

# Izvod za izpraševalce/ke

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,  
kompetenčno usmerjenemu  
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

junij 2024

## Matematika

Kompenzacijski izpit 1  
Navedba za **izpraševalce/ke**

# Navodila za standardizirano izvedbo kompenzacijskega izpita

Navedba za kompenzacijski izpit, ki je pred vami, zajema štiri naloge, ki jih je moč reševati neodvisno drugo od druge, ter pripadajoče rešitve.

Vsaka naloga zajema tri dejavnostne kompetence, ki jih je potrebno izkazati.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje največ 25 minut.

Dovoljena je uporaba Zbirke formul za SRP iz Matematike, ki je za klavzurno delo potrjena s strani pristojnega člana vlade. Nadalje je dovoljena uporaba elektronskih pripomočkov (npr. grafičnega računalja ali druge ustrezne tehnologije), če ni prisotna možnost komuniciranja (npr. preko interneta, intraneta, bluetooth, mobilnih omrežij itd.) in ni možen dostop do lastnih datotek v elektronskem pripomočku.

Po izpitu je potrebno zbrati vse dokumente (izpitne naloge, delovne liste itd.) kandidatk in kandidatorov. Izpitni dokumenti (izpitne naloge, delovni listi, proizvedeni digitalni delovni podatki itd.) smejo postati javni šele po predvidenem časovnem oknu za kompenzacijski izpit.

## Shema vrednotenja kompenzacijskega izpita

Naslednja shema vrednotenja je na voljo za neobvezno uporabo in služi kot pripomoček pri ocenjevanju.

	kandidat/ka 1			kandidat/ka 2			kandidat/ka 3			kandidat/ka 4			kandidat/ka 5		
naloga 1															
naloga 2															
naloga 3															
naloga 4															
skupaj															

## Pojasnila za ocenjevanje

Vsaka naloga se ovrednoti z nič, eno, dvema ali tremi točkami. Skupaj je moč doseči največ dvanajst točk.

### Ključ ocenjevanja za kompenzacijski izpit

Skupno število izkazanih dejavnostnih kompetenc	Ocena ustnega kompenzacijskega izpita
12	»Sehr gut« / prav dobro
10–11	»Gut« / dobro
8–9	»Befriedigend« / povoljno
6–7	»Genügend« / zadostno
0–5	»Nicht genügend« / nezadostno

# Naloga 1

## Železniške proge

a) Mreža železniških prog *Österreichischen Bundesbahnen* sestoji na dolžini okrog 3 686 km iz enotirnih prog. Ta dolžina ustreza 65,37 % skupne dolžine vseh prog *Österreichischen Bundesbahnen*.

1) Izračunaj skupno dolžini vseh prog *Österreichischen Bundesbahnen*.

b) Proga *Mittenwaldbahn* ima na svojem najbolj strmem mestu vzpon 3,8 %.

1) Pokažite, da pomeni podvojitev vzpona 3,8 % tudi približno podvojitev naklonskega kota.

c) Neka skupina 9 oseb kupi vozovnice za izlet z železnico.

Skupina sestoji iz 3 odraslih, 2 upokoјencev in 4 otrok in plača skupno  $g$  evrov.

Cena 1 vozovnice za odraslega je dvakrat tako visoka kot je cena 1 otroške vozovnice.

Cena 1 upokoјenske vozovnice je za 25 % nižja kot je cena 1 vozovnice za odraslega.

$e$  ... cena 1 vozovnice za odraslega v evrih

$s$  ... cena 1 upokoјenske vozovnice v evrih

$k$  ... cena 1 otroške vozovnice v evrih

1) S pomočjo  $g$  nastavite sistem enačb za izračun  $e$ ,  $s$  in  $k$ .

