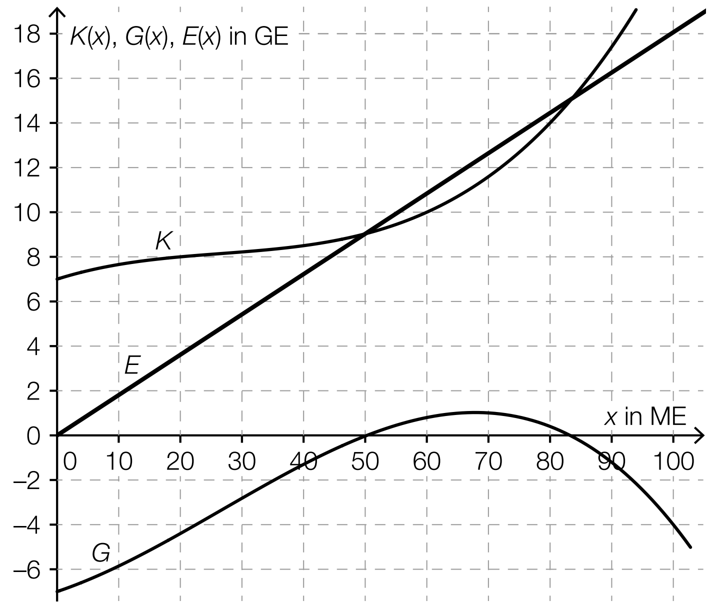
a1) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen der Rückzahlungen
a2) 1 × A2: für den richtigen Ansatz
1 × B: für das richtige Berechnen der Ratenhöhe
b1) 1 × B: für das richtige Berechnen des effektiven Jahreszinssatzes
b2) 1 × D: für das richtige Begründen
c1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Erwartungswerts und der Wahrscheinlichkeit
c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Standardabweichung
c3) 1 × C2: für das richtige Ermitteln der optimalen Bestandsmenge (Toleranzbereich: [16,4; 16,8])
c4) 1 × C3: für das richtige Ankreuzen

Aufgabe 8 (Teil B)

Produktion von CD-Rohlingen und DVD-Rohlingen

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $p = \frac{E(100)}{100} = \frac{18}{100} = 0{,}18$

Der Preis beträgt 0,18 GE/ME.

Toleranzbereich: [0,16; 0,20]

a3) $G_{max} \approx 1$ GE

Toleranzbereich: [0,8; 1,2]

b1)

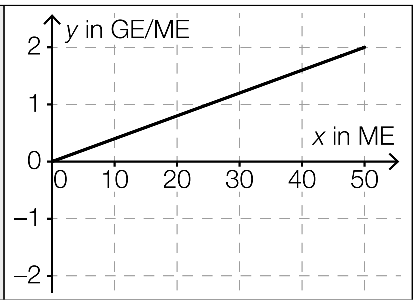
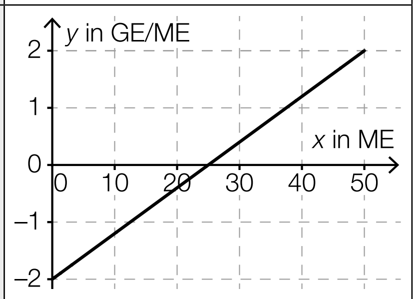
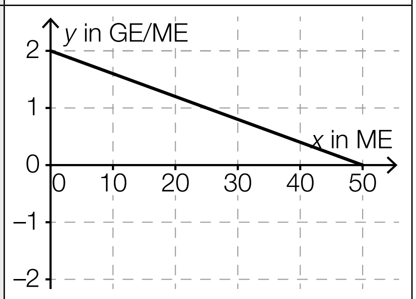
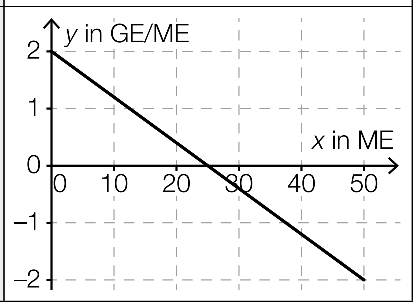
$-\frac{b}{a}$	☒

c1) $k = 1{,}2$ GE/ME

c2) Wird bei einem Absatz von 10 ME der Absatz um 1 ME erhöht, dann steigt der Erlös um rund 1,2 GE.

c3)

Grenzerlösfunktion E'	D
Preisfunktion der Nachfrage p_N	C

A	
B	
C	
D	

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion
a2) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Preises (Toleranzbereich: [0,16; 0,20])
a3) 1 × C: für das richtige Ablesen des maximalen Gewinns (Toleranzbereich: [0,8; 1,2])
b1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen
c1) 1 × C1: für das richtige Bestimmen der Steigung
c2) 1 × C2: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
c3) 1 × C3: für das richtige Zuordnen

Aufgabe 6 (Teil B)

Sozialausgaben

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$S_1(t) = 2{,}61 \cdot t + 35{,}3$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit in Jahren ($t = 0$ für das Jahr 1990)
$S_1(t)$ ... Sozialausgaben zur Zeit t in Milliarden Euro

a2) Gemäß diesem Modell steigen die Sozialausgaben um rund 2,61 Milliarden Euro pro Jahr.

a3) $S_1(30) = 2{,}61 \cdot 30 + 35{,}3 = 113{,}64...$
Für das Jahr 2020 sind Sozialausgaben in Höhe von rund 113,6 Milliarden Euro zu erwarten.

b1) Im Zeitraum von 2005 bis 2010 stiegen die Sozialausgaben um durchschnittlich rund 4,3 % pro Jahr.

b2) $S_2(t) = 102{,}5 \cdot 1{,}025^t$

c1) Steigung $k \approx \frac{340 - 140}{25} = 8$
Toleranzbereich: [7; 9]

c2) Sozialquote für 2015: $\frac{102{,}5}{340} = 0{,}301...$
Toleranzbereich: [0,285; 0,320]

d1) $102{,}5 \cdot \frac{35°}{360°} = 9{,}9...$
Für den Bereich „Familie/Kinder" sind im Jahr 2015 rund 10 Mrd. Euro ausgegeben worden.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion
a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren des Wertes der Steigung der Regressionsfunktion im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose
b1) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
c1) 1 × A: für das richtige Ermitteln des Wertes der Steigung (Toleranzbereich: [7; 9])
c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Sozialquote (Toleranzbereich: [0,285; 0,320])
d1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Betrags

Aufgabe 7 (Teil B)

Fruchtsaftproduktion

Möglicher Lösungsweg

a1) $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + 105$

Gleichung: $K'(25) = 30$ *oder* $1\,875 \cdot a + 50 \cdot b + 105 = 30$

a2) Bei einer Produktionsmenge von 25 hl liegt die Kostenkehre.

oder:

Bei einer Produktionsmenge von 25 hl geht der Kostenverlauf von degressiv zu progressiv über.

