

Ime:	
Razred:	



Standardizirani, kompetenčno usmerjeni
pisni zrelostni izpit

Splošno izobraževalna višja šola (AHS)

10. maj 2016

Matematika

2. del-naloge



--

Navodila za reševanje nalog

Spoštovana kandidatka! Spoštovani kandidat!

Delovni zvezek z nalogami 2. dela, ki je pred Vami, vsebuje štiri naloge z vsakič po dvema do štirimi delnimi nalogami, pri čemer so vse delne naloge rešljive neodvisno druga od druge.

Na voljo imate 150 minut čistega časa za reševanje.

Uporabljajte pisalo v modri ali črni barvi, ki ga ni moč odstraniti z radirko. Pri konstrukcijskih nalogah lahko uporabite tudi svinčnik.

Za reševanje uporabljajte ta delovni zvezek in liste, ki so vam dani na razpolago! Svoje ime in priimek vpišite na prvi strani delovnega zvezka v za to predvideno polje in na vsak posamezni list, ki ga boste uporabili! Pri reševanju vsake posamezne delne naloge navedite njeno oznako!

Pri vrednotenju bo upoštevano vse, kar ni prečrtano. Rešitev naloge mora biti pri tem jasno razvidna. Če rešitev ni jasno razvidna, ali če so navedene različne rešitve, velja naloga za nerešeno. Svoje zapiske prečrtajte.

Pri reševanju smete uporabljati dovoljeno zbirko formul in običajne elektronske pripomočke.

Oddati je potrebno delovni zvezek in vse liste, ki jih boste uporabili.

Vrednotenje

Vsaka naloga iz 1. dela bo ovrednotena z 0 točk ali z 1 točko, vsaka delna naloga iz 2. dela pa z 0, 1 ali 2 točkama. Z označene zastavitve nalog bodo ovrednotene z 0 točk ali z 1 točko.

- Če bo v 1. delu pravilno rešenih vsaj 16 od 24 nalog, bo delo ocenjeno pozitivno.
- Če bo v 1. delu pravilno rešenih manj kot 16 od 24 nalog, bodo za izravnavo bistvenega območja znanja, v skladu z odredbo o ocenjevanju znanj, upoštevane z označene naloge iz 2. dela. Če bo ob upoštevanju z označenih nalog iz 2. dela vsaj 16 nalog pravilno rešenih, bo delo ocenjeno pozitivno. Če pa bo tudi z upoštevanjem z označenih nalog iz 2. dela pravilno rešenih manj kot 16 nalog, bo delo ocenjeno z »nezadostno«.
- Če bo v 1. delu (ob upoštevanju izravnalnih točk) doseženih vsaj 16 točk, se bo delo ocenjevalo po naslednjem ključu:

Genügend	zadostno	16 – 23 točk
Befriedigend	povoljno	24 – 32 točk
Gut	dobro	33 – 40 točk
Sehr gut	prav dobro	41 – 48 točk

Pojasnilo k formatom odgovorov

Nekatere naloge imajo *proste formate odgovorov*; pri tem Vaš odgovor vpišete v delovni zvezek neposredno pod vsakokratno zastavitev naloge. Nadaljnji formati odgovorov, ki lahko pridejo v poštev pri pisnem izpitu (klavzuri), so predstavljeni kot sledi:

Prirjevalni format: za ta format je značilno več izjav (oz. tabel ali slik), nasproti katerim stoji več možnosti odgovorov. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da vsaki izjavi priredite ustrezno možnost odgovora z vnosom odgovoru pripadajoče črke!

Primer:
Dani sta dve enačbi.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	seštevanje
B	deljenje
C	množenje
D	odštevanje

Zastavitev naloge:
Danima enačbama priredite vsakič ustrezno oznako (izmed možnosti A do D)!

Konstruktivski format: Podana je naloga in zastavitev vprašanja. Naloga zahteva dopolnitev s točkami, premicami in/ali krivuljami v delovni zvezek.

Primer:
Dana je linearna funkcija f z $f(x) = k \cdot x + d$.

Zastavitev naloge:
V dani koordinatni sistem narišite graf linearne funkcije pri pogojih: $k = -2$ in $d > 0$!

Format multiple-choice v različici »1 izmed 6«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in šest možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati eno možnost odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite edino pravilno možnost odgovora!

Primer:
Katera enačba je pravilna?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno enačbo !

