Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

Mathematik

Korrekturheft zur Probeklausur März 2014

Teil-2-Aufgaben

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Aufgabe 1

Radfahrerin

a) Lösungserwartung:

$v'(t) = -\frac{2}{9}t + \frac{4}{3}$

$v'(2) = \frac{8}{9}$

Die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit (= Beschleunigung) der Radfahrerin nach 2 Sekunden beträgt $\frac{8}{9}$ m/s². Da $v'(2) > 0$ ist, erhöht sich zum Zeitpunkt $t = 2$ die Geschwindigkeit.

Lösungsschlüssel:

– 1 Ausgleichspunkt für die korrekte Berechnung von $v'(2)$
– 1 Punkt für die Interpretation als momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit (= Beschleunigung)

Die Antwort ist dann als richtig zu bewerten, wenn
– auf eine positive Beschleunigung hingewiesen wird
oder
– darauf hingewiesen wird, dass sich zum genannten Zeitpunkt die Geschwindigkeit erhöht.

b) Lösungserwartung:

$s(9) - s(6)$	☒
$\int_6^9 v(t)\,\mathrm{d}t$	☒

etwa: $s(t) = -\frac{t^3}{27} + \frac{2t^2}{3} + 4t$

zurückgelegter Weg: $s(9) - s(6) = 63 - 40 = 23$ m

oder: $\int_6^9 \left(-\frac{1}{9}t^2 + \frac{4}{3}t + 4\right) \mathrm{d}t = 23$ m

Lösungsschlüssel:

- 1 Punkt für die richtige Optionenwahl
  Der Punkt ist genau dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.
- 1 Punkt für das richtige numerische Ergebnis
  Der Punkt ist dann zu geben, wenn das numerische Ergebnis richtig ist, auch dann, wenn ein falscher Ansatz angekreuzt worden ist.

c) Lösungserwartung:

Wegen $v'(0) = \frac{4}{3}$ und $v(0) = 4$ gilt:
Würde die anfängliche Änderungsrate der Geschwindigkeit unverändert bleiben, würde sich die Geschwindigkeit gemäß der Gleichung $v_1(t) = \frac{4}{3}t + 4$ entwickeln.
Weil die Geschwindigkeit $v_1(15) = 24$ m/s = 86,4 km/h mit dem Fahrrad im Normalfall nicht erreichbar ist, ist dieses Modell in diesem Zeitintervall nicht realistisch.

Lösungsschlüssel:

- 1 Punkt für $v_1(t)$
- 1 Punkt für eine hinreichende Argumentation
  Auch andere schlüssige Argumente als die in der Lösungserwartung genannten sind als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Supermarkt

a) **Lösungserwartung:**

Seestadt: $40\,000 \cdot 0{,}3 = 12\,000$ potenzielle Kunden
Bergdorf: $25\,000 \cdot 0{,}4 = 10\,000$ potenzielle Kunden
⇒ Da der zu erwartende Kundenstock möglichst groß sein soll, wird die Filiale in Seestadt errichtet.

Diagramm:
– absolute Werte auf der 2. Achse
oder
– Säulenbreiten an die Einwohnerzahlen anpassen

Lösungsschlüssel:

– 1 Punkt für das Erkennen der richtigen Standortentscheidung mit rechnerischer Begründung
– 1 Punkt für den korrekten Veränderungsvorschlag (siehe Lösungserwartung)

b) **Lösungserwartung:**

Die Zufallsvariable X zählt die Kundinnen und Kunden in der Stichprobe.

$W(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^7 \approx 27\ \%$ Toleranzintervall: [26 %; 27 %]

Jede der befragten Personen hat genau zwei Antwortmöglichkeiten; die Wahrscheinlichkeit einer positiven Antwort ist bei jeder befragten Person gleich hoch.

Lösungsschlüssel:

– 1 Punkt für das richtige Ergebnis
– 1 Punkt für die Angabe beider Bedingungen für das Vorliegen einer Binomialverteilung

c) **Lösungserwartung:**

$a = 1\,000$
$2a = a \cdot e^{3\lambda} \Rightarrow \ln 2 = 3\lambda \Rightarrow \lambda \approx 0{,}231$ Toleranzintervall: [0,23; 0,24]

Lösungsschlüssel:

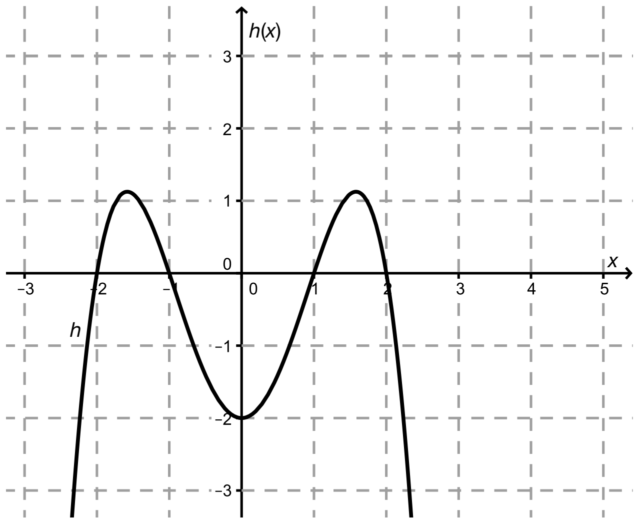
– 1 Ausgleichspunkt für das korrekte Ablesen des Parameters a
– 1 Punkt für die richtige Berechnung des Parameters λ

Aufgabe 3

Polynomfunktionen

a) Lösungserwartung:

Die Funktion g geht aus der Funktion f durch Verschiebung um eine Einheit nach unten entlang der y-Achse hervor. Symbolische Darstellung: $g(x) = f(x) - 1$ bzw. $g(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^4 - 5x^2 + 4) - 1$ und dazu äquivalente Funktionsgleichungen.