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}04$; $b = -3$

b1)

Kostenkehre	B
Betriebsminimum	C

A	Produktionsmenge x_A
B	Produktionsmenge x_B
C	Produktionsmenge x_C
D	Produktionsmenge x_D

c1)

①	
negativ	☒

②	
nach unten geöffnet ist	☒

c2) $E'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$
$0 = 2 \cdot a \cdot x_0 + b$
$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}$
oder:

Die Nullstellen der Erlösfunktion sind 0 und $-\frac{b}{a}$.
Die Stelle des Maximums liegt in der Mitte bei $-\frac{b}{2 \cdot a}$.

d1) $G'(x) = 0$ *oder* $-0{,}12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 29{,}280...$ ($x_2 = -62{,}613...$)
Der maximale Gewinn wird bei einer Absatzmenge von rund 29,28 hl erzielt.

d2) $G(x) = \int(-0{,}12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220)\,\mathrm{d}x = -0{,}04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x + C$
Da $G(0) = -F$, gilt: $G(x) = -0{,}04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x - 1\,215$

d3) $G(x) = 1\,000$ *oder* $-0{,}04 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 220 \cdot x - 1\,215 = 1\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 11{,}565...$ $x_2 = 44{,}950...$ ($x_3 = -106{,}516...$)
Im Bereich [11,57 hl; 44,95 hl] beträgt der Gewinn mindestens 1.000 €.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung
a2) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B: für das richtige Berechnen der Koeffizienten
b1) 1 × C: für das richtige Zuordnen
c1) 1 × C: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken
c2) 1 × D: für das richtige Nachweisen
d1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Absatzmenge, bei der maximaler Gewinn erzielt wird
d2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Gewinnfunktion unter Berücksichtigung der Fixkosten
d3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Bereichs

Aufgabe 8 (Teil B)

Parkgarage

Möglicher Lösungsweg

a1) $B_{\text{nach}} = 64\,000 \cdot \frac{1{,}04^{40} - 1}{0{,}04} \cdot \frac{1}{1{,}04^{40}} = 1\,266\,737{,}528...$
Der Barwert der Betriebskosten beträgt € 1.266.737,53.

b1) $B = \frac{W_1}{1{,}04^{10}} + \frac{W_2}{1{,}04^{20}} + \frac{W_3}{1{,}04^{30}}$

b2) $92\,582{,}56 = \frac{60\,000}{1{,}04^{10}} + \frac{60\,000}{1{,}04^{20}} + \frac{W_3}{1{,}04^{30}} \quad \Rightarrow \quad W_3 = 79\,999{,}9...$
Die Wartungskosten W_3 betragen € 80.000.

c1) $105 \cdot 120 \cdot A = 10\,080 \quad \Rightarrow \quad A = 0{,}8$
Der Auslastungsgrad beträgt 80 %.

d1) Kapitalwert: € 450.000
Toleranzbereich: [€ 410.000; € 490.000]

d2) Werden die Anschaffungskosten für die Parkgarage um € 200.000 gesenkt, wird die Kapitalwertkurve um diesen Betrag nach oben verschoben. Dadurch wird der Kapitalwert für 10 % positiv, der interne Zinssatz ist dann höher als 10 %.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Barwerts
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel
b2) 1 × B: für das richtige Berechnen von W_3
c1) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Auslastungsgrads
d1) 1 × C: für das richtige Ablesen des Kapitalwerts in Euro
(Toleranzbereich: [€ 410.000; € 490.000])
d2) 1 × D: für das richtige Argumentieren

Aufgabe 7 (Teil B)

Käseproduktion

Möglicher Lösungsweg

a1) $K(x) = \int (0{,}03 \cdot x^2 - 0{,}5 \cdot x + 5)\,\mathrm{d}x = 0{,}01 \cdot x^3 - 0{,}25 \cdot x^2 + 5 \cdot x + F$
$K(5) = 120$ *oder* $0{,}01 \cdot 5^3 - 0{,}25 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5 + F = 120 \quad \Rightarrow \quad F = 100$

$K(x) = 0{,}01 \cdot x^3 - 0{,}25 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 100$
x ... Produktionsmenge in kg
$K(x)$ ... Kosten bei der Produktionsmenge x in €

a2) $K''(x) = 0{,}06 \cdot x - 0{,}5$
$K''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 8{,}33...$
Die Kostenkehre liegt bei rund 8,3 kg.

a3) Wird die Produktion von 5 kg auf 10 kg gesteigert, so nehmen die Gesamtkosten um durchschnittlich € 3 pro kg zu.

b1) Betriebsoptimum: 22 kg
Toleranzbereich: [21 kg; 23 kg]

b2) kurzfristige Preisuntergrenze: 3,40 €/kg
Toleranzbereich: [3,10 €/kg; 3,70 €/kg]

c1) $G(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
$G'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $G(5) = -35$
II: $G(25) = 200$
III: $G(30) = 215$
IV: $G'(30) = 0$

oder:

I: $5^3 \cdot a + 5^2 \cdot b + 5 \cdot c + d = -35$
II: $25^3 \cdot a + 25^2 \cdot b + 25 \cdot c + d = 200$
III: $30^3 \cdot a + 30^2 \cdot b + 30 \cdot c + d = 215$
IV: $3 \cdot 30^2 \cdot a + 2 \cdot 30 \cdot b + c = 0$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = -0{,}01$; $b = 0{,}25$; $c = 12$; $d = -100$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion (mit Integrationskonstante)
a2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Kostenkehre
a3) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
b1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Betriebsoptimums im Toleranzbereich [21 kg; 23 kg] mit der Angabe der richtigen Einheit
b2) 1 × C2: für das richtige Ablesen der kurzfristigen Preisuntergrenze im Toleranzbereich [3,10 €/kg; 3,70 €/kg] mit der Angabe der richtigen Einheit
c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichungen mithilfe der Informationen zum Gewinn bei den Absatzmengen 5 kg, 25 kg und 30 kg
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Ableitungsfunktion G'
c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten

Aufgabe 8 (Teil B)

Kredit und Sparbuch

Möglicher Lösungsweg

a1) Bei Kredit 2 wird eine Ratenzahlung ausgesetzt, dadurch muss die verbleibende Ratenhöhe x größer sein als die ursprüngliche Ratenhöhe R.

