

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

Mathematik

9. Mai 2014

Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

Aufgabe 1

Hallenbad

a) Lösungserwartung:

Partei A: Das Hallenbad muss renoviert werden, da die Besucherzahlen über die letzten Jahre annähernd konstant geblieben sind.

Partei B: Das Hallenbad soll nicht renoviert werden, da die Besucherzahlen in den letzten Jahren stark abgenommen haben.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine richtige Aussage zu Partei A.
 - Ein Punkt für eine richtige Aussage zu Partei B.
- Zulässig sind auch andere Formulierungen, die den Kern der Aussagen treffen.

b) Lösungserwartung:

- 1) Die senkrechte Achse beginnt bei null, allerdings ist der erste Abschnitt bis zum ersten Skalierungswert verkürzt dargestellt.
- 2) Änderung/„Verfeinerung“ der Skalierung
- 3) Die x-Achsen-Skala beginnt mit 2002, daher fällt „der ansteigende Teil“ in der Graphik weg (vgl. Anstieg der Besucherzahlen lt. Partei A).

Lösungsschlüssel:

Zwei Punkte: je ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekt angeführte Manipulation.

c) Lösungserwartung:

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Besucher/innen pro Tag	168,5	169,3	170,0	171,8	172,0	174,2	176,9	180,6

Investitionen in das Hallenbad lohnen sich, denn in den letzten acht Jahren stieg die Zahl der täglichen Besucher/innen jedes Jahr an.

Lösungsschlüssel:

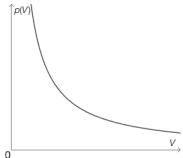
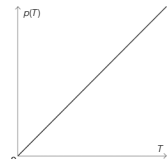
- Ein Ausgleichspunkt für die richtigen Werte in der Tabelle. Die Angabe einer Null nach dem Komma (z. B.: 170,0) kann entfallen.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Antwort.

Aufgabe 2

Zustandsgleichung idealer Gase

a) Lösungserwartung:

Volumen halbieren oder Temperatur verdoppeln.

	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die korrekte Angabe beider Möglichkeiten, die zu einer Verdoppelung des Drucks führen, wobei beide Möglichkeiten angegeben werden müssen.
- Ein Punkt für das ausschließliche Ankreuzen der beiden richtigen Graphen.

b) Lösungserwartung:

Mögliche Begründungen:

Der Druck nimmt mit steigendem Volumen ab. Die Funktion ist streng monoton fallend.

$$\left. \begin{array}{l} p(V_2) < p(V_1) \\ V_2 > V_1 \end{array} \right\} \text{Daher ist der Quotient negativ.}$$

$$p'(V) = -\frac{n \cdot R \cdot T}{V^2} \text{ beschreibt die momentane Druckänderung.}$$

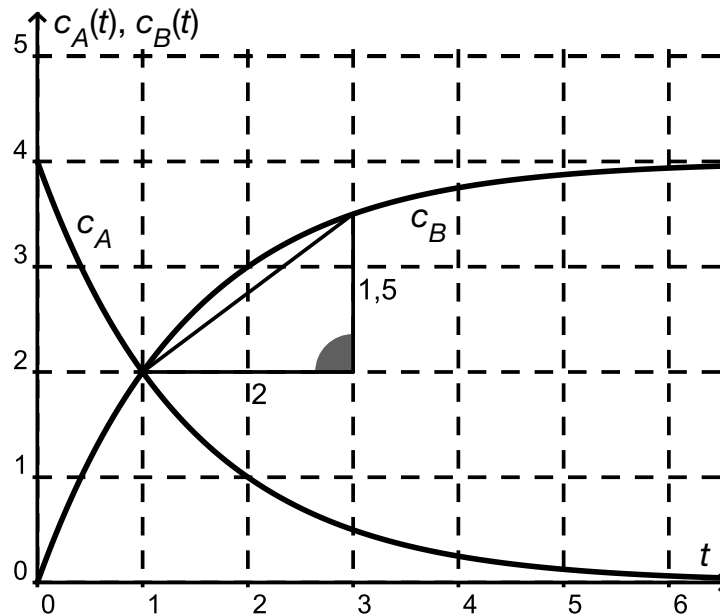
Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Begründung.
- Ein Punkt für die Ermittlung der Funktionsgleichung für die Druckänderung. Die Schreibweise $p'(V)$ muss nicht verwendet werden. Wichtig ist, dass der Funktionsterm stimmt und eine funktionale Schreibweise verwendet wird.

Aufgabe 3

Chemische Reaktionsgeschwindigkeit

a) Lösungserwartung:



$$\frac{1,5}{2} = 0,75 \frac{\text{Mol}}{\text{Liter} \cdot \text{Minute}}$$

Mögliche Interpretationen:

Die Konzentration von A nimmt zu jedem Zeitpunkt gleich stark ab, wie die Konzentration von B zu diesem Zeitpunkt zunimmt.

Oder:

Die beiden Reaktionsgeschwindigkeiten sind zu jedem Zeitpunkt betragsmäßig gleich groß.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für das Ermitteln der durchschnittlichen Reaktionsgeschwindigkeit. Jedes Ergebnis, das im Intervall $[0,7; 0,8]$ liegt, ist als richtig zu werten. Die Einheit muss nicht angegeben werden. Falls ein richtiges Ergebnis mit einer falschen Einheit angegeben ist, so ist die Aufgabe als richtig gelöst zu werten.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) richtige Deutung der momentanen Änderungsraten der Konzentrationen der Stoffe A und B.

b) Lösungserwartung:

c_0 ist die Anfangskonzentration des Stoffes zum Zeitpunkt $t = 0$.

