Name:	Datum:
Klasse:	

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2015

Mathematik

Kompensationsprüfung
Angabe für **Kandidatinnen/Kandidaten**

BM BF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

Hinweise zur Kompensationsprüfung

Sehr geehrte Kandidatin, sehr geehrter Kandidat!

Die vorliegenden Unterlagen zur Kompensationsprüfung umfassen fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind.

Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: Bei der „Aufgabenstellung" müssen Sie die jeweilige Grundkompetenz nachweisen und bei der Beantwortung der anschließenden „Leitfrage" sollen Sie Ihre Kommunikationsfähigkeit unter Beweis stellen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist für jede Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und für jede Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Für die Beurteilung der Prüfung ergibt sich folgendes Schema:

Note	zumindest erreichte Punkte
„Genügend"	4 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte 3 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt
„Befriedigend"	5 Grundkompetenzpunkte + 0 Leitfragenpunkte 4 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt 3 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte
„Gut"	5 Grundkompetenzpunkte + 1 Leitfragenpunkt 4 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte 3 Grundkompetenzpunkte + 3 Leitfragenpunkte
„Sehr gut"	5 Grundkompetenzpunkte + 2 Leitfragenpunkte 4 Grundkompetenzpunkte + 3 Leitfragenpunkte

Über die Gesamtbeurteilung entscheidet die Prüfungskommission; jedenfalls werden sowohl die im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit dafür herangezogen.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Parallelogramm

Gegeben sind die Koordinaten der Eckpunkte A, B und C eines Parallelogramms $ABCD$.

$A = (-2|0)$

$B = (2|b)$ mit $b \in \mathbb{R}$

$C = (6|4)$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes D dieses Parallelogramms in Abhängigkeit von b! Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Leitfrage:

Es gibt genau einen Wert für b, sodass das Viereck $ABCD$ ein entartetes Parallelogramm ergibt (das bedeutet, dass die Punkte A, B, C, D auf einer Geraden liegen). Ermitteln Sie diesen Wert für b und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 2

Coulomb-Kraft

Zwischen zwei Ladungsmengen q_1 und q_2 (mit q_1, $q_2 > 0$), die sich im Abstand r befinden, wirkt die Coulomb-Kraft $F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$, wobei k eine positive Konstante ist.

Aufgabenstellung:

Begründen Sie, welche Auswirkungen es auf die Coulomb-Kraft F hat, wenn die in der Formel auftretenden Größen folgendermaßen verändert werden!

a) Beide Ladungsmengen und der Abstand werden halbiert.

b) Eine Ladungsmenge und der Abstand werden verdoppelt, die zweite Ladungsmenge bleibt unverändert.

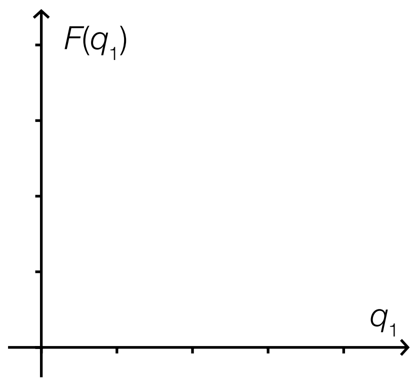
Leitfrage:

Skizzieren Sie in den nachstehenden Koordinatensystemen die Graphen folgender funktionaler Abhängigkeiten und erläutern Sie jeweils den Zusammenhang zwischen dem Verlauf des Graphen und den auftretenden Größen in der Funktionsgleichung!

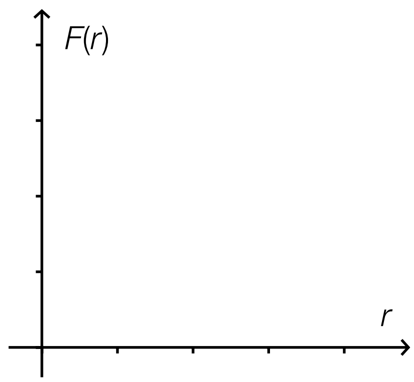
a) $F(q_1)$ bei konstantem q_2 und konstantem Abstand r

b) $F(r)$ bei konstanten Ladungsmengen

a)



b)



Aufgabe 3

Senkrechter Wurf

Ein Körper wird aus einer Anfangshöhe h_0 mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geworfen. Die durch die Erdanziehungskraft verursachte Beschleunigung wird mit g bezeichnet.
Die Wurfhöhe des Körpers zu einem beliebigen Zeitpunkt t kann in diesem Fall durch eine Polynomfunktion h mit $h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$ näherungsweise beschrieben werden. Dabei wird t in Sekunden und $h(t)$ in Metern angegeben.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die nachstehenden Ausdrücke im Hinblick auf die Bewegung des Körpers!