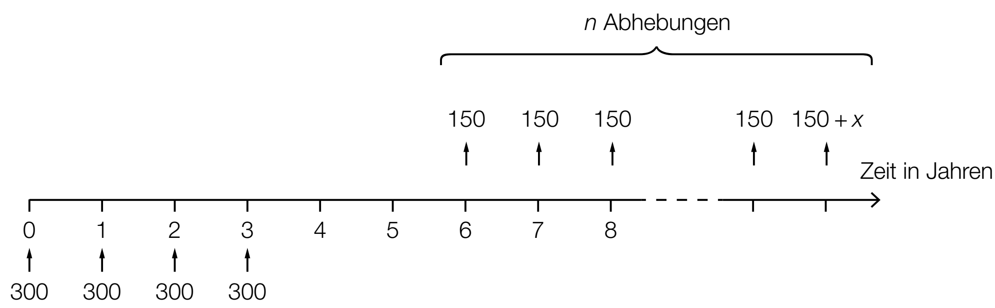
a2) $10\,000 = R \cdot \frac{1{,}03^7 - 1}{0{,}03} \cdot \frac{1}{1{,}03^7}$
$R = 1\,605{,}063...$
Die Ratenhöhe R beträgt € 1.605,06.

a3) $10\,000 \cdot 1{,}03^4 - 1\,605{,}06 \cdot 1{,}03^3 - 1\,605{,}06 \cdot 1{,}03^2 - 1\,605{,}06 \cdot 1{,}03 = 6\,145{,}175...$
Die Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt 4 beträgt € 6.145,18.

Wird bei der Berechnung der Höhe der Restschuld die ungerundete Ratenhöhe verwendet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

b1) $B_1 = B \cdot (1 + i) - R$

c1)



c2) K ist das angesparte Kapital nach 6 Jahren.

c3) $1\,283{,}33 = 150 \cdot \frac{1{,}015^n - 1}{0{,}015} \cdot \frac{1}{1{,}015^{n-1}}$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $n = 9{,}0...$
Es finden 9 Abhebungen statt.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für die richtige Argumentation
a2) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Ratenhöhe R
a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt $t = 4$ Jahre
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von B_1
c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Zeitachse
c2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
c3) 1 × B: für die richtige Berechnung von n

Aufgabe 9 (Teil B)

Kfz-Bestand

Möglicher Lösungsweg

a1) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$K(t) = 0{,}084 \cdot t + 4{,}6$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Ende des Jahres 1992
$K(t)$ ... Kfz-Bestand zur Zeit t in Millionen

a2) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand um 84 000 Kraftfahrzeuge pro Jahr zu.

a3) $K(t) = 8$ *oder* $0{,}084 \cdot t + 4{,}6 = 8$
$t = 40{,}47...$

Gemäß diesem Modell ist nach etwa 40,5 Jahren mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen.

Die Lösung kann entweder als Zeit nach Ende des Jahres 1992 oder als Kalenderjahr angegeben werden.

b1) Gemäß diesem Modell nimmt der Kfz-Bestand pro Jahr um rund 1,7 % zu.

b2) Gemäß diesem Modell verdoppelt sich der Kfz-Bestand nach (jeweils) rund 41,2 Jahren.

c1) $K_B(0) = 4{,}5$
$K_B(20) = 6{,}3$

oder:

$9 - b = 4{,}5$
$9 - b \cdot e^{-\lambda \cdot 20} = 6{,}3$

c2) $b = 9 - 4{,}5 = 4{,}5$
$\lambda = \dfrac{\ln(4{,}5) - \ln(2{,}7)}{20} = 0{,}025541...$

c3) $K_B(28) = 6{,}79...$

Gemäß diesem Modell beträgt der Kfz-Bestand am Ende des Jahres 2020 rund 6,8 Millionen.

d1) Mit beliebig groß werdendem t geht $e^{-0{,}06264 \cdot t}$ gegen null, der Nenner also gegen 3 und damit der Funktionswert gegen 7,5.

Lösungsschlüssel

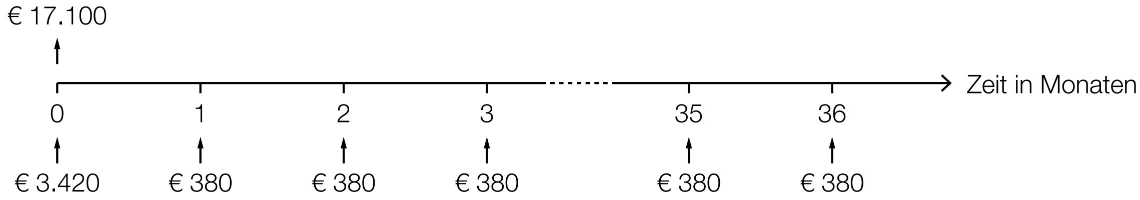
a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der linearen Regressionsfunktion
a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung derjenigen Zeit, nach der mit einem Kfz-Bestand von 8 Millionen zu rechnen ist
b1) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Zahl 1,7 % im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × C2: für die richtige Interpretation der Zahl 41,2 im gegebenen Sachzusammenhang
c1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
c2) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Parameter b und λ
c3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln der Prognose für den Kfz-Bestand am Ende des Jahres 2020
d1) 1 × D: für die richtige mathematische Argumentation

Aufgabe 6 (Teil B)

Autokauf

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $3\,420 + 36 \cdot 380 = 17\,100$

Die Summe aller Zahlungen ergibt den Listenpreis. Daher ist die Behauptung des Händlers richtig.

b1) $17\,100 = R + \frac{R}{1{,}02^2} + \frac{R}{1{,}02^3}$

b2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$R = 5\,889{,}461...$

Es müssen jeweils € 5.889,46 bezahlt werden.

c1)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	– – –	– – –	– – –	€ 17.100
1	**€ 256,50**	**€ 5.743,50**	**€ 6.000,00**	**€ 11.356,50**
2	**€ 170,35**	**€ 5.829,65**	**€ 6.000,00**	**€ 5.526,85**

c2) $5\,526{,}85 \cdot 1{,}015 = 5\,609{,}75$

Die Höhe der Restzahlung beträgt € 5.609,75.

d1) $17\,100 \cdot 0{,}92 = 15\,732$

Bei Barzahlung beträgt der Preis des Autos € 15.732.

d2) $15\,732 = 3\,420 + 380 \cdot \frac{q_{12}^{36} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{36}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$q_{12} = 1{,}0058...$
$i = q_{12}^{12} - 1 = 0{,}0719...$

Der Jahreszinssatz ist rund 7,2 %.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Zahlungen und des Listenpreises auf der Zeitachse
a2) 1 × D: für den richtigen Nachweis
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung zur Berechnung von R
b2) 1 × B: für die richtige Berechnung von R
c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der beiden Zeilen des Tilgungsplans
c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Restzahlung
d1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Preises bei Barzahlung
d2) 1 × A: für den richtigen Ansatz
1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes

Aufgabe 7 (Teil B)

Zweistufige Produktionsprozesse

Möglicher Lösungsweg

a1) $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

a2) Das Matrizenprodukt gibt an, welche Menge an Rohstoffen man für jeweils 1 ME der Endprodukte benötigt.

b1) Es werden 230 ME von R_3 benötigt.

b2) $10 \cdot 10 + 10 \cdot x = 150$

oder:

$11 \cdot 10 + 7 \cdot x = 145$

oder:

$14 \cdot 10 + 18 \cdot x = 230$

$x = 5$

c1) $K = (p_1\ p_2\ p_3) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$

c2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 34 \\ 23 \end{pmatrix}$

Es werden 34 ME von Z_1 und 23 ME von Z_2 benötigt.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Matrix $\boldsymbol{A}$
a2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
b1) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
b2) 1 × B: für das richtige Ermitteln von x
c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung der Gesamtkosten K
c2) 1 × B: für das richtige Ermitteln der benötigten Mengen der jeweiligen Zwischenprodukte

Aufgabe 8 (Teil B)

Zeitschriften

Möglicher Lösungsweg

a1) $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

$K(10) = 100$
$K'(10) = 1{,}5$

oder:

$10^3 \cdot a + 10^2 \cdot b + 10 \cdot c + 79 = 100$
$3 \cdot 10^2 \cdot a + 2 \cdot 10 \cdot b + c = 1{,}5$

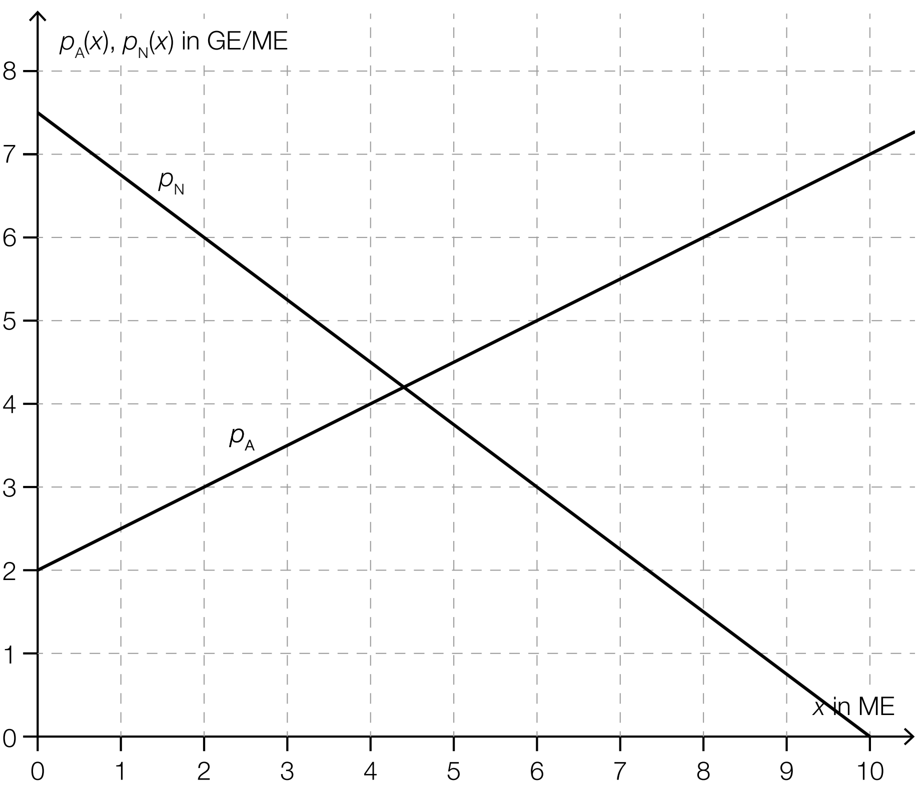
a2) Der Graph von K ist bei $x = 10$ rechtsgekrümmt (degressiv).

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}001$
$b = -0{,}08$
$c = 2{,}8$

b1) $\frac{E(40)}{40} = \frac{200}{40} = 5$
Toleranzbereich: [4,8; 5,2]

Der Preis bei dieser Absatzmenge beträgt 5 GE/ME.

c1)



c2) Die 2. Koordinate des Schnittpunkts ist der Gleichgewichtspreis.

d1)

$-\frac{p_h}{x_s}$	☒

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Information zu den Gesamtkosten
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Information zu den Grenzkosten
a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Vorzeichens
a3) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Koeffizienten
b1) 1 × C: für das richtige Ermitteln des Preises (Toleranzbereich: [4,8; 5,2])
c1) 1 × A: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Preisfunktion der Nachfrage
c2) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang
d1) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

Aufgabe 6 (Teil B)

Betonrohre

Möglicher Lösungsweg

a1) $p(x) = -\frac{1}{50} \cdot x + 60$

x ... nachgefragte Menge in Stück
$p(x)$ ... Preis bei der nachgefragten Menge x in €/Stück

a2) Die Steigung $-\frac{1}{50}$ gibt an, dass eine Preisreduktion um € 1 pro Stück zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge um 50 Stück führt.

oder:

Soll die nachgefragte Menge um 1 Stück gesteigert werden, muss der Preis um € 0,02 pro Stück gesenkt werden.

a3) $p(x) = 32$ *oder* $-\frac{1}{50} \cdot x + 60 = 32 \quad \Rightarrow \quad x = 1\,400$

Bei einem Preis von € 32 pro Stück ist mit einer nachgefragten Menge von 1 400 Stück zu rechnen.

b1)

Der Break-even-Point liegt bei 200 ME.	B
Das Gewinnmaximum liegt bei 200 ME.	C

A	$G(0) = 200$
B	$G(200) = 0$
C	$G'(200) = 0$
D	$G''(200) = 0$

c1) $K'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$\overline{K}(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c + \frac{d}{x}$

$K(0) = 150$
$K(20) = 530$
$K'(10) = 17$
$\overline{K}(30) = 22$

oder:

$d = 150$
$a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 530$
$3 \cdot a \cdot 10^2 + 2 \cdot b \cdot 10 + c = 17$
$a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c + \frac{d}{30} = 22$

c2) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}02$
$b = -1{,}2$
$c = 35$
$d = 150$

d1) X ... Durchmesser in mm
$P(X < 98) = 0{,}03$

Berechnung von σ mittels Technologieeinsatz:
$\sigma = 1{,}06...$

Die Standardabweichung beträgt rund 1,1 mm.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage
a2) 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
a3) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der nachgefragten Betonrohre
b1) 1 × C: für die richtige Zuordnung
c1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der beiden Gleichungen mithilfe der Kosten
1 × A2: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Grenzkosten
1 × A3: für das richtige Erstellen der Gleichung mithilfe der Stückkosten
c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
d1) 1 × B: für die richtige Berechnung der Standardabweichung