# Rešitev naloge 1

## Železniške proge

$$\text{a1) } \frac{3686}{0,6537} = 5638,6\dots$$

Skupna dolžina vseh prog Österreichischen Bundesbahnen znaša okrog 5639 km.

b1) Naklonski kot pri vzponu 3,8 %:

$$\alpha = \arctan(0,038) = 2,17\dots^\circ$$

Naklonski kot pri podvojenem vzponu 7,6 %:

$$\beta = \arctan(0,076) = 4,34\dots^\circ$$

Velja torej:  $\beta \approx 2 \cdot \alpha$

$$\text{c1) } 3 \cdot e + 2 \cdot s + 4 \cdot k = g$$

$$e = 2 \cdot k$$

$$s = 0,75 \cdot e$$

## Naloga 2

### Redka živalska vrsta

Na določenem območju v nekem določenem času opazujejo živali neke redke živalske vrste.

V naslednji preglednici je podano število živali za leti 2010 in 2020.

leto	število živali
2010	600
2020	300

- a) Privzema se, da število živali v časovnem obdobju od 2010 do 2020 eksponentno upada. Eksponentna funkcija  $f$  modelno opisuje število živali v odvisnosti od časa.

$t$  ... čas v letih, pri  $t = 0$  za leto 2010

$f(t)$  ... število živali v časovnem trenutku  $t$

- 1) Nastavite enačbo eksponentne funkcije  $f$ .

- b) 1) V dani vsebinski povezavi interpretirajte rezultat naslednjega izračuna:

$$\frac{300 - 600}{2020 - 2010} = -30$$

- c) V nekem drugem modelu število živali v časovnem obdobju od 2010 do 2020 opišemo s funkcijo  $g$ .

$$g(t) = \frac{c}{t} \quad \text{pri } 10 \leq t \leq 20$$

$t$  ... čas v letih, pri  $t = 0$  za leto 2000

$g(t)$  ... število živali v časovnem trenutku  $t$

$c$  ... pozitivni parameter

- 1) S pomočjo tega modela izračunajte število živali za leto 2015.

## Rešitev naloge 2

### Redka živalska vrsta

a1)  $f(t) = a \cdot b^t$

$f(0) = 600$

$f(10) = 300$

$a = 600$

$b = \sqrt[10]{\frac{300}{600}} = 0,9330\dots$

$f(t) = 600 \cdot 0,933^t$

ali:

$f(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$

$f(0) = 600$

$f(10) = 300$

$a = 600$

$\lambda = \ln(0,9330\dots) = -0,0693\dots$

$f(t) = 600 \cdot e^{-0,0693\dots \cdot t}$

b1) Število živali je v časovnem obdobju od 2010 do 2020 upadlo za povprečno 30 živali na leto.

c1)  $g(10) = 600$

$c = 10 \cdot 600 = 6000$

$g(15) = \frac{6000}{15} = 400$

Po tem modelu je v letu 2015 število živali znašalo 400.

## Naloga 3

### Vinska klet

a) V neki vinski kleti redno merijo temperaturo zraka (glej naslednjo preglednico).

čas v dnevih	0	60	100
temperatura zraka v °C	8	13	17

1) Računsko pokažite, da trije pari vrednosti, navedeni v gornji preglednici, niso točke na eni premici.

b) Časovni potek temperature v neki drugi kleti je moč modelno opisati s funkcijo  $T$ .

$$T(t) = 0,0005 \cdot t^3 - 0,02 \cdot t^2 + 0,23 \cdot t + 8 \quad \text{pri } 0 \leq t \leq 24$$

$t$  ... čas v h, pri  $t = 0$  za začetek merjenja

$T(t)$  ... temperatura v časovnem trenutku  $t$  v °C

Povprečno temperaturo v časovnem intervalu  $[t_1; t_2]$  je moč izračunati z naslednjim izrazom.

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} T(t) dt$$

1) Izračunajte povprečno temperaturo v tej kleti v časovnem intervalu  $[0; 24]$ .

c) V neki vinski kleti stoji razvlažilec zraka, ki vodo iz zraka v prostoru zbira kot kondenzno vodo.

Pri zračni temperaturi 10 °C znaša prostornina dnevno zbrane kondenzne vode 5 L. Pri zračni temperaturi 20 °C znaša prostornina dnevno zbrane kondenzne vode 7 L.