Format multiple-choice v različici »2 izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati dve možnosti odgovora. Naloge tega formata pravilno rešite tako, da s križcem označite obe pravilni možnosti odgovora!

Primer:
Kateri enačbi sta pravilni?

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite obe ustrezni enačbi!

Format multiple-choice v različici »x izmed 5«: Za ta format odgovora je značilno eno osnovno vprašanje in pet možnosti odgovora, pri čemer je potrebno izbrati **eno, dve, tri, štiri ali pet možnosti odgovora**. V zastavitvi naloge vedno najdete zahtevo »S križcem označite veljavno(-e) izjavo(-e)/ enačbo(-e)/ ...!« Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da s križcem označite pravilno možnost/ pravilne možnosti odgovora!

Primer:
Katera(-e) izmed navedenih enačb je/ so pravilna(-e)?

$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 10$	<input checked="" type="checkbox"/>

Zastavitev naloge:
S križcem označite ustrezno(-e) enačbo(-e)!

Luknjičasto besedilo: Za ta format odgovora je značilen stavek z dvema vrzelima (luknjama), kar pomeni, da sta v besedilu naloge izpostavljeni dve mesti, ki ju je potrebno dopolniti. Za vsako vrzel (luknjo) so podane tri možnosti vnosa. Naloge tega formata ustrezno rešite tako, da za vsako od vrzel (lukenj) s križcem označite obe pravilni možnosti vnosa!

Primer:
Dane so 3 enačbe.

Zastavitev naloge:
V naslednjem stavku dopolnite vrzeli (luknje) v besedilu na tak način, da s križcem označite vsakič ustrezne dele stavka tako, da nastane pravilna izjava!

Operacija, predstavljena z enačbo _____ ① _____, se imenuje izračunanje vsote ali _____ ② _____.

①	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>

②	
množenje (multiplikacija)	<input type="checkbox"/>
odštevanje (subtrakcija)	<input type="checkbox"/>
seštevanje (adicija)	<input checked="" type="checkbox"/>

Tako spremenite svoj odgovor pri nalogah, pri katerih je potrebno označevanje s križcem:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato vrišite križec v zeleni okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

Tukaj je bil prvotno izbran odgovor » $5 + 5 = 9$ «, nato pa spremenjen na » $2 + 2 = 4$ «.

Tako ponovno izberete že prebarvani odgovor:

1. Prebarvajte okvirček z odgovorom, ki več ne velja.
2. Nato obkrožite zeleni prebarvani okvirček.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Tukaj je bil odgovor » $2 + 2 = 4$ « najprej prebarvan in nato ponovno izbran.

Če imate še kakšno vprašanje, se prosimo obrnite na svojo učiteljico/ svojega učitelja!

Veliko uspeha pri reševanju!

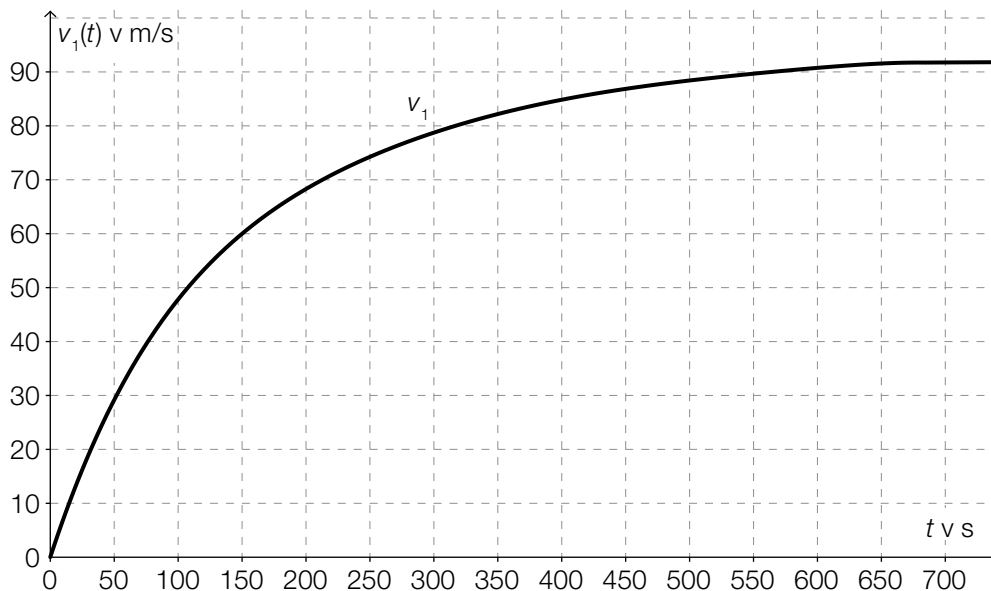
Naloga 1

Intercity-Express (ICE)