Aufgabe 7 (Teil B)

Küchenkauf

Möglicher Lösungsweg

a1) $3000 \cdot (1 + i)^7 + 3000 \cdot (1 + i)^4 + 3000 \cdot (1 + i) = 10000$

$i = 0{,}02617...$

Der zugrunde liegende Jahreszinssatz beträgt rund 2,62 %.

a2) $\frac{0{,}02617...}{0{,}75} = 0{,}0349...$

Der Jahreszinssatz vor Abzug der KESt beträgt rund 3,5 %.

b1) $i_2 = \sqrt{1{,}04} - 1 = 0{,}01980...$

Der äquivalente Semesterzinssatz beträgt rund 1,98 %.

b2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1	€ 396,08	€ 0	€ 396,08	€ 20.000
2	€ 396,08	€ 1.603,92	€ 2.000	€ 18.396,08

b3) Der Tilgungsanteil berechnet sich aus der Differenz von Semesterrate und Zinsanteil. Wenn die Semesterrate verdoppelt wird, bleibt der Zinsanteil trotzdem gleich hoch. Somit ist der neue Tilgungsanteil mehr als doppelt so hoch wie der alte Tilgungsanteil.

c1) $S = 20000 \cdot (1 + i)^t - 3000 \cdot \frac{(1 + i)^t - 1}{i}$

oder:

$S = 20000 \cdot q^t - 3000 \cdot \frac{q^t - 1}{q - 1}$ mit $q = 1 + i$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes
a2) 1 × B2: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes vor Abzug der KESt
b1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Semesterzinssatzes
b2) 1 × B2: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 1 des Tilgungsplans
1 × B3: für das richtige Vervollständigen der Zeile für das Semester 2 des Tilgungsplans
b3) 1 × D: für die richtige Erklärung
c1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel

Aufgabe 8 (Teil B)

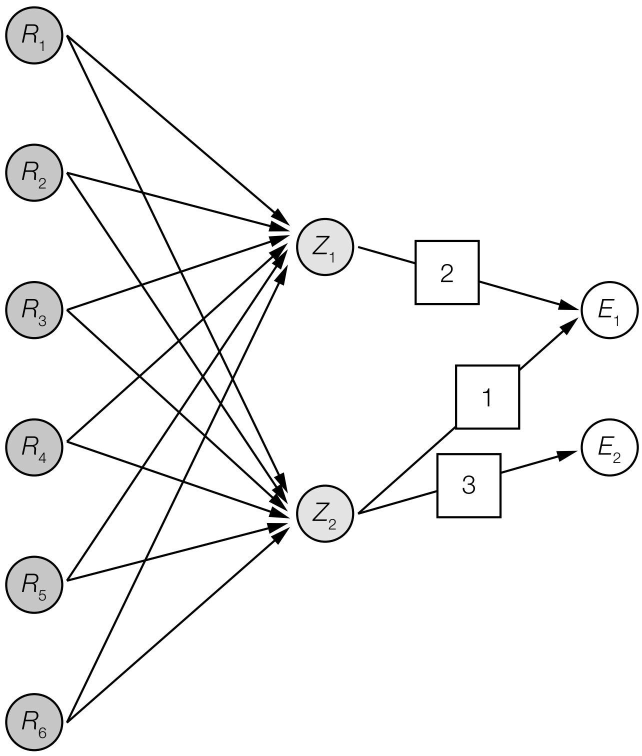
Speiseeis

Möglicher Lösungsweg

a1) $\boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 40 & 30 \\ 20 & 15 \\ 5 & 10 \\ 20 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 75 \\ 110 & 90 \\ 55 & 45 \\ 20 & 30 \\ 40 & 0 \\ 10 & 30 \end{pmatrix}$

a2) Bedarfsvektor $\vec{\boldsymbol{r}} = \begin{pmatrix} 45 & 75 \\ 110 & 90 \\ 55 & 45 \\ 20 & 30 \\ 40 & 0 \\ 10 & 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\,500 \\ 8\,200 \\ 4\,100 \\ 1\,900 \\ 2\,000 \\ 1\,400 \end{pmatrix}$

b1)



c1) Es werden die Rohstoffkosten für eine Portion Früchtebecher und für eine Portion Bananensplit berechnet.

c2)

1×2-Matrix	☒

d1)

	A	nicht *A*	Summe
B	0,005	0,015	0,02
nicht *B*	0,005	0,975	0,98
Summe	0,01	0,99	

d2) $P(A) \cdot P(B) = 0{,}01 \cdot 0{,}02 = 0{,}0002$

$P(A \cap B) = 0{,}005$

Da $P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$ ist, sind die Ereignisse A und B voneinander abhängig.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Verflechtungsmatrix ***V***
a2) 1 × B2: für die richtige Ermitteln des Bedarfsvektors
b1) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Zahlen im Gozinto-Graphen
c1) 1 × C1: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
c2) 1 × C2: für das richtige Ankreuzen
d1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Vierfeldertafel
d2) 1 × D: für den richtigen Nachweis der Abhängigkeit der Ereignisse

Aufgabe 7 (Teil B)

Werbung

Möglicher Lösungsweg

a1) $N_G(8) = 835{,}8...$

Nach 8 Tagen kennen rund 835 Studierende das Gerücht.

b1) $N_W(t) = N_G(t)$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $t = 6{,}779... \approx 6{,}78$

Nach etwa 6,78 Tagen haben gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

c1) Die Ableitung N_G' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.
Die Funktion N_G hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.

c2) Zur Zeit t_0 ist der Zuwachs der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben, am größten.

c3) Die Funktion N_G ist zwar für $0 \leq t < t_0$ positiv gekrümmt, für $t > t_0$ jedoch negativ gekrümmt.
Somit gilt hier für $t > t_0$: $N_G''(t) < 0$.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der Studierenden, die nach 8 Tagen von dem Gerücht erfahren haben (Auch ein Runden des Ergebnisses auf 836 Studierende ist als richtig zu werten.) (KA)

b) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Bestimmung des Zeitpunkts (KB)

c) 1 × C1: für die richtige Beschreibung zur Ableitung N_G' (KA)
1 × C2: für die richtige Beschreibung zur Funktion N_G (KA)
1 × C3: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
1 × D: für eine richtige Argumentation (KA)

Aufgabe 8 (Teil B)

Ansparplan

Möglicher Lösungsweg

a1) Die Anleihe wird die ersten 6 Jahre zu 1 % p. a., dann 2 Jahre zu 2 % p. a., 2 Jahre zu 3 % p. a. und schließlich 2 Jahre zu 3,5 % p. a. verzinst.