Lösungsschlüssel:

– 1 Punkt für die richtige Angabe von $g(x)$ und die richtige verbale Erläuterung des Zusammenhangs zwischen den Funkionen f und g
– 1 Punkt für den Graphen von Funktion h. Die Spiegelung der Funktion f an der x-Achse muss deutlich erkennbar sein. Die Nullstellen müssen übereinstimmen.

b) Lösungserwartung:

$$\left|\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x\right| + \int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \left|\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x\right| \text{ oder}$$

$$2 \cdot \left(\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x\right)$$

$$2 \cdot \left[\frac{1}{2}\int_0^1 (x^4 - 5x^2 + 4)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2}\int_1^2 (x^4 - 5x^2 + 4)\,\mathrm{d}x\right] = 4$$

Lösungsschlüssel:

– 1 Punkt für die Angabe eines Terms. Alle zu den in der Lösungserwartung genannten gleichwertigen Terme sind als richtig zu werten.
– 1 Punkt für das richtige Ergebnis

c) Lösungserwartung:

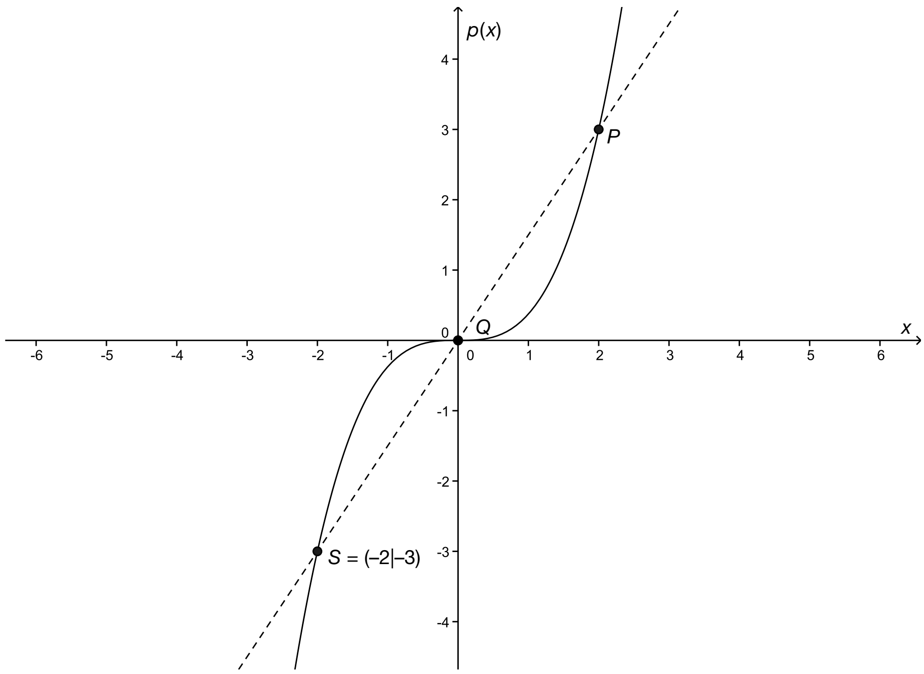
$f'(x) = 2x^3 - 5x$
$f'(-x) = 2(-x)^3 - 5(-x) = -2x^3 + 5x$
$-f'(x) = -(2x^3 - 5x) = -2x^3 + 5x$
Daraus folgt: $f'(-x) = -f'(x)$.

Lösungsschlüssel:

– 1 Ausgleichspunkt für die Gleichung der Ableitungsfunktion f'
– 1 Punkt für den korrekten Nachweis

d) Lösungserwartung:

In der abgebildeten Lösung sind zwei mögliche Funktionsgraphen dargestellt.



Die Flächenstücke zwischen dem Funktionsgraphen und der x-Achse sind in den Intervallen $[-a; 0]$ und $[0; a]$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ zueinander kongruent, liegen aber einmal oberhalb und einmal unterhalb der x-Achse. Die Werte der entsprechenden bestimmten Integrale in den Grenzen von $-a$ bis 0 bzw. von 0 bis a unterscheiden sich daher nur durch das Vorzeichen, sodass das bestimmte Integral in den Grenzen von $-a$ bis a den Wert 0 ergeben muss.

Lösungsschlüssel:

– 1 Punkt für das Einzeichnen von S und das Skizzieren eines passenden Funktionsgraphen
– 1 Punkt für die Begründung der oben angeführten Aussage. Eine Begründung, die sich auf die Punktsymmetrie des Graphen von p stützt, ist ebenfalls als richtig zu werten.