Kot ICE se označujejo različne serije visokohitrostnih vlakov Nemških železnic (Deutsche Bahn). Z visoko hitrostjo do 330 km/h (okroglo 91,7 m/s) gre pri tem za najhitrejše vlake Nemčije. Dolgi so ca. 200 metrov in ca. 400 ton težki ter sestojijo iz po 8 vagonov. V okviru registracijskih voženj morajo opraviti teste pospeševanja in zaviranja. Rezultate teh testov je moč grafično predstaviti.

Zastavitev naloge:

- a) Podatki nekega testa pospeševanja, od stanja mirovanja do najvišje hitrosti (hitrost $v_1(t)$ je navedena v metrih na sekundo in čas t v sekundah), so približno predstavljeni v naslednjem diagramu hitrosti v odvisnosti od časa.



Določite srednjo stopnjo spremembe (povprečno spremembo) hitrosti na časovnem intervalu $[0 \text{ s}; 700 \text{ s}]$ in navedite časovni trenutek, v katerem je trenutna stopnja spremembe hitrosti večja kot izračunana povprečna stopnja spremembe.

A V danem kontekstu interpretirajte določeni integral $\int_0^{700} v_1(t) dt$.

- b) Pri nekem testu zaviranja so bili zajeti podatki. Iz teh podatkov lahko za opravljeno pot $s(t)$ povzamemo: $s(t) = 70 \cdot t - 0,25 \cdot t^2$ pri tem je čas t v sekundah in $s(t)$ v metrih od začetka zaviranja.

Za ta test zaviranja navedite funkcijo hitrosti v odvisnosti od časa v_2 v obliki $v_2(t) = k \cdot t + d$ in v danem kontekstu pojasnite nastopajoča parametra k in d .

Določite dolžino poti, ki jo opravi ICE od trenutka, ko začne zavirati, do zaustavitve.

Naloga 2

ZAMG-vremenski balon

Vremenski balon je s helijem ali z vodikom napolnjen balon, ki se v meteorologiji uporablja za transport radijskih sond (merilnih naprav). *Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik* (ZAMG) pošlje iz vremenske postaje *Hohe Warte* dvakrat dnevno, 365 dni v letu, v zrak vremenski balon. Med dviganjem se kontinuirano izvajajo merjenja temperature, zračne vlažnosti, zračnega tlaka, smeri vetra in hitrosti vetra.

V naslednji preglednici so prikazane vrednosti za zračni tlak in temperaturo na višini h nad morsko gladino, izmerjene pri nekem konkretnem dvigu vremenskega balona.

Višina balona h nad morsko gladino (v m)	Zračni tlak p (v hPa)	Temperatura (v °C)
1 000	906	1,9
2 000	800	-3,3
3 000	704	-8,3
4 000	618	-14,5
5 000	544	-21,9
6 000	479	-30,7
7 000	421	-39,5
8 000	370	-48,3

Zastavitev naloge:

- a) A Določite relativno (odstotno) spremembo zračnega tlaka pri dvigu zračnega balona iz 1 000 m na 2 000 m.

Odvisnost zračnega pritiska od višine je lahko v približku opisana z eksponentno funkcijo. Opišite, kako je moč to utemeljiti na podlagi gornje preglednice.

- b) Na višinskem intervalu [5 000 m; 8 000 m] je moč temperaturo v odvisnosti od višine opisati z linearno funkcijo T .

Utemeljite to na podlagi vrednosti, navedenih v gornji preglednici.

Izračunajte vrednosti parametrov k in d za to funkcijo T pri $T(h) = k \cdot h + d$.

- c) Prostornina vremenskega balona je v približku obratno sorazmerna z zračnim tlakom p . Na višini 1 000 m ima vremenski balon prostornino 3 m³.

Z enačbo opišite funkcijsko odvisnost prostornine (v m³) od zračnega tlak (v hPa).

$$V(p) = \underline{\hspace{15em}}$$

Izračunajte absolutno spremembo prostornine balona na višinskem intervalu [1 000 m; 2 000 m].