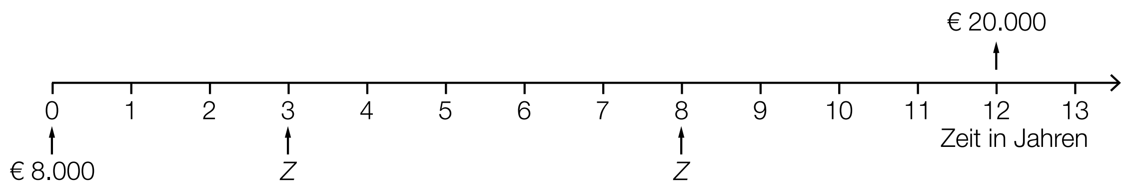
a2) $(1 + i)^{12} = 1{,}01^6 \cdot 1{,}02^2 \cdot 1{,}03^2 \cdot 1{,}035^2 \quad \Rightarrow \quad i = 0{,}0191...$

Der mittlere jährliche Zinssatz beträgt rund 1,9 %.
(Eine Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes als gewichtetes arithmetisches Mittel ist als falsch zu werten.)

a3) $\dfrac{20\,000}{1{,}01^6 \cdot 1{,}02^2 \cdot 1{,}03^2 \cdot 1{,}035^2} = 15\,934{,}786...$

Monika muss € 15.934,79 anlegen, damit sie in 12 Jahren € 20.000 angespart hat.

b1)



b2) $8\,000 \cdot 1{,}02^{12} + Z \cdot 1{,}02^9 + Z \cdot 1{,}02^4 = 20\,000 \quad \Rightarrow \quad Z = 4\,326{,}655\ldots$

Die Höhe einer Einzahlung Z beträgt € 4.326,66.

c1) $20\,000 = R \cdot \dfrac{1{,}02^{12} - 1}{0{,}02} \cdot 1{,}02 \quad \Rightarrow \quad R = 1\,461{,}952...$

Der jährliche Ansparbetrag beträgt € 1.461,95.

c2) Sie wird damit ihr Sparziel nicht erreichen, da die Zahlungen großteils später erfolgen und sie somit weniger Zinsen erhält.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Zinssätze und der Verzinsungsdauer (KA)
1 × B1: für die richtige Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes (KB)
(Eine Berechnung des mittleren jährlichen Zinssatzes als gewichtetes arithmetisches Mittel ist als falsch zu werten.)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe des Betrags (KB)

b) 1 × A1: für das richtige Veranschaulichen auf einer Zeitachse (KA)
1 × A2: für einen richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Zahlung Z (KB)

c) 1 × B: für die richtige Berechnung des jährlichen Ansparbetrags (KA)
1 × D: für die richtige Argumentation (KB)

Aufgabe 9 (Teil B)

Verkehrsbetriebe

Möglicher Lösungsweg

a1) $E'(x) = -0{,}2 \cdot x + 6{,}6$

$E'(x) = 0$
$0 = -0{,}2 \cdot x + 6{,}6$
$x = 33$
$E(33) = 108{,}9$

Der maximale Erlös beträgt € 108,9 Millionen.
(Der Graph von E ist eine nach unten offene Parabel. Die Nullstelle der Ableitungsfunktion E' ist also eine Maximumstelle.)

a2) $p(x) = -0{,}1 \cdot x + 6{,}6$

a3) $p(33) = 3{,}3$

Bei einem Einzelfahrscheinpreis von € 3,30 ist der Erlös maximal.

b1) Höchstpreis: € 6

b2) Die Sättigungsmenge ist diejenige Anzahl an nachgefragten Einzelfahrscheinen in Millionen, wenn der Einzelfahrscheinpreis € 0 beträgt.

c1) $p(0) = 7{,}8$
$p(48) = 1{,}8$
$p(50) = 1{,}6$

oder:

$7{,}8 = c$
$1{,}8 = 2304 \cdot a + 48 \cdot b + c$
$1{,}6 = 2500 \cdot a + 50 \cdot b + c$

c2) Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz: $a = 0{,}0005$; $b = -0{,}149$; $c = 7{,}8$

Lösungsschlüssel

a) 1 × B1: für die richtige Berechnung des maximalen Erlöses
(Die Zahl 108,9 allein als Lösung ist nicht als richtig zu werten.
Dass es sich bei der Nullstelle von E' um eine Maximumstelle handelt, muss weder überprüft noch argumentativ begründet werden.) (KA)
1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung (KA)
1 × B2: für das richtige Ermitteln des Einzelfahrscheinpreises bei maximalem Erlös (KB)

b) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Höchstpreises (KA)
1 × C2: für die richtige Beschreibung der Sättigungsmenge im gegebenen Sachzusammenhang (KA)

c) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten (KB)

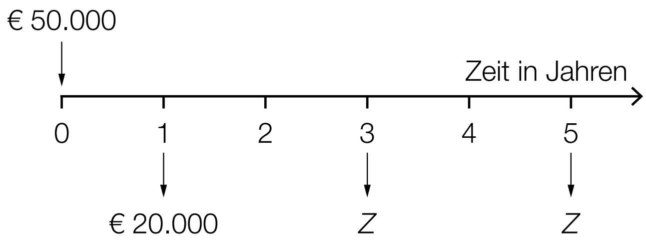
Aufgabe 6 (Teil B)

Erbschaft

Möglicher Lösungsweg

a1) Zinssatz: 3 % p. a.

a2)



a3) $50\,000 = \frac{20\,000}{1{,}03} + \frac{Z}{1{,}03^3} + \frac{Z}{1{,}03^5}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$Z = 17\,202{,}934...$
Die Höhe der Auszahlungen Z beträgt € 17.202,93.

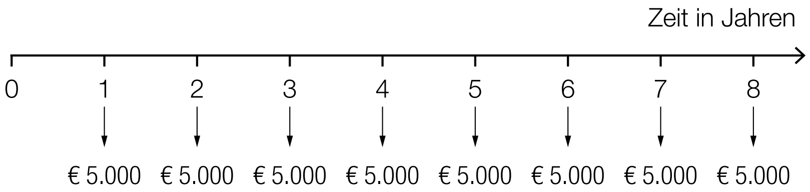
b1) Da das Erbe angelegt und verzinst wird, kann Jutta einen höheren Betrag als monatlich € 500 abheben.

b2) $i_{12} = \sqrt[12]{1{,}03} - 1 = 0{,}002466...$
Der Monatszinssatz beträgt rund 0,247 %.

b3) $q_{12} = 1 + i_{12}$
$50\,000 \cdot 1{,}03^5 = R \cdot \frac{q_{12}^{60} - 1}{q_{12} - 1} + 20\,000$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$R = 587{,}846...$
Die Höhe der Monatsraten beträgt € 587,85.

c1)

	☒
[...]	
[...]	
[...]	
[...]	