Für den Ausgangsstoff A ist der Graph (bzw. die Funktion) streng monoton fallend, d. h., der Parameter k im Exponenten der Exponentialfunktion muss negativ sein.

Möglicher Ansatz:

$$\frac{c_0}{2} = c_0 \cdot e^{k \cdot \tau}$$

und/oder

$$\frac{1}{2} = e^{k \cdot \tau}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = k \cdot \tau$$

$$\tau = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{k} \quad \text{oder} \quad \tau = \frac{-\ln(2)}{k}$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die Deutung von c_0 und eine (sinngemäß) korrekte Argumentation, warum der Parameter k negativ ist.
- Ein Punkt für den richtigen Ansatz und das richtige Ergebnis für τ .

Auch der Ansatz $\frac{c_0}{2} = c_0 \cdot e^{-k \cdot \tau}$ mit der Lösung $\tau = \frac{\ln(2)}{k}$ ist als richtig zu werten.

Aufgabe 4

Grenzkosten

a) Lösungserwartung:

$$\overline{K}(x) = \frac{0,001 \cdot x^3 - 0,09 \cdot x^2 + 2,8 \cdot x + 5}{x} = 0,001 \cdot x^2 - 0,09 \cdot x + 2,8 + 5 \cdot x^{-1}$$

$$\overline{K}(100) = 3,85$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für die korrekte Stückkostenfunktion, wobei der Funktionsterm nicht vereinfacht werden muss.
- Ein Punkt für die korrekte Berechnung des Funktionswertes (sollte die Stückkostenfunktion zwar im Ansatz richtig, aber in der Vereinfachung fehlerhaft berechnet worden sein, jedoch der Funktionswert dann korrekt berechnet worden sein, ist dieser Punkt zu geben).

b) Lösungserwartung:

Der Differenzenquotient $\frac{K(x+1) - K(x)}{(x+1) - x} = K(x+1) - K(x)$ bzw. die absolute Änderung $K(x+1) - K(x)$ wäre mathematisch korrekt (anstatt des Differenzialquotienten).

Für eine lineare Kostenfunktion ist die betriebswirtschaftliche Interpretation der Grenzkostenfunktion gleichzeitig auch mathematisch exakt.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für das korrekte Änderungsmaß. Eine der beiden Möglichkeiten muss zumindest begrifflich angeführt sein. Die formale Definition des Differenzenquotienten kann gegebenenfalls nachgesehen werden.

Anmerkung: Der betriebswirtschaftlich eigentlich genutzte Differenzialquotient gibt die momentane Änderungsrate an einer bestimmten Stelle an. Die betriebswirtschaftliche Interpretation bezieht sich aber auf eine Änderungsrate (= Kostenzuwachs) bei einer Produktionssteigerung um eine Gütereinheit – also eigentlich auf die Änderungsrate in einem Intervall $[x; x+1]$, weswegen die Verwendung des Differenzenquotienten bzw. der absoluten Änderung mathematisch korrekt ist. (Geometrisch wird die Sekantensteigung durch die Tangentensteigung ersetzt.)

- Ein Punkt für die korrekte Angabe des Funktionstyps. (Auch graphische Überlegungen – ein Graph einer linearen Funktion – gelten als richtige Antwort.)

Aufgabe 5

Sportwagen

a) Lösungserwartung:

$$a(t) = v'(t) = -1,5 \cdot t^2 + 7,5 \cdot t$$

$$a(2) = -1,5 \cdot 2^2 + 7,5 \cdot 2 = 9 \Rightarrow a(2) = 9 \text{ m/s}^2$$

Auch die Berechnung über den Differenzenquotienten mit korrektem Grenzwertübergang ist zulässig.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt, wenn $a(t)$ als 1. Ableitung der Geschwindigkeitsfunktion korrekt bestimmt wurde.
- Ein Punkt für die korrekte Berechnung des Ergebnisses. Sollte $a(t)$ im Ansatz richtig (aber fehlerhaft) aufgestellt worden sein, die Berechnung aber in weiterer Folge korrekt sein, dann ist dieser Punkt zu geben.

b) Lösungserwartung:

$$s(4) = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (-0,5 \cdot t^3 + 3,75 \cdot t^2) dt$$

$$s(4) = \int_0^4 (-0,5 \cdot t^3 + 3,75 \cdot t^2) dt = (-0,125 \cdot t^4 + 1,25 \cdot t^3) \Big|_0^4 = 48 \Rightarrow s(4) = 48 \text{ m}$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt, wenn der Ansatz $s(4) = \int_0^4 v(t) dt$ mit dem bestimmten Integral inklusive der richtigen Grenzen vorhanden ist.
- Ein Punkt für das richtige Ergebnis. Sollte das bestimmte Integral im Ansatz richtig (aber fehlerhaft) aufgestellt worden sein, die Berechnung aber in weiterer Folge korrekt sein, dann ist dieser Punkt zu geben.

c) Lösungserwartung:

Es liegt ein linearer funktionaler Zusammenhang vor.

$$v_1(t) = \frac{28}{4} \cdot t + 0 = 7 \cdot t$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt, wenn erkannt wurde, dass ein linearer Zusammenhang vorliegt, und dieser angegeben wurde (entweder textlich oder auch in Form einer Funktionsgleichung). Dieser Punkt ist auch zu geben, wenn zwar ein linearer Zusammenhang erkannt wurde, aber die Funktionsgleichung falsch aufgestellt wurde.
- Ein Punkt, wenn die Funktionsgleichung mit den korrekten Parametern aufgestellt wurde.