Pri zračni temperaturi 11,25 °C je prostornina dnevno zbrane kondenzne vode najmanjša. Prostornina dnevno zbrane kondenzne vode, v odvisnosti od zračne temperature, naj bo modelirana s kvadratno funkcijo  $V$ .

$$V(T) = a \cdot T^2 + b \cdot T + c$$

$T$  ... zračna temperatura v °C

$V(T)$  ... prostornina dnevno zbrane kondenzne vode pri zračni temperaturi  $T$  v L.

1) Nastavite sistem linearnih enačb za izračun koeficientov  $a$ ,  $b$  in  $c$ .



## Rešitev naloge 3

### Vinska klet

$$\text{a1) } \frac{13-8}{60-0} = 0,083\dots$$

$$\frac{17-13}{100-60} = 0,1$$

$$\frac{17-8}{100-0} = 0,09$$

Ker diferenčni količniki niso enaki, tri točke ne ležijo na eni premici.

*Za dodelitev točk ni potrebno izračunati vseh 3 navedenih diferenčnih količnikov. Dokaz z obratnimi vrednostmi navedenih diferenčnih količnikov je prav tako vrednotiti kot pravilen.*

$$\text{b1) } \frac{1}{24-0} \cdot \int_0^{24} T(t) dt = 8,648$$

Povprečna temperatura v tej kleti v časovnem intervalu  $[0; 24]$ , znaša okrog  $8,65$  °C.

$$\text{c1) } V'(T) = 2 \cdot a \cdot T + b$$

$$\text{I: } V(10) = 5$$

$$\text{II: } V(20) = 7$$

$$\text{III: } V'(11,25) = 0$$

*ali:*

$$\text{I: } 100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 5$$

$$\text{II: } 400 \cdot a + 20 \cdot b + c = 7$$

$$\text{III: } 22,5 \cdot a + b = 0$$

## Naloga 4

### Kino

7 prijateljev si v nekem kinu skupaj ogleda neki film.

- a) V tem kinu veljajo za člane bonus-kluba in za učence/-ke znižane cene vstopnic.

V naslednji preglednici so navedene vse cene.

	cena vstopnice v €
redna cena	15
član bonus-kluba	13,50
učenec/-ka	12

7 prijateljev kupi 2 vstopnici po redni ceni, 1 vstopnico kot član bonus-kluba, in 4 vstopnice po ceni za učence/-ke.

- 1) Interpretirajte rezultat naslednjega izračuna v dani vsebinski povezavi.

$$\frac{2 \cdot 15 + 13,50 + 4 \cdot 12}{7} \approx 13,07\dots$$

- b) V tem kinu žrebajo kupone. Vsaka oseba dobi natanko eno srečko. Verjetnost, da dobi kupon, je za vsako srečko enako velika.

Binomsko porazdeljena slučajna spremenljivka  $X$  opisuje, koliko od 7 prijateljev zadene vsakič natanko en tak kupon.

Velja:  $P(X = 0) = 0,3206$

- 1) Izračunajte verjetnost, da najmanj 3 izmed 7 prijateljev zadenejo vsakič natanko en tak kupon.

- c) Število  $a$  navaja, kolikim izmed 7 prijateljev je bil film všeč.  
Po obisku kina sta naključno izbrana 2 izmed 7 prijateljev za anketo obiskovalcev.  
Z  $E$  označimo dogodek, da je bil tema dvema prijateljema film všeč.

- 1) S pomočjo  $a$  nastavite formulo za izračun verjetnosti  $P(E)$ .

$$P(E) = \underline{\hspace{10cm}}$$

## Rešitev naloge 4

### Kino

a1) 7 prijateljev je porabilo povprečno okrog 13,07 evrov za eno vstopnico.

*ali:*

Aritmetična sredina cen vstopnic 7 prijateljev znaša okrog 13,07 evrov.

$$\text{b1) } \binom{7}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^7 = (1-p)^7 = 0,3206$$

$$p = 1 - \sqrt[7]{0,3206}$$

$$p = 0,1499\dots$$

Izračun s pomočjo uporabe tehnologije:

$$P(X \geq 3) = 0,0737\dots$$

Verjetnost, da najmanj 3 izmed 7 prijateljev zadenejo vsakič natanko en tak kupon, znaša okrog 7,4 %.

$$\text{c1) } P(E) = \frac{a}{7} \cdot \frac{a-1}{6}$$