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ablesen des Jahreszinssatzes (KA)
   1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Auszahlungen auf der Zeitachse (KA)
   1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Auszahlungen *Z* (KA)

b) 1 × D: für die richtige Begründung (KA)
   1 × B1: für die richtige Berechnung des äquivalenten Monatszinssatzes (KA)
   1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Monatsraten (KB)

c) 1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)

Aufgabe 7 (Teil B)

Kaffeeautomat

Möglicher Lösungsweg

a1) $5\,500 = 1\,000 + 100 \cdot \frac{q_{12}^{48} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{48}} + \frac{900}{q_{12}^{48}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1{,}0087...$

$i = q_{12}^{12} - 1 = 0{,}1099... \approx 11{,}0\ \%$

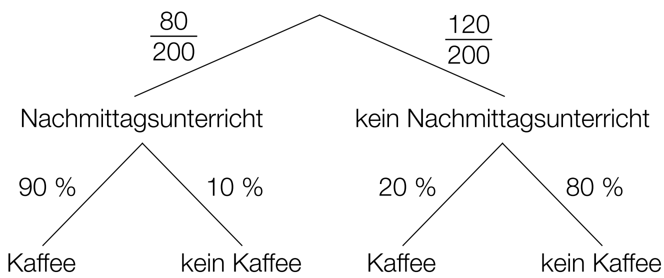
b1)

Jahr	Einnahmen in Euro	Ausgaben in Euro	Rückflüsse in Euro
0		5 500	–5 500
1	13 500	10 400	3 100
2	13 500	10 400	3 100
3	13 500	10 400	3 100
4	14 400	10 400	4 000

b2) $C_0 = 3\,100 \cdot 1{,}018^{-1} + 3\,100 \cdot 1{,}018^{-2} + 3\,100 \cdot 1{,}018^{-3} + 4\,000 \cdot 1{,}018^{-4} - 5\,500$
$= 7\,199{,}487...$

Der Kapitalwert beträgt € 7.199,49.

c1)



c2) Chiara hat keinen Nachmittagsunterricht und trinkt keinen Kaffee.

c3) $P(\text{„Nachmittagsunterricht“} \mid \text{„Kaffee“}) = \dfrac{\frac{80}{200} \cdot 0{,}9}{\frac{80}{200} \cdot 0{,}9 + \frac{120}{200} \cdot 0{,}2} = 0{,}75$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für den richtigen Ansatz (KA)
   1 × B: für die richtige Berechnung des effektiven Jahreszinssatzes (KB)

b) 1 × A: für das richtige Eintragen der Einnahmen, Ausgaben und Rückflüsse in der Tabelle (KA)
   1 × B: für die richtige Berechnung des Kapitalwerts (KB)

c) 1 x A: für das richtige Erstellen des Baumdiagramms (KA)
   1 x C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses *E* im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
   1 x B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Mixer

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Parameter c muss null sein, da bei einem Absatz von null Stück auch der Erlös null ist.

a2) Erlös beim Absatz von 2000 Mixern: $2000 \cdot 65 = 130000$

$E(2000) = 130000$
$E(2500) = 131250$

oder:

$2000^2 \cdot a + 2000 \cdot b = 130000$
$2500^2 \cdot a + 2500 \cdot b = 131250$

a3) Lösung mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{1}{40} = -0{,}025$
$b = 115$

a4) $E(x) = 0$

oder:

$-0{,}025 \cdot x^2 + 115 \cdot x = 0$

$x_1 = 0$
$x_2 = 4600$

Die Sättigungsmenge liegt bei 4600 Stück.

b1) $G(x) = 0$

oder:

$-0{,}1 \cdot x^3 - 1{,}9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 5$ ME (untere Gewinngrenze)
$x_2 = 32{,}9\ldots$ ME ≈ 33 ME (obere Gewinngrenze)

b2) $G'(x) = 0$

oder:

$-0{,}3 \cdot x^2 - 3{,}8 \cdot x + 200 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
($x_1 = -32{,}9\ldots$)
$x_2 = 20{,}2\ldots$
$G(20{,}2\ldots) = 1\,500{,}504\ldots$
Der maximale Gewinn beträgt rund 1.500,50 GE

b3) $G_1(x) = G(x) + 200 = -0{,}1 \cdot x^3 - 1{,}9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 740$

c1) $K''(x) = 0{,}24 \cdot x - 4{,}8$

$K''(25) = 1{,}2 > 0$

Da die 2. Ableitung für 25 ME positiv ist, ist der Kostenverlauf dort progressiv.

c2)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$0 = 0{,}08 \cdot x - 2{,}4 - \frac{940}{x^2}$	☒

Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für die richtige Begründung (KA)
1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems (KA)
1 × B1: für die richtige Berechnung der Koeffizienten *a* und *b* (KB)
1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge (KB)

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Gewinngrenzen (KA)
1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns (KA)
1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Gewinnfunktion G_1 (KA)

c) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung (KA)
1 × C: für das richtige Ankreuzen (KA)

Aufgabe 7 (Teil B)

Smartphones

Möglicher Lösungsweg

a) Ermittlung mittels Technologieeinsatz:

$L(t) = -3{,}210 \cdot t + 101{,}554$ *(Koeffizienten gerundet)*

t ... Zeit in h
$L(t)$ ... Akku-Ladestand zur Zeit t in %

$15 = -3{,}210 \cdot t + 101{,}554$
$t = 26{,}9...$

Nach etwa 27 Stunden sollte das Smartphone wieder ans Stromnetz angeschlossen werden.

b) Mit beliebig groß werdendem t geht $e^{-\lambda \cdot t}$ gegen null, und damit geht $100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ gegen 100.

$80 = 100 - 85 \cdot e^{-\lambda \cdot 2}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}72345...$

$90 = 100 - 85 \cdot e^{-0{,}72345... \cdot t}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$t = 2{,}9...$

Nach etwa 3 Stunden ist ein Ladestand von 90 % erreicht.

c) $S(10) = \dfrac{1\,918}{1 + 4{,}84 \cdot e^{-0{,}54 \cdot 10}} = 1\,876{,}9...$

Gemäß diesem Modell werden bis zum Beginn des Jahres 2020 rund 1 877 Millionen Smartphones verkauft.

