Ime:	Datum:
Priimek:	

Kompenzacijski izpit k standardiziranemu,
kompetenčno usmerjenemu
pisnemu zrelostnemu izpitu

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

junij 2016

Matematika

Kompenzacijski izpit 9
Podatki za kandidatke / kandidate

BM BF Bundesministerium für Bildung und Frauen
Bundesinstitut bifie

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka, spoštovani kandidat!

Pola za izravnalni izpit ki je pred Vami, vsebuje 5 nalog. Naloge so za reševanje med seboj neodvisne.

Vsaka naloga je razčlenjena v dva dela. Pri »zastavitvi naloge« morate dokazati vsakokratne osnovne kompetence, pri odgovarjanju na »nadaljevalno vprašanje« pa dokazujete svojo sposobnost komunikacije na danem področju.

Čas za pripravo znaša najmanj 30 minut, čas za izpraševanje pa največ 25 minut.

Vrednotenje

Vsaka naloga bo ovrednotena z nič, z eno ali z dvema točkama. Pri tem je za vsako zastavitvijo naloge moč doseči po eno osnovnokompetenčno točko, z vsakim ndaljevalnim vprašanjem pa po eno dodatno točko. Skupaj je lahko doseženih največ deset točk.

Za vrednotenje (oceno) izpita velja naslednja shema:

ocena		najmanjše število doseženih točk
»Genügend«	zadostno	4 osnovnokompetenčne točke + 0 dodatnih točk 3 osnovnokompetenčne točke + 1 dodatna točka
»Befriedigend«	povoljno	5 osnovnokompetenčnih točk + 0 dodatnih točk 4 osnovnokompetenčne točke + 1 dodatna točka 3 osnovnokompetenčne točke + 2 dodatni točki
»Gut«	dobro	5 osnovnokompetenčnih točk + 1 dodatna točka 4 osnovnokompetenčne točke + 2 dodatni točki 3 osnovnokompetenčne točke + 3 dodatne točke
»Sehr gut«	prav dobro	5 osnovnokompetenčnih točk + 2 dodatni točki 4 osnovnokompetenčne točke + 3 dodatne točke

O skupni oceni odloča izpitna komisija; na vsak način se pri oceni upoštevata tako uspeh dosežen pri izravnalnem izpitu, kakor tudi rezultat pisnega dela.

Veliko uspeha!

Naloga 1

Premice v $\mathbb{R}^3$

Dani sta dve premici, g in h, v $\mathbb{R}^3$.

Premica g poteka skozi točko $P = (3|1|5)$ in je vzporedna z navpično osjo y.

Zastavitev naloge:

Navedite parametrično predstavitev za g.

Utemeljite, zakaj koordinat y_Q in z_Q točke $Q = (1|y_Q|z_Q)$ ni možno določiti tako, da bi točka Q ležala na premici g.

Nadaljevalno vprašanje:

Podajte pregled vseh možnih medsebojnih leg dveh premici v $\mathbb{R}^3$!

Premica h je podana v parametrični obliki $X = \begin{pmatrix} x_h \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ y_h \\ 1 \end{pmatrix}$ pri $s, x_h, y_h \in \mathbb{R}$.
Ali je možno številski vrednosti x_h in y_h določiti tako, da sta premici g in h med seboj pravokotni in se sekata v točki P?
Če ne, utemeljite s pomočjo računov, zakaj to ni možno.
Če ja, navedite ustrezni vrednosti za x_h in y_h.

Naloga 2

Kvadratna funkcija

Dana je funkcija f z $f(x) = r \cdot x^2 + s$ pri $r, s \in \mathbb{R}, r \neq 0$.

Zastavitev naloge:

Pojasnite, kako vpliva sprememba vrednosti parametrov r in s na potek grafa funkcije f.

Nadaljevalno vprašanje:

Graf funkcije f poteka skozi obe točki, $B = (a|b)$ in $E = (0|e)$ pri $a \neq 0$.

S pomočjo koordinat a, b, e danih točk navedite parametra r in s.

Navedite, za katero vrednost b funkcija f ni kvadratna funkcija.

Naloga 3

Sila vzmeti

Če raztegnemo vzmet, je sila, ki mora biti uporabljena za raztegovanje vzmeti premosorazmerna raztezku. Funkcija F opisuje silo, ki jo je potrebno uporabiti, v odvisnosti od raztezka x.

Velja: $F(x) = k \cdot x$.

Pri tem je x podan v metrih (m) in $F(x)$ v Njutnih (N). Konstanta k se označuje kot konstanta vzmeti in navaja »trdoto« vzmeti.

Zastavitev naloge:

Skicirajte enega od možnih grafov funkcije F in na Vaši skici označite k.

Nadaljevalno vprašanje:

Navedite izraz v odvisnosti od k, s katerim lahko izračunamo delo, ki je potrebno, da vzmet raztegnemo za dolžino x_0.

Navedite, kako se delo spremeni, če vzmet raztegnemo za dolžino $2 \cdot x_0$.

Naloga 4

Mejni stroški

Od nekega podjetja poznamo za izdelavo nekega produkta funkcijo stroškov K pri
$K(x) = 4 \cdot x^3 - 60 \cdot x^2 + 400 \cdot x + 1\,000$. Pri tem podaja $K(x)$ proizvodne stroške v denarnih enotah (DE) pri proizvodnji x količinskih enot (KE).

Pod mejnimi stroški (v DE/KE) razumemo stroške, ki dodatno nastanejo pri povečanju proizvodnje za 1 KE.

Zastavitev naloge:

Približnostni izračun mejnih stroškov pri neki določeni proizvodni količini x_0 dobimo s prvim odvodom $K'(x_0)$.

S pomočjo odvoda funkcije K izračunajte mejne stroške pri proizvodni količini 15 KE.

Nadaljevalno vprašanje:

Izračunajte, za koliko DE se vrednost približno izračunanih mejnih stroškov pri obsegu proizvodnje 15 KE razlikuje od dejanskega prirastka stroškov, če se obseg proizvodnje poveča od 15 KE na 16 KE.

Funkcija odvoda K' je od $x = 5$ KE dalje strogo monotono naraščajoča.
Navedite pomen te izjave za proizvodne stroške, če proizvodna količina narašča

Naloga 5

Diskretna slučajna spremenljivka

Za neko diskretno slučajno spremenljivko X je predložena preglednica, v kateri so navedene vse možne vrednosti k te slučajne spremenljivke in pripadajoče verjetnosti. Parameter n je naravno število z $n \neq 0$.

k	1	4	7	10	15
$P(X = k)$	0,2	$\frac{2}{n}$	$\frac{6}{n}$	0,1	0,3

Zastavitev naloge:

Določite parameter n in pričakovano vrednost $E(X)$ slučajne spremenljivke X.
Pojasnite svoj postopek reševanja.

Nadaljevalno vprašanje:

Standardni odklon σ ima pri zgoraj navedeni slučajni spremenljivki vrednost $\sigma = 5{,}2$.

Spremenite v preglednici navedene verjetnosti $P(X = k)$ za vsaj dve vrednosti k tako, da se bo standardni odklon zmanjšal in bo pri tem še vedno predložena veljavna porazdelitev verjetnosti. Vrednosti slučajne spremenljivke (v prvi vrstici preglednice) pa naj ostanejo nespremenjene.
Pojasnite svoj postopek reševanja.