Naloga 3

Davek na dohodek

Zaposlene osebe morajo del svojih dohodkov odvesti državi v obliki davka od dohodka (dohodnine). V davčnem modelu za koledarsko leto 2015 razlikujemo štiri davčne razrede s tako imenovanimi davčnimi stopnjami: 0 %, 36,5 %, 43,2 % in 50 %.

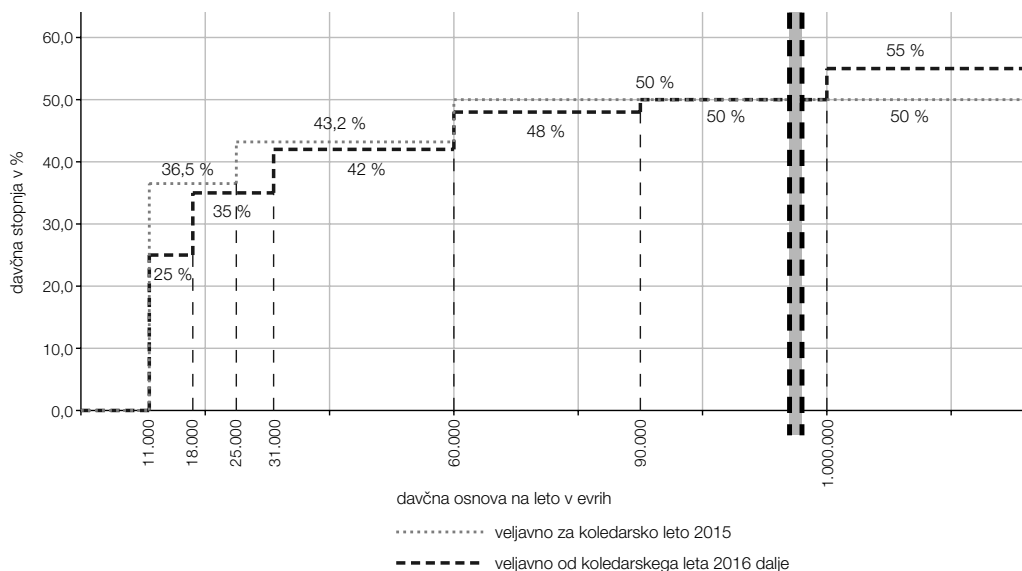
Modelno se privzema:

»letni neto dohodek« = »davčno-obvezni letni dohodek« – »dohodnina«

Obračun dohodnine se nanaša na letno davčno osnovo (letni dohodek zavezan plačilu davka) in je za leto 2015 določen z naslednjimi pravili:

- Dohodki oz. deli dohodkov do 11.000 € so neobdavčeni.
- Deli dohodkov nad 11.000 € do 25.000 € se obdavčijo s 36,5 %. To pomeni: če je dohodek višji kot 11.000 €, je prvih zasluženih 11.000 € neobdavčenih, deli dogodka ki so nad tem do 25.000 €, pa se obdavčijo s 36,5 %.
- Deli dohodka nad 25.000 € do 60.000 € se obdavčijo s 43,2 % (natančno: $43\frac{3}{14}$ %).
- Deli dohodka nad 60.000 € se obdavčijo s 50 %.

7. julija 2015 je bil v državnem zboru sprejet zakon o davčni reformi 2015/2016. Od 1. januarja 2016 dalje veljavni davčni model je model s sedmimi davčnimi stopnjami. 2015 veljavni model (s štirimi davčnimi razredi) in od 2016 dalje veljavni model (s sedmimi davčnimi razredi) sta predstavljena na naslednji sliki.



Vir podatkov: http://www.parlament.gv.at/ZUSD/BUDGET/BD_-_Steuerreform_2015_und_2016.pdf, str. 15 [11.11.2015]

Zastavitev naloge:

- a) S pomočjo v 2015 veljavnih davčnih stopenj izračunajte letni neto dohodek osebe, katere letna davčna osnova znaša 20.000 €.

Navedite (za leto 2015) formulo za letni neto dohodek N osebe, katere letna davčna osnova E leži med 11.000 € do 25.000 €.

b) Tako imenovana povprečna davčna stopnja je definirana kot sledi:

$$\text{povprečna davčna stopnja} = \frac{\text{plačana dohodnina}}{\text{davčno-obvezni letni dohodek}}$$

Nekdo je imel v letu 2015 davčno-obvezni letni dohodek v višini 40.000 €.

Izračunajte povprečno davčno stopnjo za leto 2015 za to osebo.