$t = 2{,}9$ ist die Wendestelle der Funktion S.

oder:

$t = 2{,}9$ ist die Stelle maximalen Wachstums von S.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsfunktion (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts (KB)

b) 1 × D: für die richtige mathematische Argumentation (KB)
1 × B1: für die richtige Berechnung von λ (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Zeitpunkts (KB)

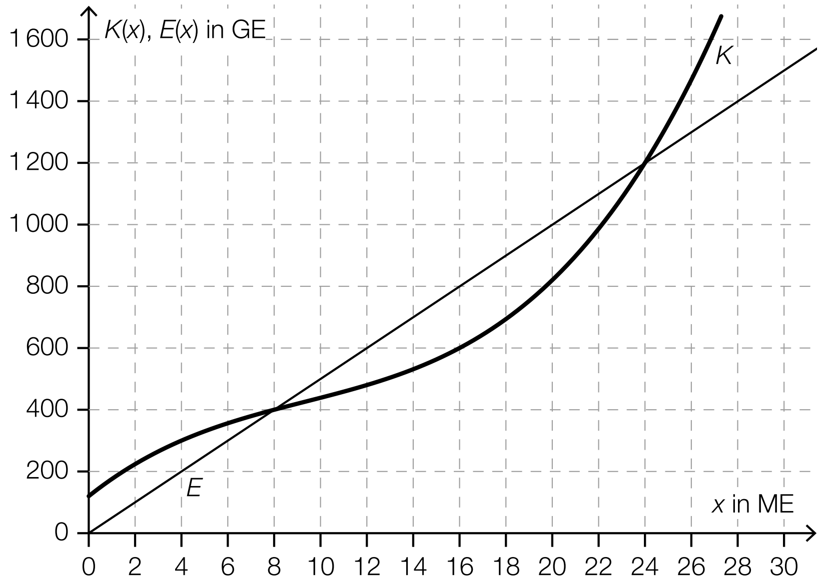
c) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Funktionswerts (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Stelle $t = 2{,}9$ in Bezug auf die Funktion S (KA)

Aufgabe 8 (Teil B)

Rohrproduktion

Möglicher Lösungsweg

a)



Marktpreis: 50 GE/ME

x in ME	0	8	16
G(*x*) in GE	–120	0	200

Toleranzbereiche:
$G(0)$: [–180; –100]
$G(16)$: [150; 250]

b) $K(x) = \int \left(\frac{15}{32} \cdot x^2 - \frac{35}{4} \cdot x + 60\right) \mathrm{d}x = \frac{5}{32} \cdot x^3 - \frac{35}{8} \cdot x^2 + 60 \cdot x + F$

$K(16) = 600 \quad \Rightarrow \quad 600 = \frac{5}{32} \cdot 16^3 - \frac{35}{8} \cdot 16^2 + 60 \cdot 16 + F \quad \Rightarrow \quad F = 120$

$K(x) = \frac{5}{32} \cdot x^3 - \frac{35}{8} \cdot x^2 + 60 \cdot x + 120$

$K''(x) = \frac{15}{16} \cdot x - \frac{35}{4}$

$K''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{28}{3}$

Die Kostenkehre liegt bei rund 9,33 ME.

c)

$E(11) = 13{,}2$	☒

d) $p_N(x) = -3{,}2 \cdot x + 80$

x ... Absatzmenge in ME
$p_N(x)$ ... Preis bei der Absatzmenge x in GE/ME

Höchstpreis: 80 GE/ME

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion (KA)
1 × C: für das richtige Ermitteln des Marktpreises (KA)
1 × A2: für das richtige Ergänzen der fehlenden Werte in der Tabelle in den angegebenen Toleranzbereichen [–180; –100] bzw. [150; 250] (KB)

b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Kostenkehre (KA)

c) 1 × A: für das richtige Ankreuzen (KB)

d) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage (KA)
1 × C: für das richtige Ermitteln des Höchstpreises (KB)

Aufgabe 9 (Teil B)

Hotelerweiterung

Möglicher Lösungsweg

a)

Jahr	Einnahmen in Euro	Ausgaben in Euro
0	0	1 650 000
1	$15 \cdot 165 \cdot 87 = 215\,325$	$0{,}72 \cdot 215\,325 = 155\,034$

b) Bis zu einem kalkulatorischen Zinssatz von rund 1,9 % ist die Investition vorteilhaft.
Toleranzbereich: [1,85 %; 1,95 %]

$350\,000 = -1\,650\,000 + R \cdot 20 \quad \Rightarrow \quad R = 100\,000$
Die Höhe der jährlichen Rückflüsse beträgt € 100.000.

Auch eine Lösung mithilfe des internen Zinssatzes oder eines anderen kalkulatorischen Zinssatzes ist als richtig zu werten.

c) $E_{\text{nach}} = 78\,000 \cdot \frac{1{,}015^{20} - 1}{0{,}015} = 1\,803\,646{,}034...$
Der Endwert der wiederveranlagten Rückflüsse beträgt € 1.803.646,03.

$1\,650\,000 \cdot (1 + i_{\text{mod}})^{20} = 1\,803\,646{,}034...$
$i_{\text{mod}} = \sqrt[20]{\frac{1\,803\,646{,}034...}{1\,650\,000}} - 1 = 0{,}00446... \approx 0{,}45\ \%$
Da der modifizierte interne Zinssatz geringer als der Wiederveranlagungszinssatz ist, ist die Investition nicht vorteilhaft.

Bei einem höheren Wiederveranlagungszinssatz wäre der Endwert der Rückflüsse größer und somit auch der modifizierte interne Zinssatz.

d) $800\,000 = 38\,100 \cdot \frac{q_2^{30} - 1}{q_2 - 1} \cdot \frac{1}{q_2^{30}}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_2 = 1{,}02476...$
$i = q_2^2 - 1 = 0{,}05013...$

Für dieses Finanzierungsmodell beträgt der zugrunde liegende effektive Jahreszinssatz rund 5,01 %.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Eintragen der Einnahmen und Ausgaben in der Tabelle (KA)
b) 1 × C: für das richtige Ablesen im Toleranzbereich [1,85 %; 1,95 %] (KA)
   1 × B: für das richtige Bestimmen der Höhe der jährlichen Rückflüsse (KA)
c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Endwerts (KA)
   1 × D1: für den richtigen Nachweis mithilfe des modifizierten internen Zinssatzes (KB)
   1 × D2: für die richtige Argumentation (KA)
d) 1 × B: für die richtige Berechnung des effektiven Jahreszinssatzes (KA)