a) $\frac{h(t_2) - h(t_1)}{t_2 - t_1}$ $\quad (t_2 > t_1)$

b) $h'(t_2)$

c) $h''(t_2)$

Leitfrage:

Geben Sie an, unter welcher Voraussetzung $h'(t_2) \approx \frac{h(t_2) - h(t_1)}{t_2 - t_1}$ für $t_2 > t_1$ gilt!

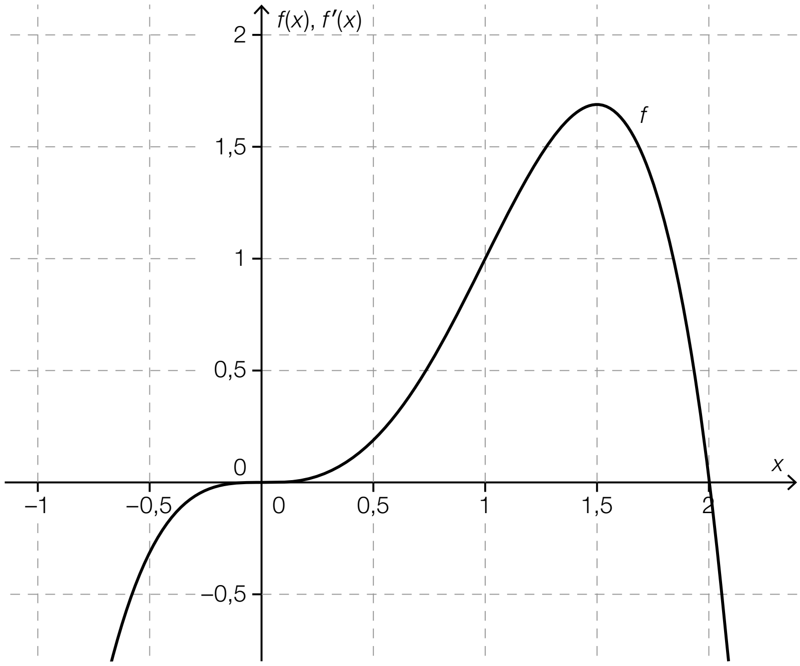
Die Gleichung $h'(t) = 0$ hat die Lösung t^*. Geben Sie diese Lösung in Abhängigkeit von den Parametern der Funktion h an!

Deuten Sie die Lösung t^* und den Ausdruck $h(t^*)$ im gegebenen Zusammenhang!

Aufgabe 4

Polynomfunktion

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion f dargestellt.



Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Ableitungsfunktion f' von f! Achten Sie dabei besonders darauf, die Nullstellen von f' korrekt einzuzeichnen und das Monotonieverhalten von f' korrekt darzustellen!

Leitfrage:

Begründen Sie, warum die Polynomfunktion f mindestens vom Grad 4 sein muss!

Eine Funktionsgleichung der Polynomfunktion f vom Grad 4 lautet allgemein:
$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ mit $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$.
Begründen Sie, warum für die in der Abbildung dargestellte Polynomfunktion $c = d = e = 0$ gilt!

Aufgabe 5

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Auf vier Seitenflächen eines „fairen" sechsseitigen Würfels ist die Zahl 1 abgebildet, auf zwei Seitenflächen die Zahl 2. Ein Würfel ist „fair", wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.

Bei einem Zufallsversuch wird der Würfel zweimal geworfen. Als Ergebnis jedes einzelnen Wurfes gilt diejenige Zahl, die auf der nach oben zeigenden Seitenfläche abgebildet ist.
Die Zufallsvariable X beschreibt das Produkt der bei den beiden Würfen eintretenden Ergebnisse, also das Produkt der beiden gewürfelten Zahlen.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, welche Werte die Zufallsvariable X annehmen kann, und geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X an!
Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Leitfrage:

Der beschriebene, aus jeweils zwei Würfen bestehende Zufallsversuch wird fünfmal ausgeführt. Die Zufallsvariable Y beschreibt, wie oft dabei das Produkt der beiden gewürfelten Zahlen den Wert 1 ergibt.
Erläutern Sie, warum Y als binomialverteilte Zufallsvariable angenommen werden kann, und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(Y = 2)$!