Ob uporabi dane grafike interpretirajte, kaj se za to osebo izračuna z izrazom

$$7\,000 \cdot 0,115 + 7\,000 \cdot 0,015 + 6\,000 \cdot 0,082 + 9\,000 \cdot 0,012.$$

c) Nekdo trdi:

(1) »Pri davčno-obveznem letnem dohodku 100.000 € kljub spremembi zakona ne bo nobene spremembe glede dohodnine, ki jo je potrebno odvesti.«

(2) »Davčna stopnja za davčno-obvezni letni dohodek nad 11.000 € do 18.000 € se spremeni za 11 odstotkov.«

Sta ti dve trditvi pravilni? Za vsako formulirajte matematično utemeljeni odgovor.

d) Zvezno finančno ministrstvo (*Bundesministerium für Finanzen*) na svoji spletni strani navaja obračun dohodnine za leto 2015 (Est), za dohodkovni razred nad 25.000 € do 60.000 € letne davčne osnove, z naslednjo formulo:

$$\text{Est} = \frac{(\text{davčno-obvezni letni dohodek} - 25\,000) \cdot 15\,125}{35\,000} + 5\,110$$

Razložite faktor $\frac{15\,125}{35\,000}$ in sumand 5 110 glede na izračun dohodnine.

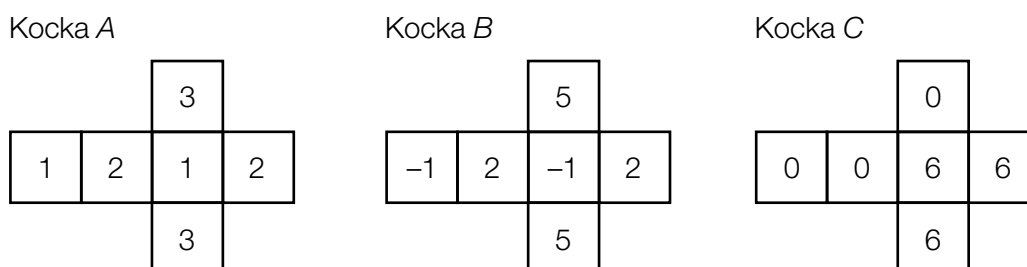
Nastavite formulo za izračun dohodnine (Est_{neu}) za davčno-obvezni letni dohodek nad 31.000 € do 60.000 €, za od 2016 veljavni davčni model.

$$\text{Est}_{\text{neu}} = \underline{\hspace{15em}}$$

Naloga 4

Kocke z različnimi številkami

Dane so mreže treh poštenih kock, katerih stranske ploskve so na različne načine označene z različnimi števili. (Kocka je »poštena«, če je verjetnost, da je po metu obrnjena navzgor, za vse mejne ploskve enako velika.)



Zastavitev naloge:

- a) Gospod Fischer dvakrat vrže kocko A. Slučajna spremenljivka X podaja vsoto obeh vrženih števil. Slučajna spremenljivka X lahko zavzame vrednosti 2, 3, 4, 5 in 6. Gospa Fischer vrže kocki A in B. Slučajna spremenljivka Y podaja vsoto obeh vrženih števil.

A Navedite vse možne vrednosti slučajne spremenljivke Y .

možne za Y : _____ .

Obstajajo vrednosti slučajnih spremenljivk, ki pri gospodu Fischerju nastopajo z večjo verjetnostjo kot pri gospe Fischer. Navedite tisto vrednost, pri kateri je razlika med obema verjetnostma največja in izračunajte to razliko.

- b) Pri neki igri je trikrat vržena kocka B. Vložek igre za igralko / igralca znaša 2 €. Vsakokratno izplačilo je odvisno od vsote treh vrženih števil in je deloma navedeno v spodnji preglednici.

Vsota teh vrženih števil	Izplačilo igralki / igralcu
Pozitivna	0
Nič	2
negativna	?

Nekdo to igro igra petkrat. Izračunajte verjetnost, da je pri tem natanko dvakrat vsota treh vrženih števil natančno nič.

Izračunajte, kolikšen znesek sme ponudnik igre največ izplačati za prikockanje negativne vsote, da lahko dolgoročno računa, da ne bo izgube.

- c) Peter 100 krat vrže kocko C. Slučajna spremenljivka Z opisuje število prikockanih šestic.

Izračunajte pričakovano vrednost in standardni odklon za Z .

Določite verjetnost, da je vsota vrženih števil večja od 350.

