

Name:

Klasse/Jahrgang:



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

11. Mai 2015

# Angewandte Mathematik

Teil B (Cluster 8)



# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil B) enthält drei Aufgaben mit unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt 270 Minuten an reiner Arbeitszeit für Teil A und Teil B zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie auf der ersten Seite des Aufgabenheftes Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes Antwortblatt Ihren Schülercode. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung eines durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheftes und elektronischer Hilfsmittel (grafikfähige Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikation nach außen getragen werden kann und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Es gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

43–48 Punkte	Sehr gut
37–42 Punkte	Gut
31–36 Punkte	Befriedigend
21–30 Punkte	Genügend
0–20 Punkte	Nicht genügend

**Viel Erfolg!**

# Aufgabe 6

## Kredit für einen Wohnungskauf

Frau Simon möchte eine Wohnung kaufen. Sie benötigt dazu einen Kredit und holt deswegen bei Banken verschiedene Angebote ein.

- a) Bank A bietet Frau Simon einen Kredit zu einem Zinssatz von 3 % p. a. an. Die monatlichen Raten sind nach Auszahlung der Kreditsumme von € 120.000 jeweils am Ende jedes Monats fällig. Die Kreditlaufzeit beträgt 20 Jahre. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

- Ermitteln Sie den für die Berechnung notwendigen Monatszinssatz. [1 Punkt]
- Berechnen Sie die Höhe der Monatsraten. [1 Punkt]

- b) Bank B bietet Frau Simon einen Kredit über € 120.000 an, der in 15 Jahren durch nachschüssige Quartalsraten in Höhe von je € 2.650 zu tilgen ist. Eine Bearbeitungsgebühr von 2 % der Kreditsumme wird bei Auszahlung des Kredits von der Kreditsumme abgezogen. (Weitere Spesen und Gebühren sind in den Raten berücksichtigt.)

- Berechnen Sie die jährliche Effektivverzinsung dieses Kredits. [2 Punkte]

- c) Bank C bietet Frau Simon einen Kredit über € 120.000 an, den sie in nachschüssigen Quartalsraten mit dem Zinssatz 1 % p. q. zurückzahlen soll. Die Bank legt ihr den folgenden Tilgungsplan vor:

Quartal	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1	€ 1.200,00	€ 986,26	€ 2.186,26	€ 119.013,74

- Dokumentieren Sie, wie der Zinssatz 1 % p. q. aus dem Tilgungsplan ermittelt werden kann. [1 Punkt]

- Berechnen Sie die Laufzeit des Kredits. [1 Punkt]

- Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Zinsanteil, Tilgungsanteil und Annuität. [1 Punkt]

- d) Die jährliche Annuität  $A$  eines Kredits kann mittels verschiedener Formeln berechnet werden.

Eine Formel lautet:  $A = K_0 \cdot \frac{i \cdot q^n}{q^n - 1}$

Eine andere Formel lautet:  $A = K_0 \cdot \frac{i}{1 - q^{-n}}$

$K_0$  ... Kreditsumme

$i$  ... jährlicher Zinssatz

$n$  ... Laufzeit in Jahren

- Geben Sie an, was  $q$  in diesem Sachzusammenhang bedeutet. [1 Punkt]

- Zeigen Sie, dass diese beiden Formeln gleichwertig sind. [1 Punkt]

# Aufgabe 7

## E-Reader

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Zeit in Wochen	Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader
1	179
2	364
3	674
4	981
5	1310
6	1700
7	2055
8	2280
9	2470
10	2500
11	2540
12	2545

a) Betrachtet man nur die 5 Zahlenpaare im Zeitintervall [3; 7], so zeigt sich ein annähernd linearer Verlauf.

- Ermitteln Sie die Regressionsgerade für das Zeitintervall [3; 7]. [1 Punkt]
- Interpretieren Sie die Steigung dieser Regressionsgeraden im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

b) Betrachtet man nur die ersten 3 Zahlenpaare, so zeigt sich ein annähernd exponentieller Verlauf. Dieser kann durch

$$V_1(t) = 93,7 \cdot 1,94^t$$

oder durch

$$V_2(t) = 93,7 \cdot e^{0,662688 \cdot t}$$

dargestellt werden.

$t$  ... Zeit in Wochen

$V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  ... Anzahl der bis zur Zeit  $t$  insgesamt verkauften E-Reader

- Erklären Sie, warum beide Funktionen  $V_1$  und  $V_2$  annähernd denselben Wachstumsverlauf beschreiben. [1 Punkt]
- Berechnen Sie die Verdoppelungszeit in diesem exponentiellen Wachstumsmodell. [1 Punkt]

- c) Betrachtet man alle 12 Zahlenpaare, so lässt sich die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader näherungsweise durch eine logistische Funktion  $V$  beschreiben:

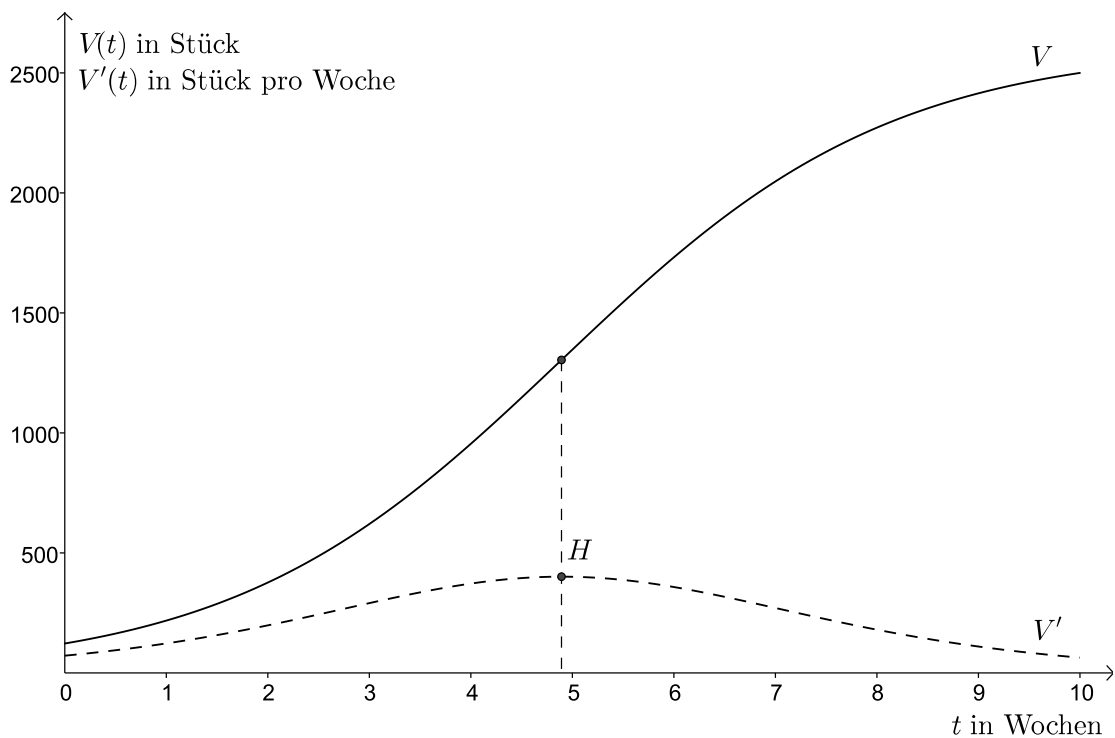
$$V(t) = \frac{2608}{1 + 20,28 \cdot e^{-0,6151 \cdot t}}$$

$t$  ... Zeit in Wochen

$V(t)$  ... Anzahl der bis zur Zeit  $t$  insgesamt verkauften E-Reader

- Begründen Sie anhand der gegebenen Funktion, warum die Funktionswerte sich mit wachsendem  $t$  dem maximalen Wert 2608 annähern. [1 Punkt]
- Berechnen Sie, um wie viel der logistische Funktionswert  $V(8)$  vom gegebenen Tabellenwert bei 8 Wochen abweicht. [1 Punkt]

In der nachstehenden Grafik sind die logistische Funktion  $V$  sowie deren Ableitungsfunktion  $V'$  grafisch dargestellt.

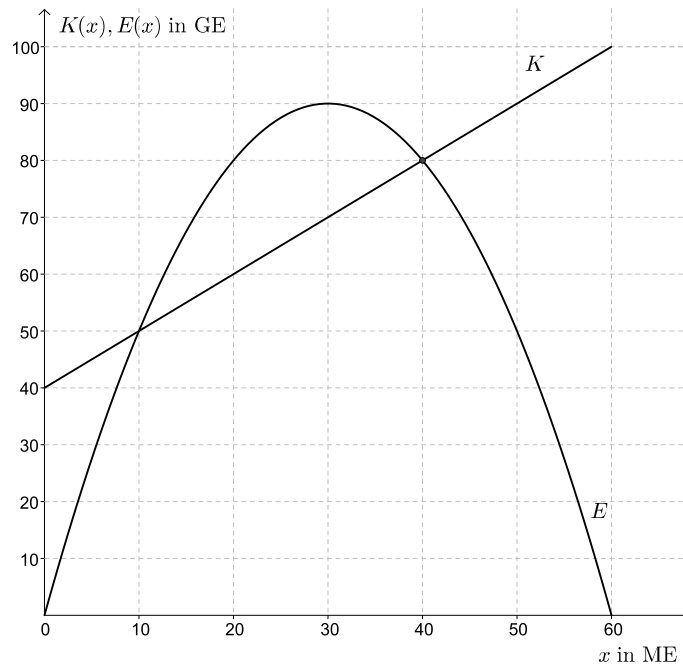


- Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes  $H$  der Ableitungsfunktion  $V'$  im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

# Aufgabe 8

## Papierproduzent

Ein Papierproduzent stellt als Monopolist hochwertiges Urkundenpapier her. Die Kostenfunktion  $K$  für die Herstellung und die Erlösfunktion  $E$  für den Absatz dieses Produkts sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



- a) – Stellen Sie die Funktionsgleichung dieser Kostenfunktion  $K$  auf. [1 Punkt]  
– Argumentieren Sie, welches Vorzeichen der Koeffizient  $a$  dieser Erlösfunktion  $E$  mit  $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$  haben muss. [1 Punkt]
- b) Der Zusammenhang zwischen dem Preis und der nachgefragten Menge lässt sich durch folgende Preisfunktion der Nachfrage  $p_N$  beschreiben:
- $$p_N(x) = -0,1 \cdot x + 6$$
- $x$  ... Anzahl der nachgefragten Mengeneinheiten (ME)  
 $p_N(x)$  ... Preis in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME) bei der Nachfrage von  $x$  ME
- Der Papierproduzent überlegt, den Preis von 5 GE/ME auf 4 GE/ME zu senken. Die Kostenrechnungsabteilung behauptet: „Die Bogenelastizität der Nachfrage für diese Preissenkung beträgt  $-5$ .“
- Überprüfen Sie rechnerisch die Richtigkeit dieser Behauptung. [1 Punkt]  
– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für die Punktelastizität der Nachfrage auf. [1 Punkt]
- c) Das Verhalten der Erlösfunktion soll für die nachgefragte Menge 40 ME untersucht werden.
- Zeichnen Sie in der obigen Grafik die Tangente an den Graphen der Erlösfunktion  $E$  an der Stelle  $x = 40$  ein. [1 Punkt]  
– Lesen Sie die Steigung dieser Tangente ab. [1 Punkt]  
– Interpretieren Sie die Steigung dieser Tangente im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

- d) Für die Stelle des Gewinnmaximums gilt, dass die Grenzkosten gleich dem Grenzerlös sind.  
– Begründen Sie diese Aussage. [1 Punkt]

